

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ کافی است نمودار تابع درجه‌ی دوم داده شده را با نیمساز ناحیه‌ی اول ($y = x$) تلاقی دهیم و معادله تلاقی باید ریشه‌ی مضاعف داشته باشد.

$$\begin{cases} y = 2x^2 + (m+1)x + m + 6 \\ y = x \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} 2x^2 + (m+1)x + m + 6 = x \Rightarrow \boxed{2x^2 + mx + m + 6 = 0} : \text{معادله تلاقی}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = m^2 - 4(2)(m+6) = m^2 - 8m - 48 = 0$$

$$\Rightarrow (m - 12)(m + 4) = 0 \Rightarrow m = 12, -4$$

حال باید بررسی کنیم به ازای کدام مقدار m ، طول نقطه تماس مثبت است (در ناحیه اول x مثبت است).

$$m = 12 : 2x^2 + 12x + 18 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 0 \Rightarrow (x + 3)^2 = 0 \Rightarrow x = -3$$

$$m = -4 : 2x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$$

۲ - گزینه ۱ اگر در تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، $\frac{c}{a} < 0$ باشد. یعنی a و c مختلف علامه باشند، تابع درجه دوم از ۴ ناحیه می‌گذرد. بنابراین باید $m + 2 < 0$ و در نتیجه $m < -2$ باشد.

$$3 - \text{گزینه ۳ معادله یک سهمی که مختصات رأس آن } S \left| \begin{matrix} \alpha \\ \beta \end{matrix} \right| \text{ است به صورت } y = a(x - \alpha)^2 + \beta \text{ است چون این سهمی از نقطه } \begin{matrix} 0 \\ -1 \end{matrix} \text{ می‌گذرد پس داریم:}$$

$$-1 = a(0 + 1)^2 - 3 \Rightarrow a = 2$$

بنابراین ضابطه سهمی به صورت $y = 2(x + 1)^2 - 3$ یا به صورت ساده‌تر یعنی $y = 2x^2 + 4x - 1$ است. صفرهای این تابع همان جواب‌های معادله $2x^2 + 4x - 1 = 0$ هستند، پس:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{4}{2} = -2, P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2}$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-2)^2 - 2\left(-\frac{1}{2}\right) = 4 + 1 = 5$$

۴ - گزینه ۲

شرط آنکه سهمی همواره پایین محور x باشد، آن است که $a < 0$ و $\Delta < 0$ باشد:

$$a < 0 \Rightarrow 1 - m < 0 \Rightarrow m > 1 \quad (I)$$

$$\Delta < 0 \xrightarrow{b^2 - 4ac < 0} 4(m - 3)^2 - 4(1 - m)(-1) < 0 \xrightarrow{\div 4} (m - 3)^2 + (1 - m) < 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 6m + 9 + 1 - m < 0 \Rightarrow m^2 - 7m + 10 < 0 \Rightarrow (m - 2)(m - 5) < 0 \Rightarrow 2 < m < 5 \quad (II)$$

از اشتراک I و II به جواب $2 < m < 5$ می‌رسیم.

۵ - گزینه ۲ با توجه به اینکه خط $y = -1$ بر نمودار تابع $f(x)$ مماس است، لذا معادله تلاقی خط و تابع درجه دوم، ریشه مضاعف دارد.

$$2x^2 - x + a = -1 \Rightarrow \boxed{2x^2 - x + (a + 1) = 0} : \text{معادله تلاقی}$$

$$\Delta = 0 \xrightarrow{b^2 - 4ac = 0} (-1)^2 - 4(2)(a + 1) = 0 \Rightarrow 1 - 8a - 8 = 0 \Rightarrow a = -\frac{9}{8}$$

۶ - گزینه ۴

در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ خط به معادله $x = -\frac{b}{2a}$ محور تقارن است.

$$y = (a - 1)x^2 + x + 3 \xrightarrow{\text{محور تقارن}} x = \frac{-1}{2(a - 1)} \xrightarrow{x=2} -\frac{1}{2(a - 1)} = 2$$

$$\Rightarrow a - 1 = -\frac{1}{4} \Rightarrow y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3$$

نقاط برخورد منحنی با محور x عبارتند از:

$$-\frac{1}{4}x^2 + x + 3 = 0 \xrightarrow{\times (-4)} x^2 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x - 6)(x + 2) = 0 \xrightarrow{x > 0} x = 6, x = -2$$

مقدار مثبت $x = 6$ است.

