

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ گلیکوژن از واحدهای یکسانی به اسم گلوکز تشکیل شده و آنزیم تجزیه آن در انسان وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: کلاسترول نیز از سه حلقه شش کربنی و یک حلقه پنج کربنی تشکیل شده است.

گزینه ۳: آنزیم تجزیه کننده سلولز در بدن انسان وجود ندارد.

گزینه ۴: منظور از چربی تری گلیسرید می باشد که در اثر تجزیه به واحدهای یکسانی تبدیل نمی شود. تری گلیسرید از پیوند یک مولکول گلیسرول و سه مولکول اسید چرب پدید می آید.

۲ - گزینه ۴ لایه درونی تر نسبت به لایه ماهیچه ای، لایه زیرمخاطی است. در این لایه (۱) بافت پیوندی سست (۲) رگ های خونی فراوان (۳) شبکه ای از بافت عصبی، دیده می شود. رگ های خونی این بخش دارای یاخته های ماهیچه ای صاف در دیواره خود بوده، اما به هیچ وجه یاخته های ماهیچه ای اسکلتی مشاهده نمی شوند.

۳ - گزینه ۴ - ترشحات پانکراس، کبد و غدد بزاقی به درون لوله گوارشی می ریزد و به گوارش غذا کمک می کنند.

- ترشحات مخاطی نای به درون نای ترشح شده و به همراه ناخالصی های به دام افتاده در آن با حرکات ضربانی مژک ها به سمت حلق رانده می شوند که در آنجا ممکن است به لوله گوارش منتقل شوند و به معده بروند تا توسط شیرۀ معده نابود شوند.

۴ - گزینه ۲ موارد «ج» و «د» عبارات نادرستی هستند.

ج) بنداره های لوله گوارش برای عبور مواد باز می شوند و همواره بسته و منقبض نیستند.

د) انتهای لوله گوارش، دو بنداره به ترتیب از نوع ماهیچه صاف و مخطط وجود دارد که هنگام دفع باز می شوند.

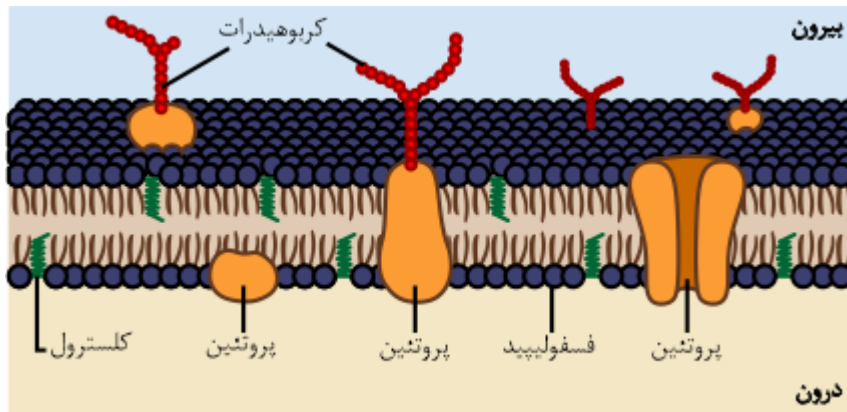
۵ - گزینه ۳ درخارجی ترین لایه لوله گوارش بافت پیوندی سست و رگ های خونی دیده می شود.

۶ - گزینه ۱ کربوهیدرات ها در سطح خارجی غشاء به فسفولیپیدها و پروتئین های غشاء می توانند متصل شوند.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۲): در لایه خارجی غشاء به بعضی از پروتئین های غشاء، کربوهیدرات متصل می شود.

گزینه (۳): در ساختار غشاء بعضی از پروتئین ها می توانند از عرض غشاء عبور کنند. (شکل ۱۰ فصل ۱)



گزینه (۴): در غشاء جانوری علاوه بر فسفولیپید، کلاسترول نیز می تواند باشد.

