

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ اگر نمودار تابع $y = f(2x - 1)$ را یک واحد به چپ منتقل کنیم، نمودار تابع $y = f(2(x + 1) - 1) = f(2x + 1)$ به دست می‌آید. اگر این نمودار را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم، نمودار تابع $y = f(-2x + 1)$ به دست می‌آید و اگر طول نقاط این نمودار را دو برابر کنیم یعنی به جای x جمله $\frac{1}{2}x$ قرار می‌دهیم. نمودار تابع $y = f(-x + 1)$ به دست می‌آید.

۲ - گزینه ۴ روش اول:

ابتدا دامنه تعریف دو تابع f ، g را به دست می‌آوریم:

$$D_f: 3 - x \geq 0 \rightarrow x \leq 3$$

$$D_g: x^2 + 2x = x(x + 2) > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} x < -2 \text{ یا } x > 0$$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x < -2 \text{ یا } x > 0 \mid \log_2^{x^2+2x} \leq 3\}$$

$$= \{x < -2 \text{ یا } x > 0 \mid x^2 + 2x \leq 2^3\} = \{x < -2 \text{ یا } x > 0 \mid x^2 + 2x - 8 \leq 0\}$$

$$= \{x < -2 \text{ یا } x > 0 \mid (x + 4)(x - 2) \leq 0\} = \{x < -2 \text{ یا } x > 0 \mid -4 \leq x \leq 2\}$$

$$= -4 \leq x < -2 \text{ یا } 0 < x \leq 2 \Rightarrow D_{fog} = [-4, -2) \cup (0, 2]$$

البته می‌توانیم $fog(x)$ را تشکیل داده (تابع را ساده نکنید) سپس دامنه‌ی آن را به دست آورید.

روش دوم:

$x = -1$ در دامنه تعریف g قرار ندارد. بنابراین در دامنه تعریف fog هم نباید باشد، یعنی هر گزینه‌ای که $x = -1$ دارد نادرست است. پس فقط گزینه چهارم درست است.

۳ - گزینه ۲

$$A(-2, -3) \xrightarrow[\substack{x=-2 \\ y=-3}]{\substack{x=-2 \\ y=-3}} y = f(x - 2) \Rightarrow -3 = f(-2 - 2) \Rightarrow f(-4) = -3 \rightarrow \left| \begin{array}{c} -4 \\ -3 \end{array} \right| \in f$$

تابع f را ۴ واحد به سمت راست برده و طول نقاط را نصف می‌کنیم، سپس عرض نقاط را دو برابر کرده و در نهایت شکل را ۷ واحد بالا می‌بریم.

$$\left| \begin{array}{c} -4 \\ -3 \end{array} \right| \xrightarrow{\substack{\text{واحد راست} \\ \text{واحد بالا}}} \left| \begin{array}{c} -3 \\ -3 \end{array} \right| \xrightarrow{\substack{\text{طول نصف} \\ \text{عرض دو برابر}}} \left| \begin{array}{c} -3 \\ -6 \end{array} \right| \xrightarrow{\substack{\text{واحد بالا} \\ \text{واحد راست}}} \left| \begin{array}{c} -4 \\ -4 \end{array} \right|$$

۴ - گزینه ۳

$$f(x) = |x|, g(x) = (x + 1)^2$$

$$fog(1 - \sqrt{2}) = f(g(1 - \sqrt{2})) = f((1 - \sqrt{2} + 1)^2) = f((2 - \sqrt{2})^2) = |(2 - \sqrt{2})^2|$$

$$= (2 - \sqrt{2})^2 = 4 - 4\sqrt{2} + 2 = 6 - 4\sqrt{2}$$

$$gof(1 - \sqrt{2}) = g(f(1 - \sqrt{2})) = g(|1 - \sqrt{2}|) = g(-1 + \sqrt{2}) = (-1 + \sqrt{2} + 1)^2 = 2$$

$$\Rightarrow fog(1 - \sqrt{2}) - gof(1 - \sqrt{2}) = 6 - 4\sqrt{2} - 2 = 4 - 4\sqrt{2} = 4(1 - \sqrt{2})$$