۷ - گزینه ۱ معادله دو ریشه منفی دارد، بنابراین $\Delta > 0$ ، $P > 0$ و $S < 0$ است.



$$\begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow (a+3)^2 - 4(-1)(a) = a^2 + 10a + 9 = (a+1)(a+9) > 0 \Rightarrow a > -1 \text{ یا } a < -9 \quad (1) \\ P > 0 \Rightarrow \frac{-1}{a} > 0 \Rightarrow a < 0 \quad (2) \\ S < 0 \Rightarrow -\frac{a+3}{a} < 0 \xrightarrow{a < 0} a+3 < 0 \Rightarrow a < -3 \quad (3) \end{cases}$$

اشتراک جواب‌های: (1)، (2)، (3) به صورت (3) $a < -9$ است.

۸ - گزینه ۴ چون $f(-1) = f(4) = 0$ پس ضابطه f را می‌توانیم به صورت $f(x) = k(x+1)(x-4)$ در نظر بگیریم. از طرف دیگر طول رأس سهمی برابر $\frac{3}{2}$ است و عرض آن برابر ۵- است. پس:

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = -5 \Rightarrow k\left(\frac{3}{2} + 1\right)\left(\frac{3}{2} - 4\right) = -5$$

$$-\frac{25}{4}k = -5 \Rightarrow k = \frac{4}{5}$$

بنابراین:

$$f(x) = \frac{4}{5}(x+1)(x-4) = \frac{4}{5}x^2 - \frac{12}{5}x - \frac{16}{5}$$

پس $a = \frac{4}{5}$ ، $b = \frac{12}{5}$ ، $c = -\frac{16}{5}$ و در نتیجه:

$$a + b - c = \frac{4}{5} + \frac{12}{5} + \frac{16}{5} = \frac{32}{5}$$

۹ - گزینه ۴

معادله حاصل از تلاقی دو منحنی ریشه ندارد، پس Δ آن باید منفی باشد:

$$(2x+1)(x+8) = mx \Rightarrow 2x^2 + 16x + x + 8 = mx \Rightarrow 2x^2 + (17-m)x + 8 = 0$$

$$\Delta = (17-m)^2 - 64 < 0 \Rightarrow |m-17| < 8 \Rightarrow -8 < m-17 < 8 \Rightarrow 9 < m < 25$$

۱۰ - گزینه ۱ ضابطه تابع f به صورت $f(x) = ax^2 - 2x + 2a - 1$ است.

چون نمودار تابع، پایین‌ترین نقطه را دارد، پس $a > 0$. (۱)
طول پایین‌ترین نقطه نمودار باید مثبت باشد. پس:

$$-\frac{2}{2a} > 0 \Rightarrow a > 0 \quad (2)$$

عرض پایین‌ترین نقطه نمودار باید منفی باشد، پس:

$$-\frac{\Delta}{4a} < 0 \xrightarrow{a > 0} \Delta > 0 \Rightarrow 4 - 4a(2a-1) > 0 \Rightarrow 1 - a(2a-1) > 0 \Rightarrow 2a^2 - a - 1 < 0$$

$$\Rightarrow (a-1)(2a+1) < 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < a < 1 \quad (3)$$

بنابراین:

$$(1) \cap (2) \cap (3) \Rightarrow 0 < a < 1 \Rightarrow a \in (0, 1)$$

۱۱ - گزینه ۲ از سمت چپ، ضرب ماتریس‌ها را انجام می‌دهیم:

