

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ هر نامعادله را جداگانه حل کرده و از جواب‌ها اشتراک می‌گیریم.

$$\frac{2x-3}{x+1} > 1 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{x-4}{x+1} > 0 \rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & -1 & 4 & +\infty \\ \hline & + & - & + & + \end{array} \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 4$$

$$\frac{2x-3}{x+1} < 3 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{-x-6}{x+1} < 0 \rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & -6 & -1 & +\infty \\ \hline & - & + & - & - \end{array} \Rightarrow x < -6 \text{ یا } x > -1$$

$$\Rightarrow x < -6 \text{ یا } x > -1 \quad (II)$$

از اشتراک (I) و (II) به جواب $x > 4$ یا $x < -6$ می‌رسیم که همان $[-6, 4] - \mathbb{R}$ است.

۲ - گزینه ۳ روش اول:

$$\frac{7x-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2} \rightarrow \frac{7x-8}{(x-2)(x+1)} - \frac{x}{x-2} > 0$$

$$\rightarrow \frac{7x-8-x^2-x}{(x-2)(x+1)} > 0 \rightarrow \frac{-x^2+6x-8}{(x-2)(x+1)} > 0$$

$$\rightarrow \frac{x^2-6x+8}{(x-2)(x+1)} < 0 \rightarrow \frac{(x-4)(x-2)}{(x-2)(x+1)} < 0$$

$$\rightarrow \frac{x-4}{x+1} < 0 \xrightarrow[\text{توجه کنید } x=2 \text{ مخارج را صفر می‌کند.}]{\text{تعیین علامت}} \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & -1 & 2 & 4 & +\infty \\ \hline & + & - & - & + & + \end{array}$$

$$\rightarrow -1 < x < 2 \text{ یا } 2 < x < 4 \rightarrow x \in (-1, 2) \cup (2, 4)$$

روش دوم:

به روش عددگذاری حل می‌کنیم.

$$x = 0 \rightarrow \frac{-8}{-2} > 0 : \text{درست} \rightarrow \text{گزینه دوم حذف می‌شود}$$

$$x = 3 \rightarrow \frac{13}{4} > 3 : \text{درست} \rightarrow \text{گزینه‌های اول و چهارم حذف می‌شوند}$$

۳ - گزینه ۲

$$\frac{x^4-2x^3+x^2}{x^2-5x+6} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2(x^2-2x+1)}{(x-3)(x-2)} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2(x-1)^2}{(x-3)(x-2)} \leq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ (x-3) = 0 \Rightarrow x = 3 \\ (x-2) = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{c|cccc} & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline x^2 & + & + & + & + \\ (x-1)^2 & + & + & + & + \\ (x-3) & - & - & - & + \\ (x-2) & - & - & + & + \\ \hline \frac{x^2(x-1)^2}{(x-3)(x-2)} & + & + & - & + \end{array}$$

$$x \in \{0, 1\} \cup (2, 3) : \text{عدد طبیعی}$$

۴ - گزینه ۱ برای این که چندجمله‌ای درجه دوم همواره منفی باشد، باید ضریب x^2 و Δ هر دو منفی باشند. پس:



$$m - 1 < 0 \Rightarrow m < 1$$

$$\Delta = 16(m - 1)^2 - 4(m - 1)(4m + n) = (4(m - 1)(4(m - 1) - (4m + n)))$$

$$= 4(m - 1)(-4 - n) = -4(m - 1)(n + 4) < 0$$

$$\Rightarrow (m - 1)(n + 4) > 0$$

چون $m - 1 < 0$ ؛ بنابراین باید:

$$n + 4 < 0 \Rightarrow n < -4$$

۵ - گزینه ۴ باتوجه به جدول تعیین علامت، $f(x) = 0$ دارای ۲ ریشه می باشد، بنابراین $\Delta > 0$ می باشد. از طرفی، با رجوع کردن به جدول، مابین دو ریشه، علامت مثبت می باشد که طبق این مطلب باید ضریب x^2 ، منفی باشد.

$$I) \Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow (m - 1)^2 - 4(m^2 - m - 2)(\frac{1}{4}) > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m + 1 - m^2 + m + 2 > 0 \Rightarrow -m + 3 > 0 \Rightarrow m < 3 \quad (I)$$

$$II) a < 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 < 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) < 0 \Rightarrow -1 < m < 2 \quad (II)$$

از اشتراک (I) و (II) به جواب $m \in (-1, 2)$ می رسیم.

