$P_{g_1} = 5 \times 10^5\ Pa$

$U = 600\ J$

$P_{g_2} = 10^5\ Pa$

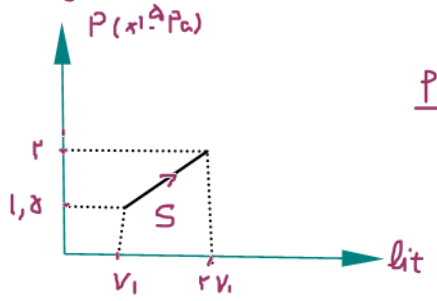
$V_2 = 2V_1$

$U_2 = ?\ J$

$P_0 = 10^5\ Pa$

$P_{g_1} = P_1 - P_0 \rightarrow 5 \times 10^5 = P_1 - 10^5 \rightarrow P_1 = 15 \times 10^5 + 10^5 = 1{,}5 \times 10^6\ Pa$

$P_{g_2} = P_2 - P_0 \rightarrow 10^5 = P_2 - 10^5 \rightarrow P_2 = 2 \times 10^5\ Pa$



$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \rightarrow \frac{1{,}5 \times 10^5 \times V_1}{T_1} = \frac{2 \times 10^5 \times 2V_1}{T_2}$

$\frac{T_2}{T_1} = \frac{4}{1{,}5} = 8/3 \Rightarrow T = 8/3\ T_1$

$S = |W| = \frac{(1{,}5+2) \times 10^5}{2} \times V_1 = 1{,}75 \times 10^5\ V_1$

---

(15)

$P = ثابت° = 2\ atm = 2 \times 10^5\ Pa$

$V_1 = 16\ lit$

$V_2 = 12\ lit$

$Q = -2800\ J$

$\Delta U = ?$ فشرده شدن گاز

$W_P = -P\Delta V = -P(V_2 - V_1) = -2 \times 10^5 \times (12-16) \times 10^{-3}$

$W_P = 800\ J$

$\Delta U = Q + W = -2800 + 800 = -2000\ J$

---

(23)

$P = ثابت° = 1{,}5 \times 10^5\ Pa$

$n = 3\ mol$

$\Delta\theta = ?$

$\Delta V = -4\ lit$

$R = 8\ J/mol.K$

$P\Delta V = nR\Delta T$

$1{,}5 \times 10^5 \times (-4 \times 10^{-3}) = 3 \times 8 \times \Delta\theta$

$-600 = 24\Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{-600}{24} = -25°C$

---

(20)

$T_1 = 273 + 45{,}5 = 318{,}5\ K$

$U_1 = 420\ J$

$T_2 = 273 + 136{,}5 = 409{,}5\ K$

$Q = +450\ J$

$W = ?$

$\Delta U = Q + W$

$U_1 = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}PV =$

$420 = \frac{3}{2}n(8)(318{,}5) \Rightarrow n = \frac{840}{7641} = \frac{210}{1911}$

$W = -nR\Delta T$

$W = -\frac{210}{1911} \times 8 \times (409{,}5 - 318{,}5)$

---

۱) فرآیند هم‌حجم: $W = 0$ ، $\Delta U = Q$ ، $\Delta T > 0$

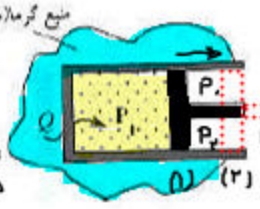
۲) هم‌فشار: $\Delta U = Q + W$ ، $Q > W$

۳) هم‌دما: $\Delta T = 0$ ، $\Delta U = 0$ ، $Q = -W$

۴) ~~$\Delta U = Q$~~

فرآیند هم فشار: فرآیندی که در آن فشار ثابت می‌ماند.