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 2 & 1 \\ 1 & -x & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \begin{bmatrix} -x+1 & -2x-1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow -x^2 + x - 4x - 2 = 0 \rightarrow -x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$\rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} : \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -3$$

۱۲ - گزینه ۳ گزینه‌ها را یک به یک بررسی می‌کنیم. گزینه اول: اولین عدد را a در نظر می‌گیریم:

$$\text{میانگین پنج عدد متوالی} = \frac{a + (a+1) + (a+2) + (a+3) + (a+4)}{5}$$

$$= \frac{5a+10}{5} = a+2 \rightarrow \text{این همان عدد وسطی است}$$

این گزاره به ازای هر a برقرار است در نتیجه این گزاره کلاً درست است.

گزینه دوم: اولین عدد را a می‌نامیم:

$$a(a+1) = k \Rightarrow 4k+1 = 4a(a+1)+1 = 4a^2+4a+1 \xrightarrow{\text{از اتحاد مربع استفاده می‌کنیم}} 4k+1 = (2a+1)^2$$

مربع کامل شد، پس این گزینه هم کلاً درست است.

گزینه سوم: این گزاره مثال نقض دارد. مثلاً ۲ را نمی‌توان به صورت مجموع چند عدد طبیعی متوالی نوشت. می‌توان ۲ + ۰ نوشت که در این صورت متوالی نیست و ۰ هم طبیعی نیست یا اینکه می‌توان ۱ + ۱ نوشت که در این صورت هم متوالی نیست.

گزینه چهارم: اگر n زوج باشد n^2 و $5n$ زوج هستند. می‌دانیم حاصل جمع و تفریق دو عدد زوج، زوج است پس $n^2 - 5n$ هم زوج است و حاصل جمع و تفریق عدد زوج و فرد، فرد است پس $n^2 - 5n + 7$ فرد است. اگر n فرد باشد می‌دانیم حاصل ضرب دو عدد فرد، فرد است پس n^2 هم فرد و $5n$ هم فرد است. می‌دانیم حاصل جمع و تفریق دو عدد فرد، زوج است پس $n^2 - 5n$ زوج است.



زوج است و حاصل جمع یک عدد زوج با عدد فرد ۷ هم در نهایت فرد می‌شود. پس این گزاره کلاً درست است.

۱۳ - گزینه ۴ اثبات گزینه ۱:

$$n = 2k(2k + 2) \Rightarrow n + 1 = 4k^2 + 4k + 1 \Rightarrow n + 1 = (2k + 1)^2$$

اثبات گزینه ۲:

$$n = (2k + 1)(2k + 3) \Rightarrow n + 1 = 4k^2 + 8k + 4 = (2k + 2)^2$$

اثبات گزینه ۳:

$$n = k(k + 1) \Rightarrow 4n + 1 = 4k^2 + 4k + 1 = (2k + 1)^2$$

به عنوان مثال نقض گزینه ۴، $n = 1 \times 2 = 2$ را در نظر بگیرید. در این صورت $4n + 1 = 9$ است که عددی مربع کامل نیست.

۱۴ - گزینه ۲ اثبات الف)

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n} = \frac{n+1}{2}$$

مثال نقض ب) اگر $\alpha = \sqrt{2}$ و $\beta = -\sqrt{2}$ ، آن گاه $\alpha + \beta = 0$ عددی گویاست ولی $\alpha - \beta = 2\sqrt{2}$ گنگ است.

اثبات پ) دو عدد متوالی را به صورت a و $a + 1$ در نظر می‌گیریم:

$$(a+1)^3 - a^3 = \cancel{a^3} + 3a^2 + 3a + 1 - \cancel{a^3} = \underbrace{3a(a+1)}_{2q} + \underbrace{1}_{\text{فرد}} = 2q + 1$$

مثال نقض ت) اگر $n = 3$ باشد، آن گاه داریم:

$$2^{3^2} + 1 = 2^9 + 1 = 513 = 3 \times 171 \Rightarrow \text{اول نیست}$$

پس عبارت‌های (ب) و (ت) مثال نقض دارد.

