۱ گزینه ۱

گام اول: با توجه به این‌که در مدت صفر تا $۸\ s$ شیب خط مماس بر نمودار کاهش می‌یابد، می‌توان دریافت حرکت کندشونده است.

گام دوم: شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = ۰$ را حساب می‌کنیم تا سرعت در این لحظه را به‌دست آوریم:

$$v_۰ = \frac{۰ - (-۱۰)}{۲} = ۵\ m/s$$

چون در لحظه $t = ۸\ s$ شیب خط مماس بر نمودار صفر است، پس سرعت در این لحظه هم صفر است.

گام سوم: از رابطه شتاب متوسط استفاده می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} \Rightarrow |a_{av}| = |\frac{۰ - ۵}{۸ - ۰}| = \frac{۵}{۸}\ m/s^۲$$

۲ گزینه ۱

در لحظه‌های $t_۰$ ، $t_۲$ و $t_۳$ چون خط مماس افقی است پس تندی صفر است. اما در لحظهٔ $t_۱$ شیب مثبت و تندی از لحظه‌های دیگر بیشتر است.

۳ گزینه ۱

می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ برابر سرعت است پس در لحظه‌های $t = ۵\ s$ و $t = ۱۲\ s$، می‌توان نوشت:

$$V_۵ = \frac{۱۵ - ۵}{۵} = ۲\ \frac{m}{s} \quad , \quad V_{۱۲} = ۰$$

شتاب متوسط متحرک در این بازه زمانی برابر است با:

$$a = \frac{V_{۱۲} - V_۵}{۱۲ - ۵} = \frac{۰ - ۲}{۷} = -\frac{۲}{۷}$$

۴ گزینه ۲

گام اول: باتوجه‌به تعریف تندی متوسط یعنی $S_{av} = \frac{l}{\Delta t}$ و اینکه در بازه ۵ ثانیه اول مسافت طی‌شده جسم $l = ۱۵ + ۱۰ = ۲۵\ m$ است، تندی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$S_{av} = \frac{۲۵}{۵} = ۵\ m/s$$

گام دوم: برای محاسبه تندی جسم در لحظه $t = ۶\ s$ قدرمطلق شیب خط مماس، نمودار $x - t$ را مشخص می‌کنیم و باتوجه‌به نمودار داریم:

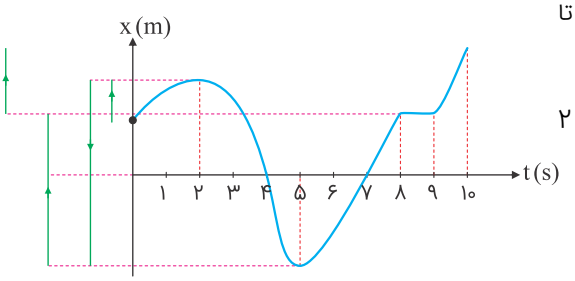
$$S_{t=۶\ s} = |V_{t=۶\ s}| = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$$

گام سوم: نسبت تندی متوسط در ۵ ثانیه اول به تندی جسم در لحظه $t = ۶\ s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{S_{av}}{S_{t=۶}} = \frac{۵}{۲/۵} = ۲$$

۵ گزینه ۱

گام اول: مطابق شکل زیر، مسیر حرکت و جهت حرکت آن را روی محور x رسم کرده‌ایم. ملاحظه می‌شود که در بازهٔ $t_1 = ۲\,s$ تا $t_2 = ۵\,s$ حرکت جسم در خلاف جهت محور بوده است؛ یعنی $۳\,s$.



گام دوم: در بازهٔ $t_1 = ۰$ تا $t_2 = ۲\,s$ و $t_3 = ۴\,s$ تا $t_4 = ۵\,s$ و $t_5 = ۷\,s$ تا $t_6 = ۸\,s$ و $t_7 = ۹\,s$ تا $t_8 = ۱۰\,s$، جسم در حال دور شدن از مبدأ بوده است؛ یعنی:

$$۲ + ۱ + ۱ + ۱ = ۵\,s$$

۶ گزینه ۴

مسافت طی‌شده برابر است با:

$$l = ۸ + ۸ + ۱۲ = ۲۸\,m$$

جابه‌جایی برابر است با:

$$\Delta x = -۱۲ - ۰ = -۱۲$$

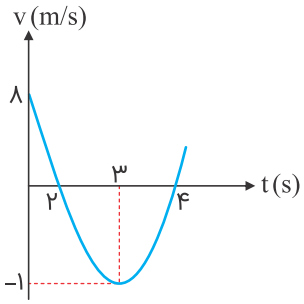
و نسبت موردنظر برابر است با:

$$\frac{l}{\Delta x} = \frac{۲۸}{-۱۲} = -\frac{۷}{۳}$$

۷ گزینه ۴

ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:

نقاط تلاقی نمودار با محور t : $۰ = (t-۲)(t-۴) \Rightarrow t = ۲\,s\ ,\ t = ۴\,s$



$$t = \frac{-b}{۲a} = \frac{۶}{۲} = ۳\,s \Rightarrow v = (۳)^۲ - ۶(۳) + ۸ \Rightarrow v = -۱\,m/s$$

در بازهٔ $t = ۰$ تا $t = ۲\,s$: $a < ۰,\ v > ۰$

در بازهٔ $t = ۲\,s$ تا $t = ۳\,s$: $a < ۰,\ v < ۰$

در بازهٔ $t = ۳\,s$ تا $t = ۴\,s$: $a > ۰,\ v < ۰$

بنابراین مجموعاً به مدت ۳ ثانیه حرکت کندشونده است.

۸ گزینه ۱

در بازهٔ زمانی (۲ تا ۶ ثانیه) نمودار مکان - زمان به‌صورت خط راست است، پس در تمام لحظات این بازه (از جمله $t = ۵\,s$) شتاب متحرک برابر صفر است با:

$$t_۱ = ۱s \Rightarrow v_۱ = |\tan\alpha| = |\frac{۱۲}{۲}| = +۶\,m/s$$
$$t_۲ = ۳\,s \Rightarrow v_۲ = |\tan\alpha| = |\frac{۱۲}{۴}| = -۳\,m/s$$
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{-۳ - ۶}{۳ - ۱} = -۴/۵\,m/s^۲$$

۹ گزینه ۱

هرگاه شیب نمودار مکان - زمان منفی باشد، جهت حرکت متحرک در جهت منفی محور xها است، بنابراین در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۴\,s$ تا $t_۲ = ۲۰\,s$ به مدت ۱۶ ثانیه خلاف محور x حرکت کرده است، از طرفی متحرک در لحظهٔ $t = ۸\,s$، دوباره از مبدأ حرکتش عبور می‌کند، بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{۲۰ - ۴}{۸} = \frac{۱۶}{۸} = ۲$$

۱۰ گزینه ۴

متحرک از نقطهٔ A تا B جابه‌جا شده است، بنابراین:

$$\Delta x = \overline{AB}$$
$$L = \overline{AC} + \overline{CB} \xrightarrow[\overline{CB}=\overline{AB}]{\overline{AC}=۲\overline{AB}} L = ۲\overline{AB} + \overline{AB} = ۳\overline{AB}$$

پس مسافت طی‌شده ۳ برابر جابه‌جایی متحرک است، بنابراین:

$$\begin{cases} S_{av} = \frac{L}{\Delta t} \\ v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \frac{S_{av}}{v_{av}} = \frac{L}{\Delta x} \Rightarrow \frac{S_{av}}{۶} = \frac{۳\overline{AB}}{\overline{AB}} \Rightarrow S_{av} = ۱۸\,m/s$$

۱۱ گزینه ۲

$$\begin{cases} t_۱ = ۲\,s \Rightarrow x_۱ = ۱۲ + ۲b \\ t_۲ = ۴\,s \Rightarrow x_۲ = ۲۴ + ۴b \end{cases} \Rightarrow x_۲ = x_۱ \Rightarrow ۱۲ + ۲b = ۲۴ + ۴b \Rightarrow b = -۶$$
$$x = t^۲ - ۶t + ۸$$
$$x = ۰ \Rightarrow t^۲ - ۶t + ۸ = ۰ \Rightarrow t = \frac{+۳ \pm \sqrt{۹ - ۸}}{۱}$$
$$t_۱ = ۲\,s\ ,\ t_۲ = ۴\,s$$