۷ - گزینه ۱ در دهان توسط آمیلاز بزاق گوارش نشاسته شروع می شود.

۸ - گزینه ۱ عمل پروتئین سازی در ریبوزوم ها انجام می شود.

۹ - گزینه ۴ آنزیم های گوارش دهنده کربوهیدرات در لوله گوارش انسان، با واکنش آب کافت (هیدرولیز)، کربوهیدرات های درشت تر را به مولکول های کوچک تر تبدیل می کنند. در آب کافت با مصرف آب، پیوند بین واحدهای سازنده شکسته می شود. گزینه ۱ و ۲ و ۳ در مورد آمیلاز بزاق صادق نیست.

۱۰ - گزینه ۴ برخی افراد با اینکه غذای کافی و گوناگون می خورند، دچار کمبود مواد مغذی هستند.

سایر گزینه ها با توجه به صفحه اول فصل ۲ کتاب درسی نادرست هستند.

۱۱ - گزینه ۴ به طور کلی رشته های کلاژن از رشته های کشسان قطر بیشتری دارند؛ بنابراین گزینه ۲ نادرست است. گزینه ۱ نادرست می باشد، چون تراکم رشته های کلاژن به طور کلی در بافت پیوندی سست کم است. گزینه ۳ نیز نادرست است چون در بافت پیوندی سست رشته های کلاژن و کشسان به صورت موازی با هم قرار نگرفته اند. گزینه ۴ صحیح است چون رشته های کشسان همانند رشته های کلاژن در مجاورت یاخته هایی با هسته کشیده واقع شده اند.

۱۲ - گزینه ۴ در ساختار غشای یاخته های زنده بدن انسان، نمی توان پروتئین فاقد تماس با فسفولیپید را مشاهده کرد.

۱۳ - گزینه ۲ بررسی گزینه ها:

۱) صفاق برای بخش هایی از لوله گوارش در نظر گرفته می شود که در حفره شکم قرار دارد اما به طور مثال برای بخش بالایی مری که در بالاتر از دیافراگم قرار دارد لایه بیرونی بافت پیوندی است اما بخشی از صفاق محاسبه نمی شود.

۲) بخشی از لوله گوارش که آرایش سه گانه دارد معده است که به صورت طولی حلقوی و مورب دیده می شود و جذب اندکی دارد.



۳) باید دقت شود که لایه زیر مخاط سبب می‌شود لایه مخاطی به راحتی روی ماهیچه‌ای بلغزد و یا چین بخورد نه هر دو به کار بردن لفظ و یعنی هم بلغزد و هم چین بخورد بلکه یا درست است.
۴) ترشحات غدد بزاقی با آنزیم لیزوزیم سبب از بین بردن برخی باکتری‌ها می‌شود اما دقت کنید که غده‌های بزاقی در ساختار لوله گوارش نیستند و جزو دستگاه گوارش می‌باشد و اندام ضمیمه‌ای هستند.

۱۴ - گزینه ۱ مولکول زیستی نیتروژن داری که در ساختار غشای یاخته جانوری یافت می‌شود، پروتئین است. گلیکوژن منبع ذخیره گلوکز در جانوران است که در کبد و ماهیچه یافت می‌شود. دقت کنید که پروتئین‌ها نیز در کبد و ماهیچه در ساختار غشای یاخته‌ها وجود دارند.
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: گلیکوژن فعالیت آنزیمی ندارد.

گزینه ۳: همه پروتئین‌ها لزوماً نقش آنزیمی ندارند.

گزینه ۴: همه مولکول‌های زیستی حداقل شامل ۳ عنصر C ، H و O در ساختار خود هستند.

۱۵ - گزینه ۴ فسفولیپیدها (دارای دو اسید چرب)، بخش اصلی تشکیل دهنده غشای یاخته‌ای هستند.