۱۵ - گزینه ۱ ضرب ماتریس‌ها را از سمت چپ انجام می‌دهیم:

$$\begin{bmatrix} x & 2x & -1 \end{bmatrix}_{1 \times 3} \times \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \times \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ -1 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 11x - 1 & -x - 2 & -3x \end{bmatrix}_{1 \times 3} \times \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ -1 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = 0$$

$$\Rightarrow [11x^2 - x - 2x^2 - 4x + 3x] = 0 \Rightarrow 9x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(9x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{9} \end{cases}$$

۱۶ - گزینه ۲ نکته: اگر A ماتریس مربعی و $A^2 = A$ آنگاه A را ماتریس خود توان نامیم در این هر حالت $A^n = A$ و $n \in \mathbb{N}$ ، $n \geq 2$.

نکته: اگر ضرب در ماتریس A و خاصیت جابه‌جایی داشته باشد اتحادهای جبری در مورد آنها برقرار است.

نکته: اگر A و B دو ماتریس مربعی هم مرتبه و $m, n \in \mathbb{Z}$ و داشته باشیم $mA + nB = I$ آنگاه ضرب دو ماتریس A و B خاصیت جابه‌جایی دارند.

$$A^2 = A \xrightarrow{\text{خود توان است}} A^n = A \quad n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

ضرب ماتریس‌های A و B خاصیت جابه‌جایی دارند. $\Rightarrow B = 3A - I \Rightarrow 3A - B = I$

$$A^2 + B^2 - (A^2 - I) = A + (3A - I)^2 - (A - I) = A + (9A^2 - 6AI^2 + 9AI^2 - I) - (A - I)$$

$$= A + (9A - 6A + 9A - I) - (A - I) = A + (9A - I) - (A - I) = 9A$$

۱۷ - گزینه ۲ در ماتریس اسکالر، درایه‌های قطر اصلی با هم برابر بوده و بقیه درایه‌ها صفر هستند:

$$AB = \begin{bmatrix} 4 & x \\ y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + 3x & -8 + 2x \\ y + 3z & -2y + 2z \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -8 + 2x = 0 \rightarrow x = 4 \\ y + 3z = 0 \end{cases} \xrightarrow{x=4} \begin{cases} y + 3z = 0 \\ -2y + 2z = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = -6 \\ z = 2 \end{cases} \rightarrow x + 2y + 3z = 4 + 2(-6) + 3(2) = 4 - 12 + 6 = -2$$

۱۸ - گزینه ۳ ماتریس $B \times A$ را تشکیل می‌دهیم:

$$B \times A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & b \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & a \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a + 4 \\ 9 + b & 3a - 2b \end{bmatrix}$$

ماتریس قطری، ماتریسی است که کلیه درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن همگی صفر باشند:

$$a + 4 = 0 \rightarrow a = -4$$



$$9 + b = 0 \rightarrow b = -9 \Rightarrow 3a - 2b = 3(-4) - 2(-9) = -12 + 18 = 6$$

$$\rightarrow B \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} \rightarrow B \times A \text{ مجموع درایه های ماتریس } = 1 + 0 + 0 + 6 = 7$$

۱۹ - گزینه ۲ موارد را بررسی می کنیم:

(الف) اگر t و z اعدادی گویا باشند حاصل تقسیم شان هم گویا می شود. پس این مورد همواره درست است.

(ب) اگر قرار دهیم $z = 1$ و $t = \frac{2}{1}$ و $x = \sqrt{2}$ آن گاه داریم $2 \in Q$ و $2 = x^2$. پس این مورد همواره درست نیست.

(ج) اگر قرار دهیم $3 = -2$ داریم $y = 0 \in Q$ و $2 = \sqrt{3} + y$. پس این مورد نیز همواره درست نیست.