جدول نشان می‌دهد در سه ثانیهٔ اول حرکت، متحرک در لحظهٔ $t = ۲\,s$ بردار مکانش تغییر جهت می‌دهد.

t	۰		۲		۴	
$x=t^۲-۶t+۸$		+	۰	−	۰	+

۱۲ گزینه ۴

باتوجه‌به شکل ابتدا سرعت متحرک کاهش و سپس افزایش می‌یابد و همچنین می‌دانیم شیب نمودار $x - t$ معرف سرعت متحرک است. تنها در گزینهٔ "۴"، شیب نمودار ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۱۳ گزینه ۳

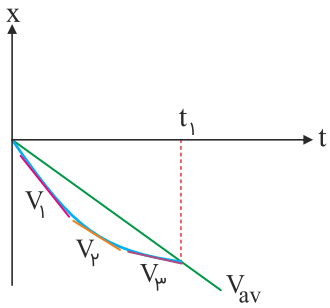
ممکن است مسیر حرکت متحرک مستقیم نباشد، در این صورت تندی متوسط بزرگ‌تر از سرعت متوسط است.

۱۴ گزینه ۲

اگر متحرک تغییر جهت ندهد اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده یکسان خواهد بود. می‌دانیم متحرک در نمودار مکان - زمان در رئوس سهمی تغییر جهت می‌دهد پس فقط در بازهٔ $t_۲$ تا $t_۴$ اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده یکسان نیست.

۱۵ گزینه ۳

همان‌طور که در شکل مشخص است ابتدا اندازهٔ شیب خط مماس (اندازهٔ سرعت لحظه‌ای) از اندازهٔ شیب خط واصل بین دو لحظهٔ ۰ تا $t_۱$ (اندازهٔ سرعت متوسط) بیشتر است و کم‌کم اندازهٔ شیب خط مماس از اندازهٔ شیب خط واصل بین ۰ تا $t_۱$ کمتر می‌شود.



۱۶ گزینه ۴

اندازهٔ شیب نمودار $x - t$ معرف تندی می‌باشد. مطابق نمودار، ابتدا اندازهٔ شیب نمودار کاهش پیدا کرده و به صفر رسیده است و سپس افزایش پیدا می‌کند، پس حرکت متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

۱۷ گزینه ۱

تندی در لحظهٔ $t = ۱۲\,s$ برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان است. پس:

$$v_{t=۱۲\,s} = \frac{۲۴۰}{۱۲-۴} = \frac{۲۴۰}{۸} = ۳۰\,m/s$$

اگر مکان متحرک در $t = ۱۴\,(s)$ را $x_{۱۴\,s}$ در نظر بگیریم، تندی متوسط متحرک در بازهٔ $(۲\,s, ۱۴\,s)$ برابر است با:

$$S_{av(۲\,s,۱۴\,s)} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{x_{۱۴\,s} - ۶۰}{۱۴-۲}$$

باتوجه‌به صورت تست، $S_{av(۲\,s,۱۴\,s)} = v_{t=۱۲\,s}$ است، پس:

$$\frac{x_{۱۴\,s} - ۶۰}{۱۴-۲} = ۳۰ \Rightarrow x_{۱۴\,s} = ۴۲۰\,m$$

حالا نسبت خواسته‌شده را به دست می‌آوریم. دو ثانیهٔ اول یعنی $(۰, ۲\,s)$ و دو ثانیهٔ هفتم یعنی $(۱۲\,s, ۱۴\,s)$، پس:

$$\frac{v_{av(۰,۲\,s)}}{v_{av(۱۲\,s,۱۴\,s)}} \frac{\frac{x_{۲\,s} - x_{۰}}{۲-۰}}{\frac{x_{۱۴\,s} - x_{۱۲\,s}}{۱۴-۱۲}} = \frac{x_{۲\,s} - x_{۰}}{x_{۱۴\,s} - x_{۱۲\,s}} = \frac{۶۰-۰}{۴۲۰-۲۴۰} = \frac{۶۰}{۱۸۰} = \frac{۱}{۳}$$

۱۸ گزینه ۲

حرکت کند شونده:

$$a.v < ۰ \Leftarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} ۰ < t < ۱ \Rightarrow a > ۰\,,\ v < ۰ \\ ۲ < t < ۵ \Rightarrow a < ۰\,,\ v > ۰ \end{array}\right\} \Rightarrow \text{کندشونده} : t = ۱ + ۳ = ۴\,s$$

چون محور زمان یک بار قطع‌شده، پس بردار مکان یک‌بار تغییر جهت داده است.