۶ - گزینه ۲ ابتدا نامعادله را به صورت زیر ساده می کنیم:

$$\frac{(x^3 - 4x + 4)(x^3 - 4x + 3)}{x^3 - x} < 0 \Rightarrow \frac{(x - 2)^2(x - 1)(x - 3)}{x(x - 1)(x + 1)} < 0$$

چون $(x - 2)^2$ همواره نامنفی است، پس نامعادله به صورت زیر درمی آید:

$$\frac{x - 3}{x(x + 1)} < 0$$

با توجه به جدول تعیین علامت مقابل مجموعه جواب های نامعادله به صورت $(0, 3) \cup (-\infty, -1)$ است. پس $a = -1$ ، $b = 0$ ، $c = 3$ و در نتیجه $a + b + c = 2$.

x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$
$x - 3$	-	-	-	+	+
$x(x + 1)$	+	+	-	-	+
$\frac{x - 3}{x(x + 1)}$	-	+	-	+	+

۷ - گزینه ۲

$$f(x) = x^3 - 4x^2 - x + 4 < 0 \Rightarrow (x^3 - x) - 4(x^2 - 1) < 0$$

$$x(x^2 - 1) - 4(x^2 - 1) < 0 \Rightarrow (x^2 - 1)(x - 4) < 0$$

$$\Rightarrow (x - 1)(x + 1)(x - 4) < 0 \xrightarrow{x > -1} (x - 1)(x - 4) < 0$$

$$\Rightarrow x \in (1, 4) \Rightarrow b - a = 4 - 1 = 3$$

$-\infty$	1	4	$+\infty$
+	-	-	+

۸ - گزینه ۲ ابتدا نامعادله دوطرفه $0 < \frac{1 - 3x}{x + 1} < 2$ را حل می کنیم.

$$\frac{1 - 3x}{x + 1} < 0 \Rightarrow \frac{x}{\frac{1 - 3x}{x + 1}} \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > \frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1 - 3x}{x + 1} > -2 \Rightarrow \frac{1 - 3x}{x + 1} + 2 > 0 \Rightarrow \frac{1 - 3x + 2x + 2}{x + 1} > 0 \Rightarrow \frac{3 - x}{x + 1} > 0 \Rightarrow \frac{x}{\frac{3 - x}{x + 1}} \Rightarrow -1 < x < 3 \quad (2)$$

اشتراک (۱) و (۲) جواب نامعادله است.

$$(1) \cap (2) : \frac{1}{3} < x < 3$$

حال حدود $\frac{x}{2}$ و سپس $\left[\frac{x}{2}\right]$ را محاسبه می کنیم.

$$\frac{1}{6} < \frac{x}{2} < \frac{3}{2} \Rightarrow \left[\frac{x}{2}\right] = 0, 1$$



۹ - گزینه ۳ نامعادله را به کمک مخرج مشترک گیری و تعیین علامت حل می کنیم.

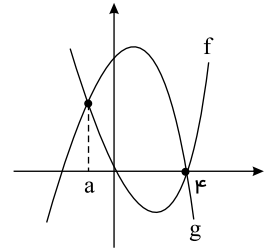
$$\frac{x^2 + 3x - 3}{x + 2} - x > 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 3x - 3 - x^2 - 2x}{x + 2} > 0$$

$$\frac{x - 3}{x + 2} > 0$$

با توجه به جدول تعیین علامت مقابل مجموعه جواب های نامعادله به صورت $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$ است که شامل اعداد صحیح $3, 2, 1, 0, -1, -2$ نیست.

X	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$\frac{x-3}{x+2}$	+	-	+	+

۱۰ - گزینه ۳ نمودار تابع های f و g به صورت مقابل است.



$$g(x) = -x^2 + 2x + 8 = -(x^2 - 2x - 8) = -(x - 4)(x + 2)$$

واضح است که نمودار تابع f در بازه $(a, 4)$ پایین تر از نمودار تابع g است. پس کافی است مقدار a را معلوم کنیم.

$$f(x) = g(x) \rightarrow x^2 - 4x = -x^2 + 2x + 8 \rightarrow 2x^2 - 6x - 8 = 0 \rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow (x + 1)(x - 4) = 0$$

$$x = -1, x = 4$$

پس $a = -1$ و $b = 4$ و در نتیجه $a - b = -5$

۱۱ - گزینه ۳ ابتدا ماتریس $2A - B$ را تشکیل می دهیم:

$$2A - B = 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(2A - B) \times B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه ها} = -4 + 2 + 2 + 4 = 4$$