(د) اگر قرار دهیم $2 = x$ و $z = 2$ داریم $2 \in Q$ و $2 = (\sqrt{2})^2 = x^2$. پس این مورد همواره درست نیست.

۲۰ - گزینه ۳

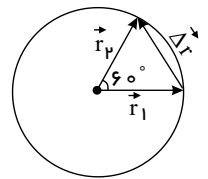
$$x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2 \geq 2xy + 2x + 2y$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2}_{\times} + \underbrace{x^2}_{\times} + \underbrace{y^2}_{\circ} + \underbrace{y^2}_{\circ} + \underbrace{2}_{1+1} - \underbrace{2xy}_{\times} - \underbrace{2x}_{\circ} - \underbrace{2y}_{\circ} \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 0$$

۲۱ - گزینه ۴ جابه جایی این متحرک، وتر دایره است و البته قاعده یک مثلث متساوی الساقینی که زاویه راس آن 60° است. بنابراین:

$$\Delta r = r_1 = r_2 = r \Rightarrow \text{با توجه به شکل}$$

$$V_{av} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{r}{\Delta t} = \frac{1/2}{0.2} = 6 \text{ m/s}$$



۲۲ - گزینه ۴ در بازه زمانی $10s < t < 15s$ نمودار سرعت - زمان خط راست است و شیب ثابتی دارد. پس در تمام لحظه های این بازه زمانی شتاب ثابت و برابر شیب این خط است که نقاط

ابتدا و انتهای آن به ترتیب $(10s, 30 \text{ m/s})$ و $(15s, 0 \text{ m/s})$ هستند. بنابراین:

$$a(13s) = \frac{0 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}}{15s - 10s} = \frac{-30 \text{ m/s}}{5s} = -6 \text{ m/s}^2$$

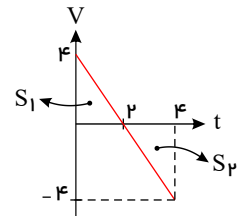
۲۳ - گزینه ۴ با استفاده از معادله ی سرعت - زمان، نمودار آن را رسم کرده و قدر مطلق مساحت را با هم جمع می کنیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 = -t^2 + 4t - 4$$

$$\Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}, v_0 = 4 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v = at + v_0 = -2t + 4$$

$$d = |S_1| + |S_2| = \left| \frac{4 \times 2}{2} \right| + \left| \frac{2 \times (-4)}{2} \right| = 8 \text{ m}$$



۲۴ - گزینه ۴ دو متحرک در نقطه C به هم رسیده اند.

$$AC = 0.4AB = v_1 \times t \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{3}$$

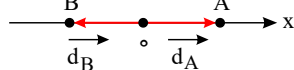
$$BC = 0.6AB = v_2 \times t \Rightarrow AC = 0.4AB = v_2 \times t_2$$

$$BC = 0.6AB = v_1 \times t_1$$

$$\frac{0.4AB}{0.6AB} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{t_2}{t_1} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{t_2}{t_1} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{4}{9}$$

۲۵ - گزینه ۳

بردار مکان برداری است که ابتدای آن مبدأ حرکت و انتهای آن مکان جسم است. این بردار در لحظه رسم می شود و مستقل از جهت حرکت جسم است.



۲۶ - گزینه ۱ سرعت متحرک در هر لحظه برابر شیب خط مماس بر منحنی $x-t$ در آن لحظه است. در نمودار $x-t$ متحرک، خط مماس بر منحنی در لحظه $t = 8 \text{ min}$ از نقاط

$(2 \text{ min}, 0 \text{ m})$ و $(8 \text{ min}, 12 \text{ m})$ عبور می کند. بنابراین:

$$8 \text{ min سرعت در لحظه} = \text{شیب خط مماس} = \frac{12 \text{ m} - 0 \text{ m}}{8 \text{ min} - 2 \text{ min}} = \frac{12 \text{ m}}{6 \text{ min}} = \frac{12 \text{ m}}{360 \text{ s}} = \frac{1}{30} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پس پاسخ گزینه ۱ است.