فرآیند انبساطی هم فشار: استوانه محتوی گاز را در نظر می گیریم. که با یک منبع گرمایی در تماس است در ابتدا گاز در حالت تعادل است و حجم و فشار آن به ترتیب V_1 و P است. دمای گاز درون استوانه با دریافت گرما از منبع گرما (محیط) بالا می رود و در نتیجه گاز کمی منبسط و پیستون کمی به سمت راست جابجا می شود. هر چه جابجایی پیستون کمتر باشد وضعیت تعادل دستگاه به حالت تعادل نزدیک تر است. اگر انبساط گاز را با دادن مقدار کمی گرما ادامه دهیم به طوری که در هر مرحله پیستون آزادانه فاصله کوچکی به سمت راست جابجا شود وضعیت دستگاه به حالت تعادل نزدیک می‌شود و در نتیجه فشار گاز با فشار محیط در حین فرآیند هم فشار ثابت می‌ماند. (فرض کنید اصطکاک بین پیستون و استوانه ناچیز است.)



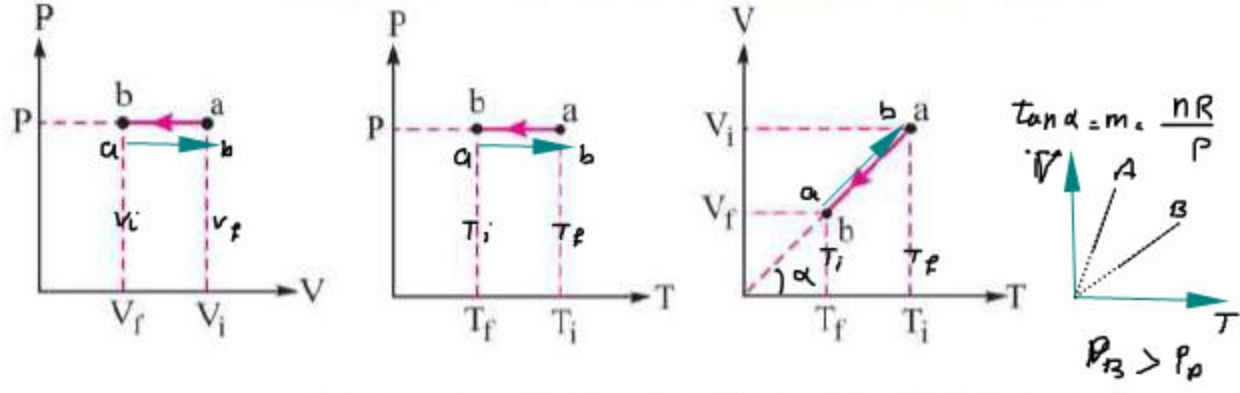
بنابراین می‌توان گفت در حین گرما دادن همواره فشار گاز با فشار محیط برابر است، یعنی در حین فرآیند فشار ثابت است. در این حالت شتاب پیستون بسیار کوچک و نزدیک به صفر است، پس نیرویی که گاز به پیستون وارد می کند باید با نیرویی که محیط به پیستون وارد می کند، برابر باشد.

نکته: در فرآیند هم فشار تبادل انرژی بین دستگاه و محیط هم از طریق گرما و هم از طریق کار صورت می‌گیرد.

در فرایند هم فشار مقداری گاز در یک محفظه قرار دارد و بدون آن که نیروی وارد بر بدنه‌ی این محفظه تغییر کند، دمای گاز را به آرامی بالا یا پایین می‌بریم. در این فرآیند با توجه به اینکه فشار ثابت می‌ماند، لذا حجم گاز متناسب با دمای آن بر حسب کلوین است.

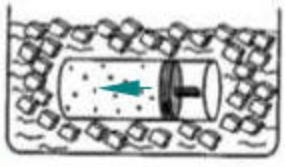
$$P_1 = P_2 \Rightarrow V \alpha T \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

نمودارهای P-V، V-T و P-T فرآیند تراکم هم‌فشار در شکلهای زیر رسم شده‌اند.



تذکر: در فرآیند انبساطی هم فشار، جهت فلش‌ها معکوس می شود.