۱۶ - گزینه ۳ این مسأله را می‌توان به دو روش زیر حل کرد:

$$\begin{matrix} A & & A' \\ Z & Y^q & Z' X^{q'} \end{matrix}$$

$$e = e' \Rightarrow Z - q = Z' - q' \Rightarrow Z = Z' - q' + q \Rightarrow N = N' \Rightarrow A - Z = A' - Z' \Rightarrow A - Z' + q' - q = A' - Z' \Rightarrow A - A' = q - q'$$

یعنی اختلاف عدد جرمی دو گونه، همان اختلاف بار الکتریکی آن‌ها است.

$$\Rightarrow A - ۳۵ = -۲ - (-۱) \Rightarrow A = ۳۵ - ۱ = ۳۴$$

روش دوم: با توجه به این‌که الکترون‌های این دو یون با هم برابرند، باید پروتون Y یک واحد کمتر از پروتون X باشد. چون نوترون‌های این دو یون با هم برابرند، اختلاف عدد جرمی آن‌ها همان اختلاف پروتون‌های آن‌ها خواهد بود. در نتیجه عدد جرمی Y باید یک واحد کمتر از عدد جرمی X باشد.

۱۷ - گزینه ۲ در اتم هیدروژن، فقط انتقال‌های الکترونی از لایه‌های برانگیخته بالاتر به لایه دوم، نوری در ناحیه مرئی نشر می‌کنند.

در نتیجه گزینه‌های (۳) و (۴) سریع حذف می‌شوند.

همچنین هر چه فاصله سطح انرژی لایه برانگیخته و لایه دوم کمتر باشد، انرژی نور نشر شده کمتر و طول موج آن بلندتر خواهد بود.

۱۸ - گزینه ۲ روش اول: چون به ازای هر ۲۰ دقیقه مقدار ماده اولیه نصف می‌شود و در یک ساعت (۶۰ min) سه مرتبه این اتفاق تکرار خواهد شد، خواهیم داشت:

$$\begin{matrix} ۲۰ \text{ min} & ۲۰ \text{ min} & ۲۰ \text{ min} \\ ۰٫۸g & \longrightarrow & ۰٫۴g & \longrightarrow & ۰٫۲g & \longrightarrow & ۰٫۱g \end{matrix}$$

روش دوم: با استفاده از فرمول روبرو:

$$m = m_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad n = \frac{t}{T}$$

مقدار اولیه

در این فرمول، $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ چند برابر شدن مقدار ماده را نشان می‌دهد که در این تست هر ۲۰ دقیقه مقدار ماده نصف می‌شود، پس $k = \frac{1}{2}$ و n تعداد دفعاتی است که ماده تغییرات جرم دارد؛ بنابراین

$n = ۳$ خواهد بود.

$$n = \frac{\text{زمان کل}}{\text{زمان مورد نیاز برای } k \text{ برابر شدن}} = \frac{۶۰ \text{ min}}{۲۰ \text{ min}} = ۳$$

زمان مورد نیاز برای k برابر شدن

$$m = ۰٫۸ \left(\frac{1}{2}\right)^3 = ۰٫۱g \quad \text{مقدار ماده باقی‌مانده}$$

۱۹ - گزینه ۴ موارد (آ)، (ب)، (ج) و (ح) درست‌اند.

کبالت (Co)، منیزیم (Mg)، بریلیم (Be)، پتاسیم (K)

۲۰ - گزینه ۴

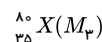
اگر شمار ذره‌های $\odot$ را برابر a در نظر بگیریم؛ می‌توان نوشت:



$\odot$



$\bullet$



$\square$

$$M_1 + (M_2 - M_1) \frac{F_2}{100} + (M_3 - M_1) \frac{F_3}{100}$$

$$۸۱٫۰۷ = ۸۰ + \left(1 \times \frac{۶}{100 + a}\right) + \left(2 \times \frac{a}{100 + a}\right)$$

$$۸۱٫۰۷ - ۸۰ = \frac{۶}{100 + a} + \frac{۲a}{100 + a}$$

$$۱٫۰۷ = \frac{۶ + ۲a}{100 + a} \rightarrow ۱۰۷ + ۱۰۷a = ۶ + ۲a \rightarrow a = ۵$$

۲۱ - گزینه ۱ در هر لایه، زیر لایه‌ای که عدد کوانتومی فرعی (l) کوچک‌تری دارد، با نماد s مشخص می‌شود.