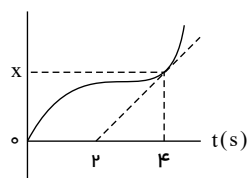
۲۷ - گزینه ۳ می دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است. با توجه به اینکه سرعت در لحظه $t = 4 \text{ s}$ برابر با $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است، پس

شیب خط مماس رسم شده برابر با 10 است. پس می توان نوشت:



دیرستان دخترانه علوی واحد شرق

x (m)



$$\text{شیب خط مماس} = \frac{x - 0}{t - 2} = 10 \Rightarrow x = 20m$$

با استفاده از رابطه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - 0}{t - 0} = \frac{20}{4} = 5 \frac{m}{s}$$

۲۸ - گزینه ۱ سرعت در لحظه $t = 2s$ برابر شیب خط مماس بر نمودار یعنی صفر است.

سرعت در لحظه $t = 6s$ در نقطه B برابر شیب خط مماس در B است.

$$v = \text{شیب خط} = \frac{4}{6 - 4} = 2 \frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{2 - 0}{6 - 2} = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{4 - 8}{4} = -1 \frac{m}{s}$$

$$\frac{a_{av}}{v_{av}} = \frac{\frac{1}{2}}{-1} = -\frac{1}{2}$$

۲۹ - گزینه ۱ تندى در هر لحظه دلخواه t ، برابر با اندازه شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه است. بنابراین چون اندازه شیب نمودار مکان - زمان در بازه زمانی صفر تا t_1 در حال کاهش است، تندى متحرک در این بازه زمانی در حال کاهش است. از آنجایی که در بازه صفر تا t_1 متحرک یک بار از مبدأ مکان عبور کرده است، بنابراین بردار مکان یک بار تغییر جهت داده است.

تذکر: اگر در چنین حرکت، متحرک از مبدأ مکان عبور کند، بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد.

۳۰ - گزینه ۴ پله اول: کافی است رابطه $\Delta x = v \Delta t$ را برای رفت و برگشت بنویسیم. در این صورت داریم:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_{\text{رفت}} = v(40) \\ \Delta x_{\text{برگشت}} = (v + 6)(20) \end{cases} \xrightarrow{\Delta x_{\text{رفت}} = \Delta x_{\text{برگشت}}} 40v = 20(v + 6) \Rightarrow 40v = 20v + 120 \Rightarrow v = 6 m/s$$

پله دوم: با قرار دادن $v = 6 \frac{m}{s}$ در یکی از معادلات رفت و برگشت خواهیم داشت:

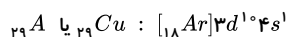
$$\Delta x_{\text{رفت}} = v(40) \Rightarrow \Delta x = 6 \times 40 = 240m$$

۳۱ - گزینه ۲

$$\overline{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{F_1 + F_2}$$

$$14,2 = \frac{14F_1 + 16F_2}{F_1 + F_2} \Rightarrow 14,2F_1 + 14,2F_2 = 14F_1 + 16F_2 \Rightarrow 0,2F_1 = 1,8F_2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{9}$$

۳۲ - گزینه ۱



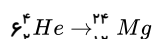
۳۳ - گزینه ۲ طبق رابطه فراوانی نسبی خواهیم داشت:

$$Z = \frac{\text{اختلاف شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها - عدد جرمی}}{2}$$

$${}_{79}X^{3-} : Z = \frac{79 - 10 + (-3)}{2} \Rightarrow Z = 33$$

آخرین زیرلایه ۳ الکترون دارد. ${}_{33}X : [{}_{18}Ar] 3d^104s^24p^3$

۳۴ - گزینه ۲ فراوان ترین ایزوتوپ هلیوم 4He است که با توجه به مقایسه عدد اتمی و عدد جرمی آن با ${}^{24}Mg$ می‌توان نتیجه گرفت که ۶ اتم هلیوم لازم است.