مثال: یک مخزن استوانه‌ای شکل محتوی مقداری گاز کامل، توسط یک پیستون با اصطکاک ناچیز مسدود شده است. مخزن را درون مخلوط آب و یخ قرار می دهیم. (خردادماه ۸۹)



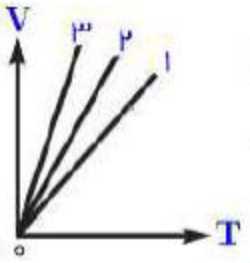
الف)پیستون به چه سمتی حرکت می کند؟

ب) با ذکر علت، نوع فرآیند را بنویسید.

پاسخ: الف)به طرف چپ

ب)چون سرعت پیستون ثابت است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر بوده و فرآیند هم‌فشار انجام می گیرد.

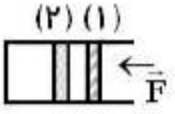
با توجه به نمودار مقابل، فشار فرایندها را با هم مقایسه کنید.



پاسخ: می‌دانیم نمودار $V\text{-}T$ یک فرایند هم فشار به صورت یک خط راست با شیب ثابت است که از مبدأ می گذرد و به آن خط هم فشـــارمی گوئیم. طبق رابطه $V=\frac{nRT}{P}$ ، برای مقدار معینی گاز، هر چه تحول هم فشار آن درفشارکمتری رخ دهد، شیب آن بیشتر خواهد بود. لذا با توجه به شکل می بینیم که در یک دمای معین $V_3 > V_2 > V_1$ است و داریم $P_3 < P_2 < P_1$

☆ **نکته: هر گاه چرخه‌ی $P-V$ ســاعتگرد باشــد، چرخه‌ی $P-T$ آن نیز ســاعتگرد و چرخه‌ی $V-T$ آن پادساعتگرد است.**

محاسبه کار در یک فرایند هم فشار: کاری که محیط روی گاز (دستگاه) انجام می‌دهد به صورت مقابل محاسبه می شود. (A مساحت پیستون)



$$W_P = -P\Delta V \begin{cases} \Delta V>0 & W_P<0 \\ \Delta V<0 & W_P>0 \end{cases}$$

$$\left.\begin{matrix} F=PA \\ w'=Fd \end{matrix}\right| \Rightarrow w'=PAd,\ Ad=\Delta V=V_2-V_1 \Rightarrow w'=P.\Delta V$$

نکته: چون فشار گاز ثابت است، لذا کار انجام شده از طرف محیط روی دستگاه (W) در فاصله‌ای که حجم دستگاه از V_1 به V_2 می رسد و کار انجام شده از طرف دستگاه روی محیط (W') در فاصله‌ای که حجم دستگاه از V_1 به V_2 می رسد، با هم برابر و دارای علامت مخالفند و در نتیجه:

$$W=-P\Delta V$$

نکته: در صورت تراکم گاز، حجم آن کمتر می شود $\Delta V<0$ و در نتیجه $(W>0)$ و $(W'<0)$ خواهد شد.

نکته: رابطه $W=-P\Delta V$ را می توان به صورت زیر نوشت.

$$\left.\begin{matrix} W=-P\Delta V \\ P\Delta V=nR\Delta T \end{matrix}\right| \Rightarrow W=-nR\Delta T$$

نکته: چون گاز در فرآیند هم فشار، در حین گرما دادن به گاز، منبسط می شود کاری که محیط روی دستگاه انجام می دهد منفی است.

نکته: در این فصل منظور از کار، کار انجام شده روی دستگاه (W) می باشد، مگر اینکه به صراحت قید کنیم.

نکته: حاصلضرب $P\Delta V$ برابر با سطح زیر نمودار $P-V$ است. این نتیجه برای تمام فرآیندهای دیگر نیز درست است، یعنی در هر فرآیند، قدر مطلق کار انجام شده را با محاسبه سطح زیر نمودار $P-V$ آن فرآیند می توان بدست آورد.