۲۲ - گزینه ۱ مطابق مدل اتمی بور، الکترون در اتم هیدروژن، در حالت پایه در پایین‌ترین سطح انرژی یعنی در نزدیک‌ترین مدار نسبت به هسته ($n = ۱$) قرار دارد.



۲۳ - گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} n + Z &= 207 \\ e &= Z + 2 \\ n - e &= 45 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n - e = 45 \Rightarrow n - (Z + 2) = 45 \Rightarrow n - Z = 47 \Rightarrow \begin{cases} n - Z = 47 \\ n + Z = 207 \end{cases} \Rightarrow n = 127$$

$$127 + Z = 207 \Rightarrow Z = 80$$

۲۴ - گزینه ۴

پرتوی حاصل از انتقال الکترونی $n = 6$ به $n = 2$ ، پرتو بنفش است که دارای کوتاه‌ترین طول موج و بیشترین انرژی است.

نکته: $\left\{ \begin{aligned} &\text{هرچه طول موج کوتاه‌تر، انرژی بیشتر} \\ &\text{هرچه انرژی بیشتر، انحراف در منشور بیشتر} \end{aligned} \right.$

۲۵ - گزینه ۴ اگر تعداد دایره‌های سیاه‌رنگ که مربوط به ایزوتوپ ^{27}amu است را با a نمایش دهیم، با استفاده از رابطه زیر، a را به دست می‌آوریم:

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{F_1 + F_2} \Rightarrow 26.7 = \frac{27(30 - a) + 27a}{30} \Rightarrow 267 = 240 - 8a + 9a \Rightarrow a = 27$$

۲۶ - گزینه ۱ هنگامی که چرخ به اندازه نیم دور می‌چرخد، سنگ به اندازه $d = v_{av} t$ جابه‌جا شده است. مطابق شکل داریم:

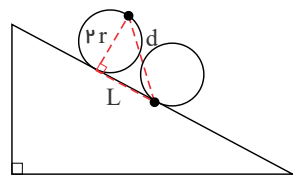
$$d = v_{av} t = 4\sqrt{13} \times 0.5 = 2\sqrt{13} \text{ m}$$

$$L = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$$

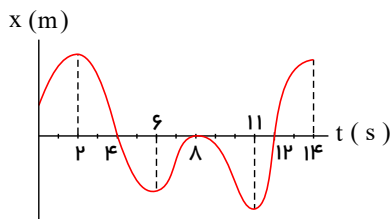
$$d = \sqrt{(2r)^2 + (L)^2} = \sqrt{(2r)^2 + (\pi r)^2}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{13} = \sqrt{4r^2 + \pi^2 r^2} \Rightarrow 2\sqrt{13} = \sqrt{r^2(4 + \pi^2)}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{13} = r\sqrt{13} \Rightarrow r = 2 \text{ m}$$



۲۷ - گزینه ۱



باتوجه به نمودار مکان - زمان حرکت (شکل بالا)، جهت بردار مکان دو بار و در لحظه‌های 4 s و 12 s تغییر کرده است (x تغییر علامت داده است) و متحرک در بازه‌های زمانی $2 \text{ s} < t < 6 \text{ s}$ به مدت 4 ثانیه و $10 \text{ s} < t < 14 \text{ s}$ به مدت 4 ثانیه و در مجموع به مدت 8 ثانیه در سوی منفی محور x حرکت کرده است.

پس پاسخ گزینه ۱ است.