۱۹ گزینه ۴

بردار مکان برداری است که مبدأ مکان را به مکان جسم متصل می‌کند و اگر مکان جسم در قسمت منفی محور x باشد بردار مکان منفی و اگر در قسمت مثبت محور x باشد بردار مکان در جهت مثبت محور x خواهد بود. بنابراین بردار مکان ابتدا در خلاف جهت محور x سپس در جهت محور x است.

$$\Delta x = x_۲ - x_۱ = ۷ - (-۵) = ۱۲m(\text{در جهت محور } x)$$

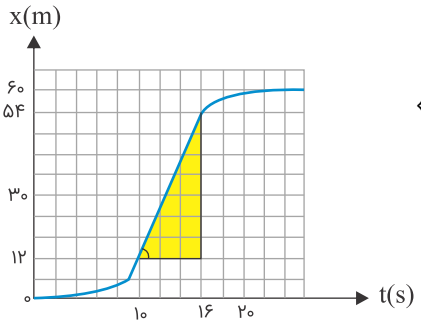
$$l = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| = ۱۴ + ۲ = ۱۶\,m$$

۲۰ گزینه ۴

در نمودار مکان- زمان، متحرک در هر لحظه فقط در یک مکان می‌تواند باشد.

۲۱ گزینه ۳

در نمودار مکان- زمان، شیب مماس بر نمودار بیانگر سرعت است. ازآنجاکه بیشینهٔ سرعت را می‌خواهیم، کافی است بیشترین شیب مماس بر نمودار را بیابیم. مطابق نمودار داریم:



$$\begin{cases} m_{max} = \dfrac{۵۴ - ۱۲}{۱۶ - ۱۰} = ۷ \\ v_{max} = m_{max} \end{cases} \Rightarrow v_{max} = ۷ m/s$$

۲۲ گزینه ۴

با عبور جسم از مبدأ محور، بردار مکان تغییر علامت می‌دهد. در این صورت به تعداد دفعه‌های عبور جسم از مبدأ محور علامت بردار مکان تغییر کرده است. باتوجه‌به نمودار مشخص می‌شود در لحظه‌های $t_۱ = ۲\,s$، $t_۲ = ۴\,s$ و $t_۳ = ۸\,s$ جسم از مبدأ محور عبور کرده است، یعنی بردار مکان سه بار تغییر جهت داده است.

تا زمانی که جسم در مکان‌های مثبت قرار گرفته است، علامت بردار مکان نیز مثبت است. یعنی در بازهٔ زمانی ($۲\,s$ تا $۴\,s$) و ($۸\,s$ تا $۹\,s$) علامت بردار مکان به مدت $۳\,s$ مثبت است.

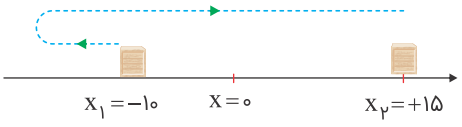
۲۳ گزینه ۴

بازه	۰ -۳	۳ -۶	۶ -۷	۷ -۹	۹ -۱۱	۱۱ -۱۲	۱۲ -۱۳
x	+	+	−	−	−	−	+
v	+	−	−	۰	−	+	+
a	−	−	−	۰	+	+	+

بنابراین باتوجه‌به جدول، مشاهده می‌شود در بازه‌های زمانی (۳-۶)، (۱۱-۹) و (۱۲-۱۳) ثانیه، حاصل‌ضرب شتاب در سرعت در مکان مثبت است، یعنی به مدت $۶ = ۱ + ۲ + ۳$ ثانیه.