۵ - گزینه ۲ ابتدا تابع $fog(x)$ را تشکیل می‌دهیم:

$$g(x) = x - \sqrt{x} \rightarrow fog(x) = f(g(x)) = f(x - \sqrt{x})$$

برای محاسبه ریشه‌های معادله $f(x - \sqrt{x}) = 0$ ابتدا باید ببینیم که تابع $f(x)$ چند بار محور x ها را قطع می‌کند همانطور که می‌دانیم:

$$f(6) = 0 \Rightarrow x - \sqrt{x} = 6 \Rightarrow x - 6 = \sqrt{x} \rightarrow x^2 - 12x + 36 = x$$

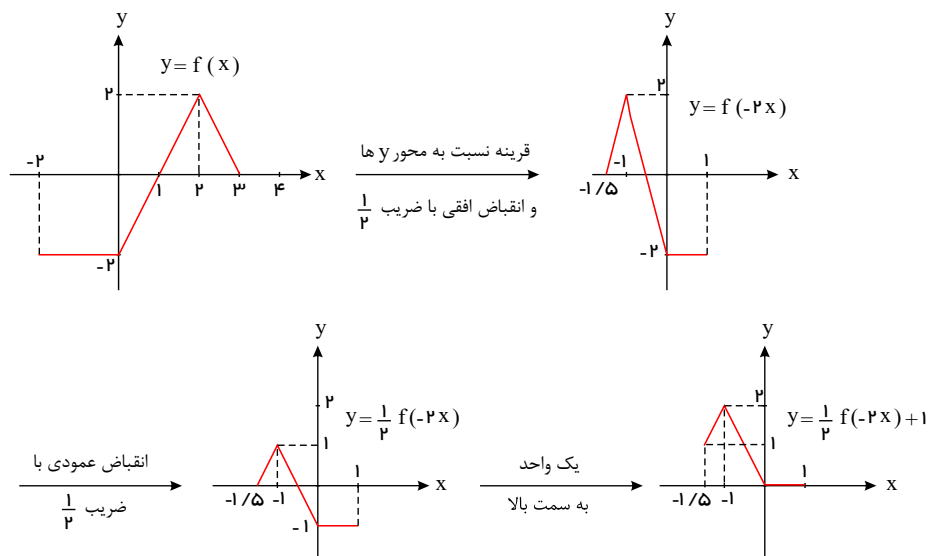
$$\Rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 9 \end{cases}$$

$$f(-\frac{1}{4}) = 0 \Rightarrow x - \sqrt{x} = -\frac{1}{4} \Rightarrow x - \sqrt{x} + \frac{1}{4} = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x} - \frac{1}{2})^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

پس تابع fog دو بار محور x ها را قطع می‌کند.

۶ - گزینه ۲ ابتدا نمودار را یک واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y = f(x)$ به دست می‌آید. سپس با انجام انتقال و انقباض، نمودار تابع $y = \frac{1}{2}f(-2x) + 1$ را به دست



پس دامنه تابع $y = \frac{1}{3}f(-2x) + 1$ برابر با $[-1, 5]$ و برد آن $[0, 2]$ است که اشتراک آن‌ها بازه $[0, 1]$ می‌شود.

۷ - گزینه ۴

$$f(x) = 3x + 4 \rightarrow f(g(x)) = 3g(x) + 4$$

$$\text{پس } 3g(x) + 4 = 3x^2 - 6x - 5 \rightarrow 3g(x) = 3x^2 - 6x - 9$$

$$\rightarrow g(x) = x^2 - 2x - 3 \rightarrow g(2) = 4 - 4 - 3 = -3$$

۸ - گزینه ۳

$$f(x) = -\frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x} \rightarrow D_f: \text{مخرج} = 0 \rightarrow x(x + 2) = 0$$

$$\rightarrow x = 0, x = -2 \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-2, 0\}$$

$$g(x) = \sqrt{-x^2 - x} \rightarrow D_g: -x^2 - x \geq 0 \rightarrow x(-x - 1) \geq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -1 \leq x \leq 0$$