$PV=nRT \Rightarrow P\Delta V=nR\Delta T$

(P ثابت، n ثابت، R ثابت)

کار محیط روی دستگاه $W_P=-P\Delta V=-nR\Delta T$

تغییرات حجم — تغییرات دما

T_1 $P_2 = 1{,}25P_1$

(۱۳) فشار $0/5\,mol$ گاز کامل دو اتمی در حجم ثابت، ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. اگر دمای گاز $300K$ باشد، گاز چند ژول گرما می‌گیرد؟ $(R = 8\frac{J}{mol.k})$ (سراسری ریاضی خارج از کشور-۹۶)

۱) ۱۵۰۰ ۲) ۹۰۰ ۳) ۷۵۰ ۴) ۴۵۰

$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{300} = \frac{1{,}25P_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = 300 \times 1{,}25 = 375K$

پاسخ: گزینه ۳ صحیح است. فشار ۲۵% افزایش یافته و حجم ثابت است، داریم:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{300} = \frac{\frac{125}{100}P_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = 375k$$

گام دوم: $0/5mol$ گاز داریم که حجمش ثابت است، چون گاز دو اتمی است داریم:

$$Q = \frac{5}{2}nR\Delta T = \frac{5}{2} \times 0/5 \times 8 \times (375 - 300) = 750j$$

(۱۴) یک مول گاز تک اتمی، طی یک فرایند هم فشار، $40j$ کار روی محیط انجام می‌دهد. تغییر انرژی درونی گاز چند ژول است؟ (سراسری ریاضی -۹۷)

۱) ۱۴۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۶۰ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۳ درست است. در فرآیند همفشار گاز کامل تک اتمی داریم:

$W' = 40J \rightarrow W = -40J$

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}P\Delta V = -\frac{3}{2}W = -\frac{3}{2} \times (-40) = 60j$$

$T_1 = 27 + 273 = 300\,k$

(۱۵) حجم نیم مول گاز هلیم طی یک فرآیند هم فشار، از $10Lit$ به $8Lit$ می‌رسد. اگر دمای اولیه گاز برابر $27^\circ C$ باشد، کار انجام شده روی گاز چند ژول است؟ $(R = 8\frac{J}{mol.k})$ (سراسری ریاضی خارج از کشور -۹۷)

۱) -۲۴۰ ۲) -۱۲۰۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۱۲۰۰

پاسخ: گزینه ۳ صحیح است. در فرآیند هم فشار تک اتمی داریم:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{10}{300} = \frac{8}{T_2} \Rightarrow T_2 = 240K$$

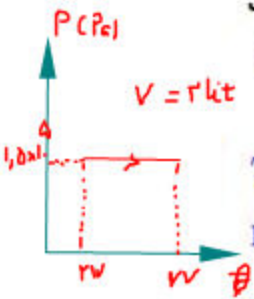
$$\Delta T = T_2 - T_1 = 240 - 300 = -60K \;,\; W = -nR\Delta T = -0/5 \times 8 \times (-60) = +240j$$

۱۷- دمای ۱۰g گاز هیدروژن در فشار ثابت از ۲۷°C به ۱۲۷°C می‌رسد. کار انجام شده توسط گاز در این فرآیند چند کیلوژول است؟ $(R = ۸\frac{J}{mol.k})$ (سراسری ریاضی-۹۶)

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۱۸- نمودار ۲Lit از یک گاز کامل در فشار $۱/۵\times۱۰^۵pa$ و دمای ۲۷°C در اختیار داریم. دمای این گاز را در یک فرآیند هم‌فشار به ۷۷°C می‌رسانیم، در این فرآیند، گاز روی محیط چند ژول کار انجام می‌دهد؟ (گزینه ۲-۹۷)

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۰۰



$T=\theta+۲۷۳ \Rightarrow T_۱ = ۳۰۰K\ ,\ T_۲ = ۳۵۰K$

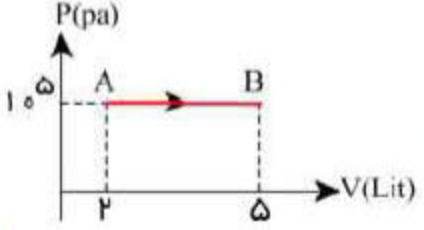
$P = cte \Rightarrow \frac{V_۱}{T_۱} = \frac{V_۲}{T_۲} \Rightarrow \frac{۲}{۳۰۰} = \frac{V_۲}{۳۵۰} \Rightarrow V_۲ = \frac{۷}{۳}Lit$

پاسخ: گزینه ۱ صحیح است.