۱۲ - گزینه ۱ ابتدا ماتریس A^2 را یافته و از روی آن A^{11} را به دست می آوریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = -2I$$

$$A^2 = -2I \Rightarrow A^{11} = (A^2)^5 \times A = -2^5 A$$

۱۳ - گزینه ۴ گزینه ها را بررسی می کنیم:

$$\text{گزینه ۱: } [A]_{2 \times 3} \times [B]_{3 \times 2} + [C]_{2 \times 2} = [AB + C]_{2 \times 2}$$

$$\text{گزینه ۲: } [B]_{3 \times 2} \times [C]_{2 \times 2} \times [A]_{2 \times 3} = [BCA]_{3 \times 3}$$

$$\text{گزینه ۳: } [A]_{2 \times 3} \times [B]_{3 \times 2} \times [C]_{2 \times 2} = [ABC]_{2 \times 2}$$

در گزینه «۴»، BC یک ماتریس 2×3 و A یک ماتریس 3×2 است، پس جمع آن ها امکان پذیر نیست.

۱۴ - گزینه ۱

نکته: در اثبات برخی نامساوی ها یا تساوی های ریاضی، حکم را آنقدر ساده می کنیم تا به یک عبارت همیشه درست برسیم. حال اگر مسیر طی شده برگشت پذیر باشد، به این روش، اثبات بازگشتی می گوئیم.

$$x^2 + 5y^2 + z^2 + 5 \geq 4xy + 4z + 2y \Leftrightarrow x^2 + 4y^2 - 4xy + y^2 - 2y + 1 + z^2 - 4z + 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2y)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 \geq 0$$

۱۵ - گزینه ۳ ماتریس B^2 را برحسب ماتریس A به دست می آوریم:



$$B = I - A \xrightarrow{\text{طرفین به توان } 2} B^2 = I + A^2 - 2A \xrightarrow{A^2 = 3A} B^2 = I + A$$

چون $B = C$ می‌باشد می‌توان فرض کرد $C^2 = B^2 C$ داریم:

$$C^2 = B^2 C = (I + A)(I - A) = I - A^2 = I - 3A$$

۱۶ - گزینه ۴

نکته: در بعضی از موارد برای اثبات یک گزاره لازم است همه موارد ممکن بررسی شود. به این روش، اثبات با در نظر گرفتن همه حالات می‌گوییم.

$$\left\{ \begin{array}{l} n = \text{زوج} = 2k \Rightarrow n^2 + 9n + 5 = (2k)^2 + 9(2k) + 5 = 4k^2 + 18k + 4 + 1 \\ = 2(\underbrace{2k^2 + 9k + 2}_{k'}) + 1 = 2k' + 1 = \text{فرد} \\ \text{یا} \\ n = \text{فرد} = 2k + 1 \Rightarrow n^2 + 9n + 5 = (2k + 1)^2 + 9(2k + 1) + 5 = 4k^2 + 4k + 1 + 18k + 9 + 5 \\ = 4k^2 + 22k + 14 + 1 = 2(\underbrace{2k^2 + 11k + 7}_{k''}) + 1 = 2k'' + 1 = \text{فرد} \end{array} \right.$$

یعنی به ازای هر مقدار دلخواهی از n عدد موردنظر همواره فرد است.

۱۷ - گزینه ۳

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix}_{1 \times 2} \begin{bmatrix} x^2 + 10 \\ -4x \end{bmatrix}_{2 \times 1} = 0$$

$$\rightarrow -x^2 - 10 - 8x = 0 \rightarrow x^2 + 8x + 10 = 0$$

$$S = -\frac{b}{a} = -8 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 64 - 20 = 44$$

$$P = \frac{c}{a} = 10$$

۱۸ - گزینه ۱ پاسخ گزینه (۱) است، زیرا می‌دانیم مربع هر عدد فرد دلخواه به صورت $8q + 1$ نوشته می‌شود. بنابراین:

$$8q + 1 - (8q' + 1) = 8q + 1 - 8q' - 1 = 8(q - q') = 8q''$$

گزینه (۲): مثال نقض:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 2 \\ b = 4 \end{array} \Rightarrow a^2 + b^2 = 4 + 16 = 20 \neq 8q$$

گزینه (۳): مثال نقض:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 2 \\ b = 4 \\ c = 6 \end{array} \Rightarrow a + b + c = 12 \neq 8q$$