$$D_{g \circ f}(x) = \{x \in D_f, f(x) \in D_g\} = \{x \neq 0, -2, -1 \leq -\frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x} \leq 0\}$$

$$= \{x \neq 0, -2, 0 \leq \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x} \leq 1\}$$

$$\begin{cases} \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x} \geq 0 \xrightarrow{\text{صورت کسر همواره مثبت است چون } a > 0} x^2 + 2x > 0 \quad (I) \\ \text{و } \Delta < 0 \text{ است.} \\ \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x} \leq 1 \rightarrow \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x} - 1 \leq 0 \rightarrow \frac{2}{x^2 + 2x} \leq 0 \rightarrow x^2 + 2x < 0 \quad (II) \end{cases}$$

واضح است که (I) و (II) هیچ اشتراکی ندارند پس $D_{g \circ f}(x) = \{ \}$ است.

۹ - گزینه ۱ دامنه تابع f بازه $[-2, 4]$ است، پس:

$$-2 \leq 3x - 4 \leq 4 \Rightarrow 2 \leq 3x \leq 8 \Rightarrow \frac{2}{3} \leq x \leq \frac{8}{3}$$

بنابراین $D_g = [\frac{2}{3}, \frac{8}{3}]$ و در دامنه تابع g فقط اعداد صحیح ۱ و ۲ قرار دارند.

۱ - گزینه ۳ تابع f همانی است، پس $f(x) = x$ ؛ ضابطه تابع g نیز به صورت $g(x) = \frac{1}{x-a}$ می‌شود. طبق فرض، ریشه معادله زیر برابر $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ است:



$$|g(x)| - 2 = \frac{1}{|f(x)|} \Rightarrow \left| \frac{1}{x-a} \right| - 2 = \frac{1}{|x|}$$

$$\xrightarrow{x=\frac{\sqrt{2}}{2}} \left| \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}-a} \right| - 2 = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \frac{1}{\left| \frac{\sqrt{2}}{2}-a \right|} = 2 + \sqrt{2} \Rightarrow \left| \frac{\sqrt{2}}{2} - a \right| = \frac{1}{2 + \sqrt{2}} \times \frac{2 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{\sqrt{2}}{2} - a \right| = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2} - a = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \sqrt{2} - 1 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} - a = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \Rightarrow a = 1 \end{cases}$$

چون تابع f همانی است، پس از $f(x+a) = 3$ نتیجه می‌شود $x+a = 3$ و اختلاف مقادیر x در آن به صورت زیر می‌شود:

$$x_1 + a_1 = 3 = x_2 + a_2 \Rightarrow x_1 - x_2 = a_2 - a_1$$

$$\Rightarrow x_1 - x_2 = 1 - (\sqrt{2} - 1) = 2 - \sqrt{2}$$

۱۱ - گزینه ۲

$$y = \frac{4x+1}{x-2} \in Z \Rightarrow \text{باید} : x-2 \mid 4x+1 \xrightarrow{x-2 \mid x-2} x-2 \mid 4x+1 - 4(x-2)$$

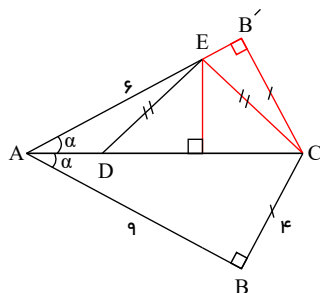
$$\Rightarrow x-2 \mid 9 \Rightarrow x-2 \in \{-9, -3, -1, 1, 3, 9\} \xrightarrow{+2} x \in \{-7, -1, 1, 3, 5, 11\}$$

چون قرار است نقطه مورد نظر در ربع دوم باشد بایستی $x < 0$ و $y > 0$ باشد.

$$x = -1 \rightarrow y = \frac{4x+1}{x-2} = 1 \rightarrow \text{در ربع دوم است.}$$

$$x = -7 \rightarrow y = \frac{4x+1}{x-2} = \frac{-27}{-9} = 3 \rightarrow \text{در ربع دوم است.}$$

۱۲ - گزینه ۳



$$\triangle ACB' \cong \triangle ACB (\text{و.ز}) \rightarrow \begin{cases} CB' = CB = 4 \\ AB' = AB = 9 \end{cases}$$

$$EB' = AB' - AE = 9 - 6 = 3$$

$$\triangle EB'C : EC^2 = EB'^2 + B'C^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \rightarrow EC = 5$$

$E \rightarrow ED = EC = 5$ روی عمود منصف DC قرار دارد.