توجه: جهت بردار مکان در لحظه‌هایی تغییر می‌کند که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند و x تغییر علامت می‌دهد و در لحظه‌هایی که متحرک در مبدأ مکان قرار می‌گیرد ولی از آن عبور نمی‌کند (مانند لحظه 8 s)، جهت بردار مکان تغییر نکرده است.

همچنین تغییر جهت بردار مکان مفهومی متفاوت نسبت به تغییر جهت حرکت است و نباید با آن اشتباه گرفته شود. در این حرکت جهت حرکت 4 بار در لحظه‌های 2 s ، 6 s ، 10 s و 14 s تغییر کرده است.

۲۸ - گزینه ۲ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱، نادرست است. متحرک در بازه زمانی 3 s تا 10 s در جهت مثبت محور x و در بازه زمانی 14 s تا 18 s در جهت منفی محور حرکت می‌کند. بنابراین در لحظه 8 s به سوی مثبت و در لحظه 16 s به سوی منفی در حرکت است و تغییر جهت نمی‌دهد.

گزینه ۲، درست است. متحرک در بازه زمانی صفر تا 3 s و 14 s تا 18 s و در مجموع به مدت 7 s در خلاف جهت محور x حرکت نموده است.

گزینه ۳، نادرست است. در بازه زمانی 10 s تا 14 s و به مدت 4 ثانیه متحرک ساکن و در نتیجه سرعت آن صفر بوده است.

گزینه ۴، نادرست است. تندی متوسط برابر مسافت طی شده تقسیم بر بازه زمانی است. چون برای جسم در حال حرکت، هیچ وقت مسافت طی شده صفر نمی‌شود، لذا تندی متوسط نیز صفر نخواهد شد.

دقت کنید، در بازه زمانی صفر تا 16 ثانیه چون جابه‌جایی متحرک صفر می‌باشد، سرعت متوسط آن صفر خواهد شد.

۲۹ - گزینه ۳ اندازه سرعت متوسط از تندی کوچکتر است. در نتیجه اندازه جابه‌جایی از مسافت پیموده شده کوچکتر است و الف درست نیست.

سرعت متوسط متحرک در سوی مخالف محور x است. پس جابه‌جایی متحرک نیز در سوی مخالف محور x است و ب درست است.

باتوجه به اینکه حرکت بر خط راست است و اندازه جابه‌جایی از مسافت پیموده شده کمتر است، جهت حرکت حداقل یک بار تغییر کرده است. پس ج درست است.

کل جابه‌جایی متحرک در سوی منفی محور x است. در نتیجه اگر در شروع حرکت متحرک در سوی مثبت محور x حرکت کند، باید تغییر جهت بدهد و یک بار دیگر از مبدأ حرکت (مکان اولیه) عبور کند؛ بنابراین د درست است.



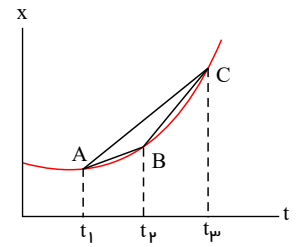
پس موارد ب، ج و د درست هستند و پس پاسخ گزینه ۳ است.

۳۰ - گزینه ۳ می‌دانیم:

$$AB \text{ شیب} = \bar{v}_{t_p \rightarrow t_1}$$

$$BC \text{ شیب} = \bar{v}_{t_p \rightarrow t_p}$$

$$AC \text{ شیب} = \bar{v}_{t_p \rightarrow t_1}$$



شیب پاره خط BC از شیب دو پاره خط دیگر بیشتر است.