گزینه (۴): مثال نقض:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 3 \\ b = 5 \\ c = 7 \end{array} \Rightarrow a + b + c = 15 \neq 8q$$

۱۹ - گزینه ۴ مثال: برای بقیه گزینه‌ها

$$۱) x = 1, y = \sqrt[3]{3} \Rightarrow x + y^3 = 4$$

$$۲) x = 0, y = \sqrt{2} \Rightarrow xy = 0$$

$$۳) x = 1, y = \sqrt{2} \Rightarrow x^2 + y^2 = 3$$

توضیح گزینه (۴): وقتی x گویاست x^2 نیز گویاست، بنابراین $x^2 + y$ مجموع یک عدد گویا و یک عدد گنگ است که قطعاً گنگ است.

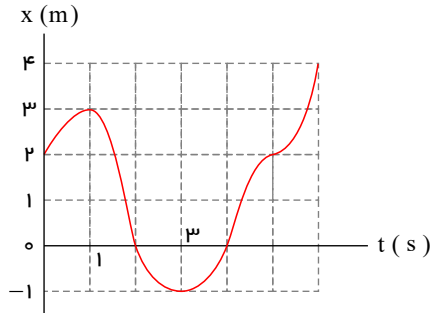
۲۰ - گزینه ۴ اگر $5n + 11$ عددی زوج باشد، آنگاه $5n$ و در نتیجه n اعدادی فرد هستند، پس $11n$ نیز فرد بوده و $11n + 2$ نیز فرد است و برعکس از فرد بودن $11n + 2$ می‌توان نتیجه

گرفت که $11n$ و n اعدادی فرد هستند، پس $5n$ فرد و $5n + 11$ زوج است. بنابراین دو گزاره هم‌ارزند.

دقت کنید که در صورت فرد بودن $7n + 1$ و $3n + 1$ ، n لزوماً زوج خواهد بود (گزینه‌های ۱ و ۳) و نیز $8n + 3$ هیچ‌گاه عددی زوج نیست (گزینه ۲). پس هیچ کدام از این گزاره‌ها نمی‌توانند با گزاره صورت سوال هم‌ارز باشند.



باتوجه به نمودار $x - t$ در شکل روبه‌رو متحرک در مدت ۶ ثانیه، دو بار و در لحظه‌های ۱ s و ۳ s تغییر جهت داده است. برای محاسبه مسافت و تندى متوسط، حرکت را در بازه‌های زمانی (۰ s, ۱ s) و (۱ s, ۳ s) و (۳ s, ۶ s) بررسی می‌کنیم.



$$\begin{cases} 0 \leq t < 1 \Rightarrow \Delta x_1 = 3m - 2m = +1m \\ 1 \leq t < 3 \Rightarrow \Delta x_2 = (-1m) - 3m = -4m \\ 3 \leq t < 6 \Rightarrow \Delta x_3 = (+4m) - (-1m) = +5m \end{cases}$$

$$\text{در } 6 \text{ ثانیه اول} \Rightarrow l = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| = 10m \Rightarrow S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{10m}{6s} = \frac{5}{3} m/s$$

$$\text{در } 3 \text{ ثانیه دوم} \Rightarrow \Delta x = \Delta x_3 = +5m \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{+5m}{3s} = +\frac{5}{3} m/s$$

$$\Rightarrow \frac{\text{تندى متوسط در } 6 \text{ ثانیه اول}}{\text{بزرگى سرعت متوسط در } 3 \text{ ثانیه دوم}} = \frac{S_{av}}{|v_{av}|} = 1$$

$$(a_{av})_{0.5-1.5} = \frac{v_{1.5} - v_{0.5}}{1.5s - 0.5s} = -4 \Rightarrow v_{1.5} - v_{0.5} = -20 \frac{m}{s} \quad (1)$$

$$(a_{av})_{1.5-1.75} = \frac{v_{1.75} - v_{1.5}}{1.75s - 1.5s} = 2 \Rightarrow v_{1.75} - v_{1.5} = 4 \frac{m}{s} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow (v_{1.75} - v_{1.5}) + (v_{1.5} - v_{0.5}) = 4 + (-20) \Rightarrow v_{1.75} - v_{0.5} = -16 \Rightarrow (a_{av})_{0.5-1.75} = \frac{v_{1.75} - v_{0.5}}{1.75s - 0.5s} = -\frac{16}{1.25} \frac{m}{s^2} \Rightarrow (a_{av})_{0.5-1.75} = -\frac{16}{1.25} \frac{m}{s^2}$$

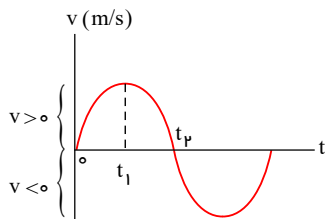
چون a_{av} ها و $\vec{v}$ ها همگی در امتداد محور x بودند.