۱۳ - گزینه ۲

باتوجه به فرض داریم:

$$B^2 = B \xrightarrow{\text{ماتریس } B \text{ خود توان است.}} B^n = B \quad (n \in \mathbb{N}, n \geq 2)$$

عبارت مورد نظر برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} B^3 + A^3 - (B^2 - I) &= B + (3B - I)^3 - (B - I) = B + (27B^3 - 27B^2I + 9BI^2 - I) - (B - I) \\ &= B + (27B - 27B + 9B - I) - (B - I) = \cancel{B} + 9B - \cancel{I} - \cancel{B} + \cancel{I} = 9B \end{aligned}$$

۱۴ - گزینه ۴

ضرب ماتریس‌ها را از سمت چپ انجام می‌دهیم:

$$\left(\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -x & -1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 2 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-2x & x-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ x \end{bmatrix} = 4-4x+x^2-2x = 0 \rightarrow x^2-6x+4=0$$

$$\rightarrow \text{ضرب ریشه‌ها) } P = \frac{c}{a} = \frac{4}{1} = 4, S = -\frac{b}{a} = -\frac{-6}{1} = 6, \text{ (جمع ریشه‌ها)}$$

داریم:

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^3 - 3PS = 6^3 - 3 \times 6 \times 4 = 144 \rightarrow \sqrt{\alpha^3 + \beta^3} = 12$$

۱۵ - گزینه ۲ از اتحادهای مثلثاتی می‌دانیم $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ ، پس خواهیم داشت:



$$A = \begin{bmatrix} \tan x & -1 \\ \frac{1}{\cos^2 x} & -\tan x \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} \tan x & -1 \\ \frac{1}{\cos^2 x} & -\tan x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\cos^2 x} & -\tan x \\ \tan x & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$\Rightarrow A^{T^0} + A^{T^1} + A^T = (-I)^1 + (-I)^0 + (-I)^T = -I$$

۱۶ - گزینه ۲ درایه‌های ماتریس A را یافته و ماتریس A^T را به دست می‌آوریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1-1 & 1+2 & 1+3 \\ 2+1 & 2-2 & 2+3 \\ 3+1 & 3+2 & 3-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 & 20 & 15 \\ 20 & 34 & 12 \\ 15 & 12 & 41 \end{bmatrix} \rightarrow \text{مجموع درایه‌های قطر اصلی} = 25 + 34 + 41 = 100$$

۱۷ - گزینه ۴ چون رابطه به ازای هر n برقرار است پس باید $m^2 - 5m + 5 = \pm 1$ داریم:

$$\begin{cases} 1) m^2 - 5m + 5 = 1 \Rightarrow m^2 - 5m + 4 = 0 \Rightarrow m = 1 \text{ یا } m = 4 \\ 2) m^2 - 5m + 5 = -1 \Rightarrow m^2 - 5m + 6 = 0 \Rightarrow m = 2 \text{ یا } m = 3 \end{cases}$$

۱۸ - گزینه ۲ اگر $x = \sqrt{2}$ و $y = 3 - \sqrt{2}$ گویا است اما همانطور که می‌بینید x و y هیچ کدام گویا نیستند.

۱۹ - گزینه ۲ گزاره ۱، عددی زوج است، نادرست می‌باشد به ازای هر عدد صحیح n ، پاسخ عددی فرد است. از بین گزینه‌ها تنها، گزینه ۲ به ازای هر عدد صحیح دارای ارزش غلط است.