۲۴ گزینه ۱

جسم از مکان‌های منفی، در خلاف جهت محور حرکت کرده است. در این صورت برای رسیدن به مکان‌های مثبت باید جهت حرکت خود را تغییر دهد. بنابراین مسافت طی‌شده توسط آن از جابجایی انجام شده بزرگ‌تر است.



$$\ell > d \Rightarrow \frac{\ell}{\Delta t} > \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow S_{av} > v_{av}$$

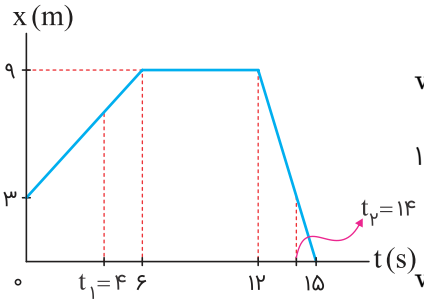
پس، تندی متوسط بزرگ‌تر از سرعت متوسط است.

ازطرفی می‌دانیم جابجایی بین دو نقطه مستقل از مسیر حرکت است. بنابراین جابجایی جسم برابر است با:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 15 - (-10) = 25\,m$$

۲۵ گزینه ۳

وقتی نمودار مکان- زمان متحرک به شکل یک خط راست است، سرعت متحرک ثابت و برابر شیب نمودار است. بنابراین، سرعت متحرک در لحظهٔ $t_1 = 4\,s$ برابر شیب نمودار در بازهٔ زمانی صفر تا $6\,s$ است.



$$v_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{9-3}{6-0} = \frac{6}{6} = 1\,m/s$$

با همین استدلال، سرعت متحرک در لحظهٔ $t_2 = 14\,s$ برابر شیب نمودار در بازهٔ زمانی $12\,s$ تا $15\,s$ است.

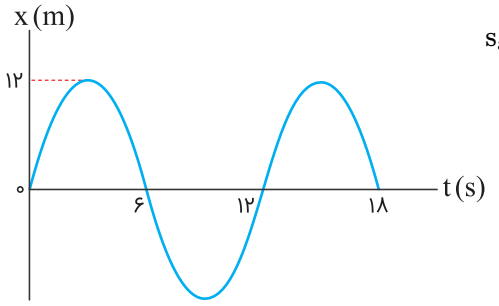
$$v_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{0-9}{15-12} = \frac{-9}{3} = -3\,m/s$$

شتاب متوسط بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 برابر است با:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-3-1}{14-4} = -\frac{4}{10} = -0/4\,m/s^2 \Rightarrow |a_{av}| = 0/4\,m/s^2$$

۲۶ گزینه ۲

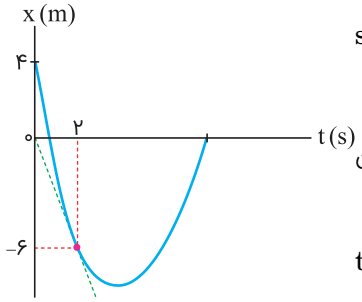
طبق رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، هنگامی‌که جابجایی متحرک صفر می‌شود، سرعت متوسط آن نیز صفر خواهد شد. باتوجه‌به نمودار رسم شده، اولین بار در لحظهٔ $t = ۶\,s$، متحرک به مکان اولیه‌اش در لحظهٔ $t = ۰$ رسیده و جابجایی و سرعت متوسط متحرک صفر می‌شود. برای به دست آوردن تندی متوسط در بازهٔ زمانی $۰ \le t \le ۶\,s$ داریم:



$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{۱۲ + ۱۲}{۶} = ۴\,m/s$$

۲۷ گزینه ۴

ابتدا تندی متوسط این متحرک را در ۲ ثانیهٔ اول حرکت محاسبه می‌کنیم:



$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{۱۰}{۲ - ۰} = ۵\,m/s$$

همان‌طور که می‌دانیم، شیب خط مماس بر نمودار $(x - t)$، برابر سرعت لحظه‌ای متحرک است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$|v| = |\text{شیب خط مماس}| : \text{اندازهٔ سرعت در لحظهٔ } t = ۲\,(s)$$

$$\Rightarrow |v| = |\frac{-۶ - ۰}{۲ - ۰}| = ۳\,m/s \Rightarrow \frac{|v|}{s_{av}} = \frac{۳}{۵}$$

۲۸ گزینه ۳

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱ و ۲) نادرست: هنگامی‌که متحرک به مبدأ مکان نزدیک می‌شود، طول بردار مکان کاهش می‌یابد. نزدیک شدن به مبدأ مکان می‌تواند هنگامی باشد که متحرک در جهت محور حرکت می‌کند یا هنگامی باشد که متحرک خلاف جهت محور حرکت می‌کند.