۲۳ - گزینه ۳ با استفاده از تعریف شتاب متوسط داریم:

$$t = 12 \Rightarrow v = 0$$

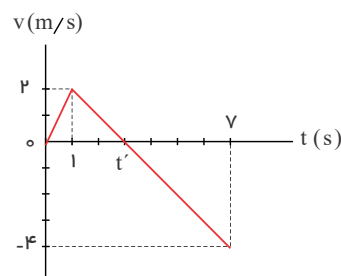
$$t = 0 \Rightarrow v = -6$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-6)}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$



از لحظه t_1 تا t_p سرعت مثبت می‌باشد، بنابراین حرکت در جهت مثبت محور x است و چون شیب خط مماس بر نمودار که نشان‌دهنده شتاب است، منفی می‌باشد بنابراین $a < 0$ یعنی حرکت کندشونده است. به عبارت دیگر چون قدر مطلق سرعت کم می‌شود بنابراین حرکت کندشونده است.

زمانی که تندى متحرک در حال کاهش است، حرکت متحرک کندشونده است. بنابراین مطابق نمودار از لحظه $t = 1s$ تا t' حرکت متحرک کندشونده است. برای محاسبه با استفاده از تشابه مثلث‌ها داریم:



$$\frac{2}{t' - 1} = \frac{4}{7 - t'} \Rightarrow t' = 3s$$

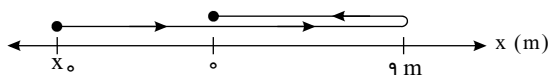
در بازه $t = 1s$ تا $t' = 3s$ یعنی به مدت ۲ s حرکت متحرک کندشونده است.

۲۶ - گزینه ۱ در ابتدا با استفاده از رابطه تعیین تندى متوسط، مسافت طی شده را می‌یابیم.



دیرستان دخترانه علوی واحد شرق

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow 5m/s = \frac{l}{6s} \Rightarrow \text{کل مسافت پیموده شده} = 30m$$



اگر مکان اولیه متحرک را x_0 فرض کنیم، متحرک به صورت شکل روبه‌رو حرکت کرده است:

متحرک ۹ متر در جهت منفی حرکت کرده است، در نتیجه ۲۱ متر در جهت مثبت حرکت کرده است.

$$\Rightarrow 9 - x_0 = 21 \Rightarrow x_0 = 9 - 21 = -12m$$

با توجه به مکان اولیه و نهایی متحرک و بدون توجه به تغییر جهت آن، سرعت متوسط متحرک را حساب می‌کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{0 - (-12)}{6 - 0} = +2m/s$$

۲۷ - گزینه ۱ مجموع مسافت‌های طی شده توسط متحرک‌ها باید ۹۰۰ متر شود.

$$|\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 900 \Rightarrow 20t + 25t = 900 \Rightarrow t = 20s$$

۲۸ - گزینه ۴ شیب خط مماس در لحظه‌های $t = 6s$ و $t = 10s$ که سرعت متحرک در این لحظه‌ها است را حساب می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} t = 6s \Rightarrow v_6 &= \frac{9}{6-3} = 3m/s \\ t = 10s \Rightarrow v_{10} &= \frac{14-7}{10} = 0.7m/s \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v_6}{v_{10}} = \frac{3}{0.7} = \frac{30}{7}m/s$$

۲۹ - گزینه ۱ با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_2 - \vec{d}_1}{15 - 0} = \frac{\vec{d}_2 - (-20\vec{i})}{15} = \vec{i} \left(\frac{m}{s} \right) \Rightarrow \vec{d}_2 + 20\vec{i} = 15\vec{i} \Rightarrow \vec{d}_2 = -5\vec{i} (m)$$

نکته: در جابه‌جایی نقطه ابتدا و انتهای حرکت مهم است و برای Δt باید کل زمان حرکت را در نظر گرفت.