۳۱ - گزینه ۴ شیب خط مماس در لحظه‌های $t = 6s$ و $t = 10s$ که سرعت متحرک در این لحظه‌ها است را حساب می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} t = 6s \Rightarrow v_6 &= \frac{9}{6-3} = 3m/s \\ t = 10s \Rightarrow v_{10} &= \frac{14-7}{10} = 0.7m/s \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v_6}{v_{10}} = \frac{3}{0.7} = \frac{30}{7}m/s$$

۳۲ - گزینه ۱ مکان اولیه و نهایی دو متحرک یکسان است و در این بین هیچ‌کدام تغییر جهت نداده است، پس مسافت با جابه‌جایی یکسان است و باتوجه به اینکه مدت زمان حرکت هر دو نیز

برابر است، پس باتوجه به رابطه $S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$ ، تندی متوسط آن‌ها برابر است.

۳۳ - گزینه ۳ متحرک در بازه صفر تا $17s$ در سوی مثبت محور x حرکت می‌کند و از مکان صفر به مکان $60m$ می‌رود. در لحظه $17s$ تغییر جهت می‌دهد و سپس در بازه $17s$ تا $20s$ در سوی منفی محور x حرکت می‌کند و از مکان $60m$ به مکان صفر باز می‌گردد. بنابراین متحرک در مجموع مسافت $120m$ را در مدت $20s$ پیموده است.

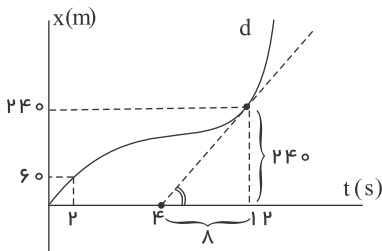
$$\Rightarrow s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{120m}{20s} = 6 \frac{m}{s}$$

توجه: در این حرکت کل جابه‌جایی صفر و در نتیجه سرعت متوسط متحرک صفر است.

۳۴ - گزینه ۴ رابطه مکان - زمان یک متحرک باید شرایط یک تابع را دارا باشد و در نتیجه نمودار مکان - زمان آن نیز باید شکل نمودار یک تابع ریاضی باشد، زیرا در غیر این صورت حداقل در یک زمان، متحرک در دو یا چند مکان قرار دارد و در واقعیت این اتفاق هرگز رخ نمی‌دهد.

۳۵ - گزینه ۱

ابتدا مکان متحرک را در لحظه $t_p = 14s$ می‌یابیم. می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ برابر سرعت لحظه‌ای متحرک است، بنابراین داریم:



$$V_{t=12} = x - t \text{ شیب خط مماس بر} = \frac{240}{8} = 30 \frac{m}{s}$$

از طرفی مطابق فرض سؤال داریم:

$$V_{t=12} = V_{av(2-14)} \rightarrow 30 = \frac{x_{14} - x_2}{14 - 2} \xrightarrow{x_2=60m} x_{14} - 60 = 360 \rightarrow x_{14} = 420m$$

در نهایت داریم:

$$V_{av} \text{ دو ثانیه اول} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{60 - 0}{2} = 30 \frac{m}{s} \rightarrow \frac{V_{av}}{V'_{av}} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$

$$V'_{av} \text{ دو ثانیه هفتم} = \frac{x_{14} - x_{12}}{14 - 12} = \frac{420 - 240}{2} = 90 \frac{m}{s}$$

۳۶ - گزینه ۳ روش اول:

$$\frac{7x - 8}{x^2 - x - 2} > \frac{x}{x - 2} \rightarrow \frac{7x - 8}{(x - 2)(x + 1)} - \frac{x}{x - 2} > 0$$

$$\rightarrow \frac{7x - 8 - x^2 - x}{(x - 2)(x + 1)} > 0 \rightarrow \frac{-x^2 + 6x - 8}{(x - 2)(x + 1)} > 0$$



$$\rightarrow \frac{x^2 - 6x + 8}{(x-2)(x+1)} < 0 \rightarrow \frac{(x-4)(x-2)}{(x-2)(x+1)} < 0$$

$$\rightarrow \frac{x-4}{x+1} < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & -1 & 2 & 4 & +\infty \\ \hline & + & - & + & - & + \end{array}$$