۲۰ - گزینه ۴ می‌توان نوشت:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 14 \geq 2(x + 2y + 3z) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 14 \geq 2x + 4y + 6z$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + y^2 - 4y + z^2 - 6z + 14 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4) + (z^2 - 6z + 9) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 \geq 0$$

۲۱ - گزینه ۴ اگر سرعت اولیه را v_0 و سرعت در نیمه مسیر را v_1 و سرعت در انتهای مسیر را v_2 فرض کنیم، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} v_1^2 - v_0^2 = 2a(\frac{x}{2}) \Rightarrow v_1^2 - 0 = ax \\ v_2^2 - v_1^2 = 2a(\frac{x}{2}) \Rightarrow 12^2 - v_1^2 = ax \end{cases} \Rightarrow v_1^2 = 12^2 - v_1^2$$

$$\Rightarrow 2v_1^2 = 12^2 \Rightarrow \sqrt{2}v_1 = 12 \Rightarrow v_1 = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

۲۲ - گزینه ۳

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 0 - 12 = \frac{0 + v_0}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = -6 m/s$$

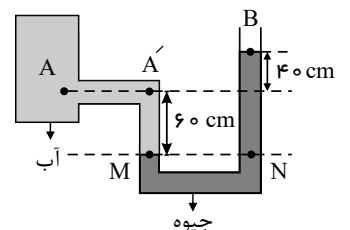
با توجه به شکل سهمی و اینکه رأس سهمی در $t = 4$ است، سرعت در $t = 8s$ ، هم‌اندازه سرعت در لحظه صفر است، پس: $v = +6 m/s$

۲۳ - گزینه ۳ با انتخاب نقاط هم‌تراز M و N و مساوی قرار دادن فشار این نقاط داریم:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_{A'} + \rho_{\text{آب}} \cdot g \cdot (h_{A'M}) = P_0 + \rho_{\text{جیوه}} \cdot g \cdot (h_{BN})$$

$$\frac{P_{A'} = P_A}{\Rightarrow P_A} + \underbrace{(1000 \times 10 \times \frac{6}{10})}_{6000 Pa} = P_0 + \underbrace{(13600 \times 10 \times 1)}_{136000 Pa}$$

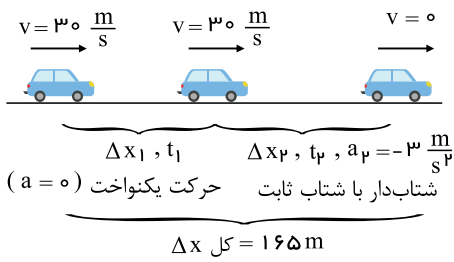
$$\Rightarrow P_A - P_0 = 136000 - 6000 = 130000 Pa = 130 kPa$$



۲۴ - گزینه ۴ در مدت زمان واکنش راننده (t_1) متحرک با سرعت ثابت ($v = 108 \frac{km}{h} = 30 \frac{m}{s}$) حرکت می‌کند و در مدت زمان ترمز (t_2) اتومبیل با شتاب ثابت (کندشونده) حرکت می‌کند.



دیرستان دخترانه علوی واحد شرق



ابتدا جابه‌جایی متحرک در مرحله دوم را با استفاده از رابطه $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ محاسبه می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 900 = 2(-3)\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 150 m$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 165 m \Rightarrow \Delta x_1 + 150 = 165 \Rightarrow \Delta x_1 = 15 m$$

$$\Delta x_1 = vt_1 \Rightarrow 15 = 30t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{2} s$$

برای محاسبه زمان حرکت متحرک در مرحله دوم از معادله $v = at + v_0$ استفاده می‌کنیم.

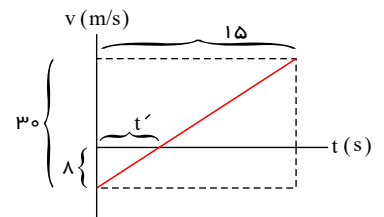
$$v = at_2 + v_0 \xrightarrow{\substack{v=0 \\ v_0=30 \\ a=-3}} 0 = (-3)t_2 + 30 \Rightarrow t_2 = 10 s$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{10}{\frac{1}{2}} = 20 \text{ برابر است با: } \frac{t_2}{t_1}$$

۲۵ - گزینه ۴ در ابتدا لحظه تلاقی نمودار با محور زمان (t') که همان لحظه تغییر جهت نیز هست را می‌یابیم.