۳۰ - گزینه ۱ چون نمودار به صورت خط راست است، بنابراین حرکت متحرک با سرعت ثابت است. ابتدا سرعت متحرک را از روی شیب نمودار تعیین می‌کنیم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 - (-20)}{4 - 0} = \frac{30}{4} = 7.5m/s$$

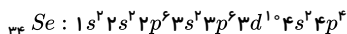
$$x_0 = -20m$$

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{v=7.5m/s, t=10s} x = 7.5 \times 10 - 20 = 55m$$

$$\vec{d} = x\vec{i} = 55\vec{i} (m)$$

۳۱ - گزینه ۴ فقط اطلاعات ارائه شده در گزینه (۴) می‌توانند درست باشند. عنصر شماره ۳۸ یک فلز از تناوب پنجم است که می‌تواند با از دست دادن دو الکترون به یون M^{2+} تبدیل شده و آرایش $3d^5 4s^2$ را پیدا کند. این فلز با گوگرد (S^{2-}) ترکیبی با فرمول MS تشکیل می‌دهند.

۳۲ - گزینه ۳ عنصر موردنظر دارای ۶ الکترون ظرفیتی است و در دوره چهارم از دسته p قرار دارد؛ پس آرایش الکترونی آن به صورت زیر است:



بیرونی‌ترین لایه اتم این عنصر، لایه چهارم است. زیرلایه‌های اشغال شده در این لایه $4s$ و $4p$ هستند؛ بنابراین مجموع $(n+l)$ الکترون‌های این دو زیرلایه برابر ۲۸ است.

$$2(4+0) + 4(4+1) = 28$$

۳۳ - گزینه ۲ برای محاسبه تعداد مولکول‌های ناشی از ایزوتوپ‌های عناصر A و B ($A_n B_m$) می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد. r و r' به ترتیب تعداد ایزوتوپ‌های عناصر A و B هستند.

$$\text{تعداد مولکول‌های مختلف} = \frac{(n+r-1)!}{n!(r-1)!} \times \frac{(m+r'-1)!}{m!(r'-1)!}$$

با توجه به ایزوتوپ‌های (${}^{35}Cl$ و ${}^{37}Cl$) و (${}^{12}C$ ، ${}^{13}C$ و ${}^{14}C$) امکان تشکیل ۱۵ مولکول CCl_4 وجود دارد:

$$CCl_4 \text{ تعداد حالت‌های ممکن برای } = \frac{(4+2-1)!}{4! \times (2-1)!} = 3 \times \frac{5!}{4!1!} = 3 \times 5 = 15 \rightarrow \frac{(1+3-1)!}{1! \times (3-1)!}$$

و تعداد مولکول CCl_4 با جرم مولکولی متفاوت از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$+ 1 (\text{جرم سبک‌ترین مولکول} - \text{جرم سنگین‌ترین مولکول}) = \text{تعداد مولکول‌ها با جرم مولکولی متفاوت}$$

$$= ({}^{14}C {}^{37}Cl_4 - {}^{12}C {}^{35}Cl_4) + 1 = 162 - 152 + 1 = 11 \text{ مولکول}$$

تعداد ذرات زیراتمی در سنگین‌ترین مولکول CCl_4 :

$${}_{16}^{14}C \quad {}_{17}^{37}Cl_4 = \underset{\substack{\downarrow \\ p+n}}{(14+6)} + \underset{\substack{\downarrow \\ e}}{4(37+17)} = 20 + 216 = 236 \text{ ذره}$$

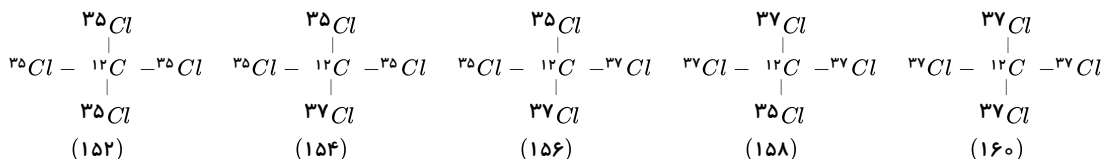
و تعداد ذرات زیراتمی در سبک‌ترین مولکول Cl_4 :



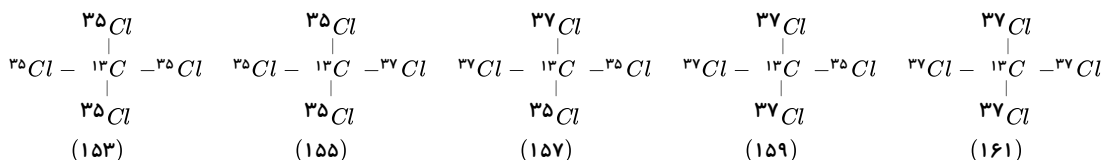
$${}_{17}^{35}\text{Cl}_p = 2(35 + 17) = 104 \Rightarrow 236 - 104 = 132$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 $p+n$ e