توجه کنید $x=2$ مخرج را صفر می‌کند.

$$\rightarrow -1 < x < 2 \text{ یا } 2 < x < 4 \rightarrow x \in (-1, 2) \cup (2, 4)$$

روش دوم:

به روش عددگذاری حل می‌کنیم.

$$x = 0 \rightarrow \frac{-8}{-2} > 0 : \text{درست} \rightarrow \text{گزینه دوم حذف می‌شود}$$

$$x = 3 \rightarrow \frac{13}{4} > 3 : \text{درست} \rightarrow \text{گزینه‌های اول و چهارم حذف می‌شوند}$$

۳۷ - گزینه ۳ برای اینکه یک معادله درجه دوم دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد باید $\Delta > 0$ باشد بنابراین:

$$\Delta \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow 36 - 4(2m-1)(m-2) > 0 \Rightarrow 9 - (2m^2 - 4m - m + 2) > 0$$

$$\Rightarrow 2m^2 - 5m - 7 = (m+1)(2m-7) < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -1 < m < 3.5$$

در ضمن ضریب x^2 نباید صفر باشد یعنی $m \neq \frac{1}{2}$ است.

$$m \in (-1, 3.5) - \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

۳۸ - گزینه ۲ معادله را به صورت $mx^2 + 3x + m^2 - 2 = 0$ مرتب می‌کنیم.

$$x' = \frac{1}{x''} \Rightarrow x'x'' = 1 \Rightarrow \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow \frac{m^2 - 2}{m} = 1 \Rightarrow m^2 - 2 = m \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow m = 2, m = -1$$

$$m = 2 \xrightarrow{\text{معادله}} 2x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 16 = -7 < 0 \text{ غیر قابل قبول}$$

$$m = -1 \xrightarrow{\text{معادله}} -x^2 + 3x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4 = 5 > 0 \text{ قابل قبول}$$

۳۹ - گزینه ۱

اگر بخواهیم دو ریشه ی متمایز داشته باشیم Δ باید بزرگتر از صفر باشد پس داریم:

$$2x^2 + ax + a - \frac{3}{2} = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = a^2 - 8a + 12 > 0 \Rightarrow (a-2)(a-6) > 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|ccccccc} a & -\infty & 2 & 6 & +\infty \\ \hline \text{عبارت} & + & - & + & + \end{array} \Rightarrow \begin{cases} a > 6 \\ a < 2 \end{cases}$$

۴۰ - گزینه ۳ اگر ریشه‌های معادله $2x^2 - x - 2 = 0$ را α و β در نظر بگیریم در این صورت ریشه‌های معادله $8x^2 - mx - 8 = 0$ برابر α^3 و β^3 هستند.

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{1}{2}, \quad P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -1$$

$$\text{داریم: } \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = \frac{1}{8} + \frac{3}{2} = \frac{13}{8}$$

$$\alpha^3 \cdot \beta^3 = (\alpha \cdot \beta)^3 = (-1)^3 = -1$$

$$\text{معادله‌ی درجه‌ی دوم: } x^2 - Sx + P = 0 \rightarrow x^2 - \frac{13}{8}x - 1 = 0 \rightarrow 8x^2 - 13x - 8 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{مقایسه با } 8x^2 - mx - 8 = 0} m = 13$$

۴۱ - گزینه ۲ توجه: تابع درجه دوم $y = Ax^2 + Bx + C$ همواره بالای محور x قرار دارد. هرگاه $\begin{cases} A > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$ باشد.



$$\begin{cases} 1 - a > 0 \rightarrow a < 1 & (1) \\ \Delta < 0 \rightarrow 24 + 4a(1 - a) < 0 \rightarrow 4a^2 - 4a - 24 > 0 \rightarrow a^2 - a - 6 > 0 \\ \rightarrow (a - 3)(a + 2) > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} a < -2 \text{ یا } a > 3 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \cap (2) = a < -2$$

۴۲ - گزینه ۳

عبارت درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ همواره منفی است هرگاه $a < 0$ و $\Delta < 0$ باشد.