$$\frac{3}{4} \Leftarrow \begin{matrix} {}^2_1H \\ {}^3_1H \end{matrix} \begin{cases} e = p = n = 1 \\ 1 + 1 + 1 = 3 \\ e = p = 1 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow 2 + 1 + 1 = 4$$

ذرات زیر اتمی باردار فقط p و e هستند:

$$\begin{matrix} {}^3_1H & p = e = 1 \\ {}^1_1H & p = e = 1 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 1 + 1 = 2 \\ 1 + 1 = 2 \end{matrix} \Rightarrow \frac{2}{2} = 1$$



$$\Rightarrow \frac{\frac{3}{4}}{1} = \frac{3}{4}$$

۳۶ - گزینه ۴ الکترون‌های برانگیخته لزوماً به حالت پایه برنمی‌گردند، به‌طور مثال الکترون اتم هیدروژن که در لایه پنجم ($n = 5$) قرار دارد، می‌تواند به‌جای حالت پایه ($n = 1$) به لایه سوم ($n = 3$) برگردد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: با دور شدن الکترون از هسته، انرژی آن افزایش می‌یابد.

گزینه ۲: الکترون‌ها در حالت عادی در هر لایه‌ای که قرار دارند، آن لایه، پایه محسوب می‌شود که می‌تواند هرکدام از لایه‌های $n = 1$ ، $n = 2$ و... باشد. فقط در اتم‌های هیدروژن و هلیوم که تنها در لایه اول الکترون دارند، $n = 1$ حالت پایه محسوب می‌شود.

گزینه ۳: در طیف «نشری - خطی» اتم هیدروژن، نوار زردرنگ وجود ندارد.

۳۷ - گزینه ۲ از آن‌جا که مجموع فراوانی دو ایزوتوپ ۱۰۰٪ است، فراوانی ایزوتوپ سنگین ۴۸ درصد ($100 - 52 = 48$) است.

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{100} \Rightarrow \frac{(106.9 \times 52) + (108.9 \times 48)}{100} \Rightarrow \bar{M} = 107.86$$

روش دوم:

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_2}{100}(M_2 - M_1) \Rightarrow \bar{M} = 106.9 + \frac{48}{100} \times 2 = 107.86$$

۳۸ - گزینه ۴ خط طیفی X_p از خط طیفی X_1 طول موج بلندتری دارد و از آن‌جا که می‌دانیم طول موج با انرژی رابطه معکوس دارد، بنابراین اختلاف انرژی بین دو لایه اولیه و نهایی در X_p کوچکتر از X_1 می‌باشد. از طرف دیگر، از این نکته هم باید استفاده کنیم که در طیف نشری خطی هیدروژن، انتقال‌هایی که از لایه‌های بالاتر به لایه $n = 2$ انجام می‌گیرند، در محدوده طول موج مرئی ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر قرار می‌گیرند. از بین دو انتقال D و E که به $n = 2$ می‌آیند، انتقال E ، تفاوت انرژی کم‌تری نسبت به انتقال A دارد؛ پس خط طیفی X_p می‌تواند مربوط به انتقال E باشد.

۳۹ - گزینه ۱ عبارت‌های (آ) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها به n و l بستگی دارد.

(پ) در سومین دوره جدول دوره‌ای، ۸ عنصر جای دارد که از میان آن‌ها دو عنصر (Ar و Cl) گازی‌اند.

۴۰ - گزینه ۴ بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) انرژی هر رنگ نور مرئی، با طول موج آن نسبت عکس دارد.

(ت) هر چه فاصله میان لایه‌های انتقال الکترون در اتم برانگیخته هیدروژن بیشتر باشد، انرژی بیشتر و طول موج نور، کوتاه‌تر است.