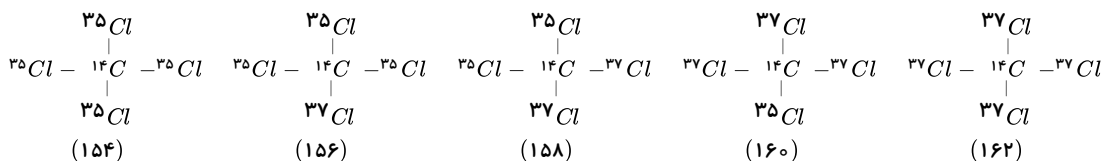
توجه ۱۵ مولکول CCl_4 موردنظر عبارتند از:



حال اگر در مولکول‌های فوق به جای ${}^{13}\text{C}$, ${}^{12}\text{C}$ قرار دهیم، خواهیم داشت:



و در پایان اگر در مولکول‌های فوق به جای ${}^{14}\text{C}$, ${}^{13}\text{C}$ قرار دهیم، خواهیم داشت:



همان‌طور که ملاحظه می‌شود ۱۱ مولکول با جرم مولکولی‌های متفاوت وجود دارد:

$$152 - 160 - 156 - 158 - 154 - 159 - 155 - 157 - 161 - 153 - 151 - 152$$

۳۴ - گزینه ۱ عبارت‌های (پ) و (ت) درست‌اند.

اتم X با از دست دادن دو الکترون (X^{2+}) به آرایش پایدار گاز نجیب $[18\text{Ar}]$ می‌رسد؛ پس اتم X دارای ۲۰ الکترون است و اتم Y با گرفتن سه الکترون (Y^{3-}) به آرایش پایدار گاز نجیب $[18\text{Ar}]$ رسیده است؛ پس حالت اتم Y ۱۵ الکترون داشته است و خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} {}_{20}X &: [18\text{Ar}] 4s^2 \\ {}_{15}Y &: [10\text{Ne}] 3s^2 3p^3 \end{aligned}$$

(آ) فرمول ترکیب یونی حاصل از یون‌های X^{2+} و Y^{3-} به صورت X_3Y_2 است.

(ب) در آرایش الکترونی یون X^{2+} سه زیرلایه با $\ell = 0$ (زیرلایه‌های s) وجود دارد.

(پ) در آرایش الکترونی یون پایدار Y^{3-} ، ۱۲ الکترون با $\ell = 1$ ($2p^6 3p^6$) وجود دارد.

$${}_{20}X^{2+}: [18\text{Ar}] \rightarrow 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6$$

$${}_{15}Y^{3-}: [18\text{Ar}] \rightarrow 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6$$

(ت) آرایش الکترونی X و Y به ترتیب به $3p^3$ و $4s^2$ ختم می‌شوند که از دسته s و Y از دسته p جدول تناوبی است.

۳۵ - گزینه ۳ با توجه به آرایش ${}_{26}\text{Fe}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$ ، اتم آهن دارای ۷ زیرلایه اشغال شده است که چهارتای آن‌ها، دوالکترونی ($1s^2, 2s^2, 3s^2, 4s^2$) و سه تای آن‌ها شش الکترونی ($2p^6, 3p^6, 3d^6$) هستند.

۳۶ - گزینه ۳ با استفاده از رابطه محاسبه جرم اتمی میانگین می‌توان نوشت:

$$\frac{70a + 20(a+1) + 10(a+2)}{100} = 24.4 \Rightarrow 100a + 40 = 2440 \Rightarrow a = 24$$

$$a + 2 = 26 \Rightarrow n = 26 - 12 = 14$$

۳۷ - گزینه ۲ عبارت‌های اول و دوم درست‌اند.

مورد اول: اتم هیدروژن دارای یک پروتون و یک الکترون است و جرم یک پروتون اندکی از 1amu بیشتر است.

مورد دوم: عنصرهای ${}_{17}\text{Cl}$ و ${}_{35}\text{X}$ در گروه ۱۷ و عنصرهای ${}_{21}\text{Y}$ و ${}_{36}\text{X}$ در دوره چهارم قرار دارند.