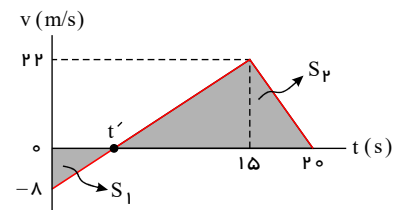
توجه: برای یافتن t' چندین روش وجود دارد. مثلاً می‌توان از قضیه تالس هم کمک گرفت (یا از شیب خط استفاده کرد).

$$\frac{t'}{15} = \frac{8}{30} \rightarrow \boxed{t' = 4 s}$$



قدرمطلق سطح زیر نمودار $v - t$ ، برابر مسافت پیموده شده است.

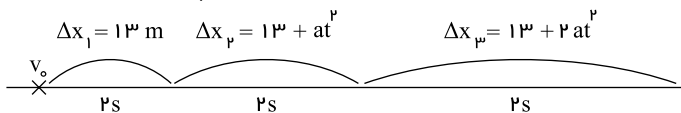
$$\left. \begin{aligned} |S_1| &= \frac{\Delta x_1}{2} = 16 \\ S_2 &= \frac{22 \times (20 - 4)}{2} = 176 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{مسافت کل}} 16 + 176 = 192 m$$



۲۶ - گزینه ۱

روش اول:

در حرکت با شتاب ثابت در ابتدا یک خط راست، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، تشکیل یک دنباله با قدر نسبت at^2 می‌دهند. به عبارتی داریم:



$$\Delta x_3 = 13 + 2at^2 \xrightarrow[t=2s]{\Delta x_3=25m} 25 = 13 + 8a \rightarrow a = 1.5 \frac{m}{s^2}$$

روش دوم:



$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$t = 2s \Rightarrow \Delta x(\text{دو ثانیه اول}) = 2a + 2v_0 = 13 \Rightarrow a + v_0 = 6.5(I)$$

$$\begin{cases} t = 4s \Rightarrow \Delta x_4 = 8a + 4v_0 \\ t = 6s \Rightarrow \Delta x_6 = 18a + 6v_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x(\text{دو ثانیه سوم}) = \Delta x_6 - \Delta x_4 = 10a + 2v_0 = 25 \Rightarrow 5a + v_0 = 12.5(II)$$

$$I, II \Rightarrow 4a = 12.5 - 6.5 \Rightarrow a = 1.5 \frac{m}{s^2}$$

۲۷ - گزینه ۱ معادله مکان - زمان درجه ۲ بر حسب زمان است. بنابراین حرکت با شتاب ثابت بر خط راست است. (مشابه کتاب درسی از مشتق کمک نمی گیریم.)

$$\begin{cases} x = 2t^2 + 4t - 8 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2} = 2 \rightarrow a = +4 \\ v_0 = +4 \end{cases} \rightarrow v = at + v_0 = 4t + 4$$

مشخص است که $v \neq 0$ یعنی متحرک بر خط راست، بدون تغییر جهت است.

$$\text{بنابراین: } \frac{L}{|\Delta x|} = 1$$

۲۸ - گزینه ۱ با استفاده از معادله پیوستگی داریم: (D قطر مقطع لوله است)

$$v_A A_A = v_B A_B \xrightarrow{A = \frac{\pi D^2}{4}}$$

$$v_A D_A^2 = v_B D_B^2 \xrightarrow{D_A = 2D_B} 4v_A D_B^2 = v_B D_B^2 \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{4}$$

۲۹ - گزینه ۴

با نوشتن معادله جابه جایی برای ثانیه اول و دو ثانیه اول، می توان نسبت آنها را پیدا کرد.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2$$

$$\begin{cases} t = 1s \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2}a \times 1^2 = \frac{1}{2}a \text{ (ثانیه اول)} \\ t = 2s \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2}a \times 2^2 = 2a \text{ (دو ثانیه اول)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جابه جایی دو ثانیه اول}}{\text{جابه جایی ثانیه دوم}} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_2 - \Delta x_1} = \frac{2a}{1.5a} = \frac{4}{3}$$