$W_p = -P\Delta V = -۱/۵\times۱۰^۵ \times (\frac{۷}{۳} - ۲)\times۱۰^{-۳} = -۵۰j$

پس گاز ۵۰j کار روی محیط انجام می‌دهد.

۱۹- کار انجام شده روی سیستم، (با توجه به شکل زیر) برابر است با:



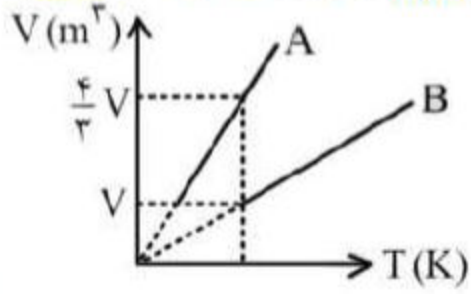
۱) ۳۰۰j ۲) −۳۰۰j

۳) ۶۰۰j ۴) −۶۰۰j

پاسخ: گزینه ۲ صحیح است. کار انجام شده روی سیستم، برابر سطح محصور بین نمودار $P-V$ است.

$W = -P\Delta V = -۱۰^۵ \times ۳\times۱۰^{-۳} = -۳۰۰j$

(۲۱) -اگر نمودار $V-T$ برای $4mol$ گاز آرمانی A در فشار $5atm$ و n مول گاز آرمانی B در فشار $8atm$ به صورت روبرو باشد، n کدام است؟ (مدارس برتر-۹۷)



۱) ۲/۴ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۴/۸

پاسخ: گزینه ٤ صحیح است. فرایندهای A و B هم‌فشار هستند. در دمای ثابت حجم B برابر حجم A برابر $\frac{4}{3}V$ است، از اینرو:

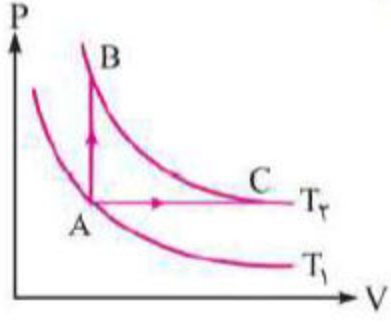
$$\left.\begin{matrix} P_AV_A = n_ART_A \\ P_BV_B = n_BRT_B \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{P_AV_A}{P_BV_B} = \frac{n_AT_A}{n_BT_B} \Rightarrow \frac{5}{8} \times \frac{\frac{4}{3}V}{V} = \frac{4}{n} \times 1 \Rightarrow 5n = 24 \Rightarrow n = 4/8$$

نکته: ظرفیت گرمایی در فشار ثابت به جنس گاز بستگی ندارد و برای گازهای تک اتمی $\frac{5}{2}R$ و برای گازهای دو اتمی $\frac{7}{2}R$ و برای گازهای چند اتمی $\frac{9}{2}R$ می‌باشد.

نکته: همواره $C_{MP} - C_{MV} = R$ می باشد.

مثال: در گاز کامل با فرض $T_2 > T_1$ همیشه C_{MP} بزرگتر از C_{MV} است. چرا؟ (یعنی اثبات کنید $C_{MP} = C_{MV} + R$)

پاسخ:



$$\Delta U_{AC} = \Delta U_{AB} \Rightarrow \begin{cases} nC_{MP}(T_2 - T_1) - p\Delta V = nC_{MV}(T_2 - T_1) \\ PV = nRT \Rightarrow P\Delta V = nR\Delta T \end{cases} \Rightarrow$$
$$nC_{MP} - nR = nC_{MV} \Rightarrow C_{MV} = C_{MP} - R$$

نکته: در فرایند هم‌فشار گاز کامل، قدر مطلق گرمای مبادله شده از قدرمطلق کار محیط روی دستگاه بزرگتر است، زیرا داریم:

$$\left|\frac{Q}{W}\right| = \frac{nC_{MP}\Delta T}{nR\Delta T} = \frac{C_{MP}}{R} > 1$$