مورد سوم: در تناوب سوم، نماد شیمیایی ۶ عنصر Na ، Mg ، Al ، Si ، Cl ، Ar دو حرفی است.

مورد چهارم: در هر ستون (گروه) جدول تناوبی عناصری با خواص فیزیکی متفاوت و خواص شیمیایی مشابه وجود دارد.

۳۸ - گزینه ۱ ابتدا زیرلایه‌های مربوط به هر $n + \ell$ را مشخص کرده و تعیین می‌کنیم که کدام زیرلایه‌ها از دو حالت زیر می‌توانند لایه ظرفیت تشکیل دهند:

حالت اول:

$$ns, np \rightarrow p \text{ لایه ظرفیت عناصر } 4s^a 4p^b$$

حالت دوم:

$$(n-1)d, ns \rightarrow d \text{ لایه ظرفیت عناصر } 3d, 4s \Rightarrow 3d^b 4s^a$$

a الکترون موجود در $4s$ ، در حالت اول دارای دو الکترون است پس الکترون‌های ظرفیتی آن $b + 2$ الکترون هستند اما در حالت دوم ممکن است دو یا یک الکترون باشد (به‌خاطر ${}_{29}\text{Cu}$ و ${}_{24}\text{Cr}$)

پس الکترون‌های ظرفیتی $b + 2$ یا $b + 1$ خواهند بود.



در حالت اول ($4s \ 4p$) لایه سوم پر بوده و $18e^-$ دارد. پس با توجه به شرط مسئله مقدار b را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{الکترون‌های لایه ماقبل (سوم)}}{\text{الکترون‌های ظرفیتی}} = 2,5 \rightarrow \frac{18}{2+b} = 2,5 \rightarrow 5 + 2,5b = 18 \rightarrow b = \frac{13}{2,5} = 5,2 \text{ ممکن نیست}$$

در احتمال (۲) ($4s^3 3d$) زیرلایه‌های $3s^2, 3p^6$ پر بوده و $3d^b$ داریم، پس $8 + b$ الکترون در لایه ماقبل (سوم) خواهیم داشت:

$$\frac{\text{الکترون‌های لایه سوم}}{\text{الکترون‌های ظرفیتی}} = 2,5 \begin{cases} \rightarrow \frac{8+b}{2+b} = 2,5 \rightarrow 5 + 2,5b = 8 + b \rightarrow b = 2 \\ \rightarrow \frac{8+b}{1+b} = 2,5 \rightarrow 2,5 + 2,5b = 8 + b \Rightarrow b = 3,66 \text{ غیر ممکن} \end{cases}$$

$$a = 2, b = 2 \rightarrow \dots 3d^2 4s^2 \rightarrow \underbrace{1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6}_{\text{کامل}} \underbrace{3d^2 4s^2}_{\text{کامل}}$$

۳۹ - گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} n + Z &= 207 \\ e &= Z + 2 \\ n - e &= 45 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n - e = 45 \Rightarrow n - (Z + 2) = 45 \Rightarrow n - Z = 47 \Rightarrow \begin{cases} n - Z = 47 \\ n + Z = 207 \end{cases} \Rightarrow n = 127$$

$$127 + Z = 207 \Rightarrow Z = 80$$

۴۰ - گزینه ۳ - اولین عنصر گروه ۱۶ جدول تناوبی، عنصر اکسیژن با عدد اتمی ۸ است.

- زیرلایه‌های $4s, 3d$ و $4p$ در دوره چهارم الکترون می‌پذیرند که مجموع عددهای کوانتومی فرعی آن‌ها برابر $3(2 + 1 + 0) = 6$ است. $\Leftarrow 8 - 3 = 5$
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱):

- گنجایش الکترونی لایه سوم $18 = 2n^2$

- در لایه چهارم، ۴ زیرلایه s, p, d, f قرار دارد که مجموع عددهای کوانتومی فرعی آن‌ها برابر $6(2 + 1 + 0 + 0) = 6$ است. $\Leftarrow \frac{18}{6} = 3$
(۲):

- تعداد عنصرهای موجود در دوره دوم جدول تناوبی $8 = 2(3 - 1) \Leftarrow 8 = 3(3) - 1$
- در لایه سوم، سه زیرلایه وجود دارد.

(۴):

- چهارمین گاز نجیب، عنصر کریپتون با عدد اتمی ۳۶ است $\Leftarrow \frac{36}{18} = 2$
- گنجایش الکترونی لایه سوم ۱۸ است.