

پاسخنامه تشریحی

(۱ - الف)

$$D_f = [1, +\infty), D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 1 \in D_f\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

$$2x^2 - 1 \geq 1 \Rightarrow 2x^2 \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1 \Rightarrow x \geq 1 \text{ یا } x \leq -1$$

(ب)

$$f(2) = \sqrt{2-1} = 1$$

$$(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(1) = 1$$

- ۲

$$g \circ f = \{(0, 4), (3, 7), (5, 0)\}$$

- ۳

$$\text{الف)} g(f(1)) = g(2) = -2$$

$$\text{ب)} (f+g)(0) = -1+3=2 \Rightarrow (f((f+g)(0))) = f(2) = -5$$

- ۴

$$f(g(x)) = \frac{g(x)}{2} - 1 \rightarrow \frac{g(x)}{2} - 1 = 4x^2 + 1$$

$$g(x) = 8x^2 + 4$$

- ۵

الف

$$f(g(x)) = \sqrt{x-1+1} = \sqrt{x}$$

- ۶

$$g \circ f(-2) = g(f(-2)) = g(4) = 3$$

$$g \circ f(0) = g(f(0)) = g(-1) = 2$$

$$g \circ f = \{(-2, 3), (0, 2)\}$$

۷ - باتوجه به تعریف $f \circ g(x) = f(g(x))$ داریم:

$$f(g(x)) = 3x + 4 \xrightarrow[\text{تبدیل به } x]{f(x)=2-5x} 2 - 5g(x) = 3x + 4$$

حال دیگر کافی است $g(x)$ را به تنهایی محاسبه کنیم:

$$2 - 5g(x) = 3x + 4 \rightarrow 5g(x) = 2 - 3x - 4 = -3x - 2 \xrightarrow{\div 5} g(x) = \frac{-3x - 2}{5} = -\frac{3}{5}x - \frac{2}{5}$$

(۸ - الف)

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [-3, +\infty) \mid \sqrt{x+3} \in R\} = [-3, +\infty)$$

(ب)

$$(g \circ f)(1) = g(3) = \sqrt{6}$$