۳۰ - گزینه ۴ روش اول: ابتدا شتاب حرکت را با بررسی جابه جایی بین $t = 0$ و $t = 2$ به دست می آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 8 = \frac{1}{2} \times a \times 2^2 \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t + 0 \xrightarrow{t=2} v = 8 \frac{m}{s}$$

روش دوم:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t \Rightarrow 8 = \frac{0 + v_2}{2} \times 2 \Rightarrow v_2 = 8 \frac{m}{s}$$

۳۱ - گزینه ۱ متحرک $\frac{1}{9}$ ابتدایی مسیر را در مدت t_1 و بقیه آن را در مدت t_2 طی کرده است. بنابراین کل مسیر را در مدت $(t_1 + t_2)$ طی کرده است. در حرکت با شتاب ثابت در مسیری

مستقیم داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$\xrightarrow{v_0=0} \frac{\Delta x'}{\Delta x} = \left(\frac{t'}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{9}d}{d} = \left(\frac{t_1}{t_1 + t_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{9} = \left(\frac{t_1}{t_1 + t_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{t_1}{t_1 + t_2} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = 2$$

۳۲ - گزینه ۲ روش اول: از لحظه $t = 6$ تا لحظه $t = 0$ برمی گردیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0=0, t=6s} 18 = \frac{1}{2}a(6)^2 \rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$



روش دوم:

نمودار مکان - زمان یک سهمی است بنابراین حرکت بر روی محور x ، با شتاب ثابت است؛ در بازه زمانی صفر تا $t = 6s$ داریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \rightarrow 0 - 18 = \left(\frac{0 + v_0}{2} \right) (6) = 3v_0 \rightarrow v_0 = -6m/s$$

$$v = at + v_0 \rightarrow 0 = a \times 6 + (-6) \rightarrow a = 1m/s^2$$

روش سوم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ v = at + v_0 \end{cases} \xrightarrow[\text{صفر تا } 6]{\text{در بازه زمانی}} \begin{cases} 0 = \frac{1}{2}a \times 6^2 + v_0 \times 6 + 18 \rightarrow a = 1m/s^2 \\ 0 = a \times 6 + v_0 \rightarrow v_0 = -6a \end{cases}$$

۳۳ - گزینه ۳ برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده، به آن‌ها نمک‌های فسفات می‌افزایند، زیرا این نمک‌ها با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب‌های سخت واکنش می‌دهند و از تشکیل رسوب و لکه جلوگیری می‌کنند.

۳۴ - گزینه ۳ بررسی عبارت‌ها:

(آ) نادرست؛ اتیلن گلیکول دارای فرمول شیمیایی $C_2H_6O_2$ است.

(ب) درست؛ به جز نمک خوراکی بقیه در هگزان حل می‌شود. چون بنزین، وازلین و روغن زیتون همگی غیرقطبی هستند و در حلال غیرقطبی هگزان حل می‌شوند.

(پ) نادرست؛ در ساختار لوویس باید جفت الکترون‌های ناپیوندی نیز نمایش داده شود.

N یک جفت و O دو جفت الکترون ناپیوندی دارند.

(ت) درست؛ تعداد هیدروژن در وازلین 52 و در روغن زیتون 104 است.

۳۵ - گزینه ۱ صابون‌های مایع نمک‌های آمونیوم و پتاسیم اسیدهای چرب‌اند. بررسی سایر گزینه‌ها:

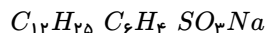
گزینه ۲) سرناقطبی مولکول‌های صابون در چربی نفوذ می‌کند.

گزینه ۳) گروه سولفونات، SO_3^- است.

گزینه ۴) زنجیر آلکیل بخش ناقطبی پاک‌کننده را تشکیل می‌دهد.

۳۶ - گزینه ۴ در بخش ناقطبی، زنجیره کربنی این ترکیب بسیار کوچک است؛ در نتیجه نمی‌تواند با چربی‌ها جاذبه وان‌دروالس برقرار کند و نسبت به سایر شوینده‌ها جاذبه کمتری با لکه‌های چربی ایجاد می‌کند.