۴) نادرست؛ با دور شدن متحرک از مبدأ مکان، طول بردار مکان افزایش می‌یابد.

گزینهٔ "۳" درست است. هنگامی‌که بردارهای سرعت و مکان متحرک هم‌جهت‌اند، متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان است پس طول بردار مکان کاهش می‌یابد.

۲۹ گزینه ۴

متحرک در مدت $۲۰\,s$، $۱۶\,m$ را رفته و $۱۶\,m$ برگشته است؛ پس مسافتی برابر با $۳۲\,m$ را طی کرده است؛ بنابراین داریم:

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۳۲}{۲۰} = ۱/۶\,m/s$$

متحرک در لحظهٔ $t_۱ = ۱۰\,s$ در مکان $x_۱ = ۸\,m$ و در لحظهٔ $t_۲ = ۲۰\,s$ در مکان $x_۲ = ۰$ است؛ بنابراین داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰ - ۸}{۲۰ - ۱۰} = -۰/۸\,m/s$$

حالا داریم:

$$\frac{S_{av}}{|v_{av}|} = \frac{۱/۶}{۰/۸} = ۲$$

۳۰ گزینه ۱

$$t_۱ = ۱\,s \Rightarrow x(۱) = ۱\,m$$

$$t_۲ = ۴\,s \Rightarrow x(۴) = ۴۳\,m$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۴۳ - ۱}{۴ - ۱} = ۱۴\,m/s$$

۳۱ گزینه ۲

این ذره در لحظه‌های $۶\,s$ و $۱۵\,s$ برای اولین و آخرین بار تغییر جهت می‌دهد و در این لحظه‌ها به ترتیب در مکان‌های $۱۷\,m$ و $۳۱\,m$ قرار دارد. سرعت متوسط آن را در این بازهٔ زمانی حساب می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۳۱\,m - ۱۷\,m}{۱۵\,s - ۶\,s} = \frac{۱۴}{۹}\,m/s$$

همچنین ذره در لحظه‌های $۲\,s$ و $۲۰\,s$ از مبدأ مکان می‌گذرد. برای محاسبهٔ تندی متوسط ذره در این بازهٔ زمانی به این صورت عمل می‌کنیم:

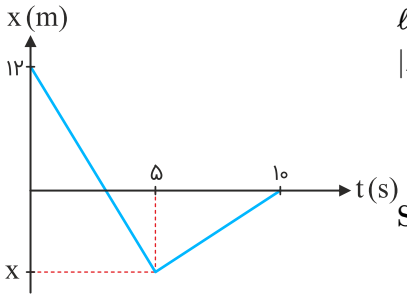
$$\begin{cases} \Delta x_۱(۲\,s, ۶\,s) = ۱۷\,m - ۰\,m = ۱۷\,m \\ \Delta x_۲(۶\,s, ۱۰\,s) = ۸\,m - ۱۷\,m = -۹\,m \\ \Delta x_۳(۱۰\,s, ۱۵\,s) = ۳۱\,m - ۸\,m = ۲۳\,m \\ \Delta x_۴(۱۵\,s, ۲۰\,s) = ۰\,m - ۳۱\,m = -۳۱\,m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مسافت طی‌شده } L = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| + |\Delta x_۳| + |\Delta x_۴| = ۸۰\,m$$

$$\Rightarrow S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{۸۰\,m}{۲۰\,s - ۲\,s} = \frac{۴۰}{۹}\,m/s \Rightarrow \frac{S_{av}}{v_{av}} = ۲/۸$$

۳۲ گزینه ۱

مکان متحرک در $t = ۵\,s$ را x در نظر می‌گیریم. باتوجه‌به نمودار مسافت و جابه‌جایی متحرک در ۱۰ ثانیهٔ نخست برابر است با:

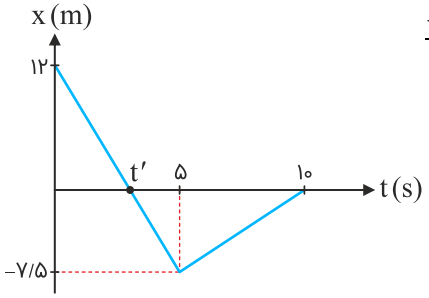


$$\ell = ۱۲ + ۲|x|\,m$$
$$|\Delta x| = ۱۲\,m$$

باتوجه‌به این‌که تندی متوسط، $۱/۵\,m/s$ بیشتر از اندازهٔ سرعت متوسط است، پس:

$$S_{av} - |v_{av}| = ۱/۵ \Rightarrow \frac{۱۲ + ۲|x|}{۱۰} - \frac{۱۲}{۱۰} = ۱/۵ \Rightarrow |x| = ۷/۵\,m$$

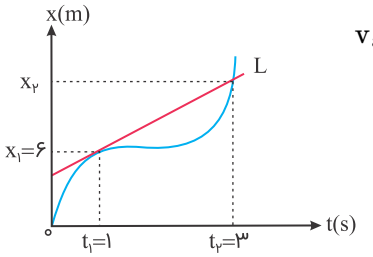
بردار مکان در لحظهٔ t' تغییر جهت داده است. باتوجه‌به نمودار، t' برابر است با:



$$\frac{-۷/۵ - ۱۲}{۵ - ۰} = \frac{۰ - ۱۲}{t' - ۰} \Rightarrow t' = \frac{۴۰}{۱۳}\,s$$

۳۳ گزینه ۲

سرعت متحرک در لحظهٔ $t_۱ = ۱s$ برابر شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه است (شیب خط L) و سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی ($t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۳\,s$) برابر شیب خط قاطع بر نمودار بین این دو لحظه (باز هم شیب خط L) است. پس سرعت متحرک در لحظهٔ $t_۱$ برابر سرعت متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ است.



$$v_{av} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} \Rightarrow ۳ = \frac{x_۲ - ۶}{۳ - ۱} \Rightarrow x_۲ - ۶ = ۶ \Rightarrow x_۲ = ۱۲\,m$$

۳۴ گزینه ۲

ابتدا متحرک در xهای مثبت قرار دارد و به سمت xهای منفی حرکت می‌کند. در xهای منفی تغییر جهت می‌دهد و دوباره به سمت xهای مثبت حرکت می‌کند. پس از مدتی طی مسافت در xهای مثبت، تغییر جهت می‌دهد و در ($x = ۰$) متوقف می‌شود.

۳۵ گزینه ۲

سرعت متوسط در ۱۰ ثانیهٔ اول $v_{av} = \frac{x_۱ - (-۵)}{۱۰} = \frac{x_۱ + ۵}{۱۰}$

سرعت در $t = ۱۰\,s$ $v = \frac{x_۱}{۱۰ - ۲} = \frac{x_۱}{۸}$

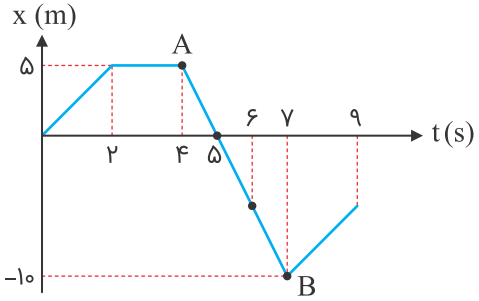
$$v_{av} = v_{t_{۱۰}} \Rightarrow \frac{x_۱ + ۵}{۱۰} = \frac{x_۱}{۸} \Rightarrow ۸x_۱ + ۴۰ = ۱۰x_۱ \Rightarrow x_۱ = ۲۰\,m$$
$$t = ۱۰\,s \Rightarrow v = \frac{x_۱}{۸} = \frac{۲۰}{۸} = ۲/۵$$

۳۶ گزینه ۴

الف: در مدت گفته شده نمودار صعودی است پس $v \geq ۰$ است. متحرک روی خط راست حرکت می‌کند و تغییر جهت نمی‌دهد. پس اندازه‌های جابه‌جایی و مسافت برابرند.

ب: لحظهٔ $t = ۵$ در بازهٔ $(۴, ۷)$ قرار دارد پس سرعت در این لحظه برابر با شیب خط AB است. پس : $v = \frac{-۱۵}{۳} = -۵$

پ: ثانیهٔ هفتم یعنی بازهٔ $(۶, ۷)$ و در این مدت، فاصله نمودار از محور افقی زیاد می‌شود که به معنی افزایش فاصلهٔ متحرک از مبدأ است.