باید $\Delta < 0$ و ضریب x^2 منفی باشد.

$$a - 1 < 0 \rightarrow a < 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (a - 1)^2 - 4(a - 1) < 0 \Rightarrow (a - 1)(a - 5) < 0 \Rightarrow 1 < a < 5$$

واضح است که دو بازه بالا هیچ اشتراکی با هم ندارند.

۴۳ - گزینه ۴ یعنی اگر خط و منحنی را تلاقی دهیم معادله‌ی تلاقی نباید ریشه‌ی حقیقی داشته باشد.

$$\begin{cases} y = -x^2 + 2x \\ y = mx + 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} -x^2 + 2x = mx + 4 \Rightarrow x^2 + (m - 2)x + 4 = 0$$
 معادله‌ی تلاقی:

برای اینکه معادله‌ی تلاقی ریشه‌ی حقیقی نداشته باشد باید $\Delta < 0$ باشد.

$$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0$$

$$\Rightarrow (m - 2)^2 - 16 < 0 \Rightarrow (m - 2)^2 < 16 \Rightarrow -4 < m - 2 < 4 \Rightarrow -2 < m < 6$$

۴۴ - گزینه ۱ روش اول:

نامعادله‌ی داده شده را به دو نامعادله تبدیل کرده و از جواب‌های آن‌ها اشتراک می‌گیریم.

$$\frac{3x + 1}{x - 3} > -1 \rightarrow \frac{3x + 1}{x - 3} + 1 > 0 \rightarrow \frac{3x + 1 + x - 3}{x - 3} > 0 \rightarrow \frac{4x - 2}{x - 3} > 0$$

$$\rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & \frac{1}{4} & 3 & +\infty \\ \hline & + & 0 & - & + \end{array} \rightarrow x < \frac{1}{4} \text{ یا } x > 3 \quad (I)$$

$$\frac{3x + 1}{x - 3} < 3 \rightarrow \frac{3x + 1}{x - 3} - 3 < 0 \rightarrow \frac{3x + 1 - 3x + 9}{x - 3} < 0 \rightarrow \frac{10}{x - 3} < 0 \rightarrow x - 3 < 0 \rightarrow x < 3 \quad (II)$$

از اشتراک I و II به جواب $x < \frac{1}{4}$ می‌رسیم.

روش دوم:

تست را به روش عددگذاری حل می‌کنیم.

$$x = 1 \xrightarrow{\text{نامعادله}} -1 < \frac{4}{-2} < 3 \rightarrow \text{نادرست است (گزینه‌های دوم و سوم و چهارم حذف می‌شوند).}$$

۴۵ - گزینه ۳ ضابطه تابع را بین -۴ و صفر قرار می‌دهیم و نامعادله را حل می‌کنیم.

$$-4 < \frac{-1}{3 - x} < 0 \Rightarrow \begin{cases} 4 - \frac{1}{3 - x} > 0 \Rightarrow \frac{11 - 4x}{3 - x} > 0 & (1) \\ \frac{-1}{3 - x} < 0 & (2) \end{cases}$$

$$\frac{11 - 4x}{3 - x} > 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & \frac{11}{4} = 2.75 & 3 & \\ \hline & + & - & + \end{array} \Rightarrow (-\infty, 2.75) \cup (3, +\infty) \quad (1)$$

$$\frac{-1}{3 - x} < 0 \Rightarrow \frac{1}{3 - x} > 0 \Rightarrow 3 - x > 0 \rightarrow x < 3 \quad (2)$$

$$\begin{cases} (1) \rightarrow x \in \mathbb{R} - [2.75, 3] \\ (2) \rightarrow x < 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x < 3 \xrightarrow{\text{اعداد طبیعی}} x = 1, 2$$