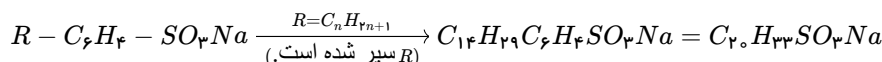
۳۷ - گزینه ۴ نمونه‌ای از پاک‌کننده غیرصابونی با زنجیر سیرشده آلکیل به‌صورت زیر است:



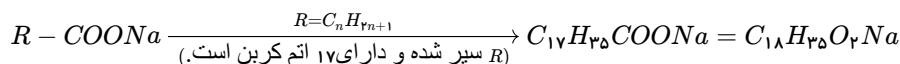
حال اگر به جای $C_{12}H_{25}$ - گروه آلکیل $C_{14}H_{29}$ قرار گیرد، فرمول آن به‌صورت $C_{14}H_{29} \underbrace{C_6H_5}_{\text{حلقه چربی}} SO_3Na$ است، و به‌طور کامل و مرتب شده خواهیم داشت:



۳۸ - گزینه ۴ پاک‌کننده غیرصابونی:



پاک‌کننده صابونی:



پاک‌کننده غیرصابونی ۲ اتم کربن بیشتر، ۲ اتم هیدروژن کمتر، یک اتم گوگرد و یک اتم اکسیژن بیشتر دارد.

$$= (2 \times 12) - (2 \times 1) + 32 + 16 = 70$$

۳۹ - گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: درست. با توجه به

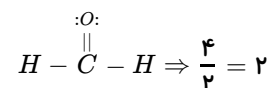
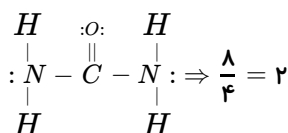
$$2g = 58 - 56 \Rightarrow \text{تفاوت جرم مولی} = 56 = C_6H_8 : \text{بوتن}, 58 = C_7H_8O : \text{استون}$$

$$2g = 62 - 60 \Rightarrow \text{تفاوت جرم مولی} = 62 = C_7H_8O_2 : \text{اتیلن گلیکول}, 60 = CO(NH_2)_2 : \text{اوره}$$

گزینه ۲: درست.

گزینه ۳: نادرست. طول زنجیر هیدروکربنی ساختار داده‌شده کم است و نمی‌تواند صابون باشد.

گزینه ۴: درست.





۴۰ - گزینه ۳ عبارت‌های الف، پ و ت درست هستند.

ترکیب داده شده مربوط به یک استر است که به دلیل غلبه بخش ناقطبی بر بخش قطبی در آن، در آب نامحلول است و در حلال‌های ناقطبی مانند بنزین حل می‌شود.

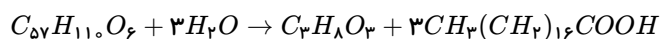
۴۱ - گزینه ۲ کلوئیدها نور را پخش می‌کنند.

کلوئیدها ته‌نشین نمی‌شوند و پایدارند.

رنگ نوعی کلوئید است.

۴۲ - گزینه ۲ فرمول استر موردنظر $C_{57}H_{110}O_6$ می‌باشد.

ابتدا واکنش را نوشته و موازنه می‌کنیم:



جرم مولی اسید چرب و استر داده شده را محاسبه می‌کنیم. جرم مولی اسیدچرب، ۲۸۴ گرم بر مول و جرم مولی استر، ۸۹۰ گرم بر مول می‌باشد.

$$\text{اسید چرب} = \frac{۲۸۴g \text{ چرب}}{۱mol \text{ چرب}} \times \frac{۳mol \text{ چرب}}{۱mol \text{ استر}} \times \frac{۱mol \text{ استر}}{۸۹۰g \text{ استر}} \times \frac{۱۰۰۰g \text{ استر}}{۱kg \text{ استر}} = ۳۸۳۴g \text{ چرب}$$

بازده

اسید چرب = ۵,۳۴kg استر × ۱۰۰۰g استر / ۱kg استر × ۱mol استر / ۸۹۰g استر × ۳mol چرب / ۱mol استر × ۲۸۴g چرب / ۱mol چرب × ۱۰۰ / ۱۰۰ = ۳۸۳۴g چرب