ت: تندی لحظه‌ای، اندازهٔ سرعت لحظه‌ای است و همواره این دو هم‌اندازه هستند.

۳۷ گزینه ۲

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow ۵ = \frac{\ell}{۶ - ۳} \Rightarrow \ell = ۱۵\,m$$

$$\ell = |x_{۳s} - x_{۶s}| \Rightarrow x_{۳s} - ۰ = ۱۵ \Rightarrow x_{۳s} = ۱۵\,m$$

$$s_{t=۳s} = \text{اندازه شیب خط مماس} \Rightarrow s_{t=۳s} = \frac{۱۵}{۵} = ۳\,m/s$$

۳۸ گزینه ۴

در بازهٔ زمانی $۰ < t < t_۲$، سرعت متحرک مثبت و اندازهٔ آن در حال کاهش است؛ پس حرکت در این بازهٔ زمانی کندشونده است و درنتیجه شتاب در این بازهٔ زمانی منفی است. همچنین در بازهٔ زمانی $t_۲ < t < t_۳$، سرعت متحرک منفی و اندازهٔ آن در حال افزایش است؛ پس حرکت در این بازهٔ زمانی تندشونده است و درنتیجه شتاب در این بازهٔ زمانی نیز منفی است.

الف) در بازهٔ زمانی $t_۱ < t < t_۲$، متحرک از مبدأ دور می‌شود و حرکت کندشونده است؛ بنابراین مورد "الف" درست است.

ب) در بازه‌های زمانی $۰ < t < t_۱$ و $t_۲ < t < t_۳$، متحرک به مبدأ نزدیک می‌شود درحالی‌که در بازهٔ زمانی $t_۲ < t < t_۳$ حرکت تندشونده و در بازهٔ زمانی $۰ < t < t_۱$ حرکت کندشونده است؛ بنابراین مورد "ب" درست نیست.

پ) شتاب در لحظهٔ $t_۱$ منفی است و مورد "پ" درست نیست.

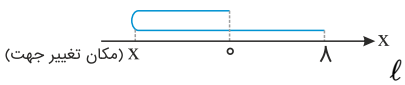
ت) شتاب در لحظهٔ $t_۳$ منفی است و مورد "ت" درست است.

ث) در لحظهٔ $t_۲$ شیب نمودار صفر و درنتیجه سرعت متحرک صفر است، اما تغییرات شیب نمودار نشان‌دهندهٔ تغییرات سرعت در این لحظه است و شتاب متحرک در این لحظه صفر نیست؛ بنابراین مورد "ث" درست نیست.

۳۹ گزینه ۲

مسیر و حرکت متحرک مطابق شکل زیر است.

باتوجه‌به مسیر حرکت $\ell = ۲|x| + ۸\,m$ و $|\Delta x| = ۸\,m$ است؛ بنابراین:



$$\ell = ۵|\Delta x| \Rightarrow ۲|x| + ۸ = ۵ \times ۸ \Rightarrow |x| = ۱۶\,m$$

۴۰ گزینه ۲

بردار مکان، برداری است که مبدأ مکان را به مکان متحرک وصل می‌کند؛ بنابراین اگر متحرک در xهای منفی باشد، بردار مکان خلاف جهت محور مکان و اگر در xهای مثبت باشد، بردار مکان در جهت محور مکان است.

$$x = t^{۲} - ۷t + ۱۰ = (t-۲)(t-۵) \Rightarrow$$

$t(s)$		۲		۵	
x	+	۰	−	۰	+

بنابراین در بازهٔ زمانی $(۲\,s - ۵\,s)$ یعنی به مدت ۳ ثانیه، بردار مکان متحرک خلاف جهت محور مکان است.

۴۱ گزینه ۴

ابتدا حجم یک آجر و حجم یک انبار را حساب می‌کنیم:

$$\text{حجم هر آجر کامل} Max = ۱ \times ۲ \times ۰/۵ = ۱(mm)^{۳} = ۱۰^{-۹}\,m^{۳}$$

$$\text{حجم انبار} = ۵ \times ۲ \times ۱۰ = ۱۰۰\,m^{۳}$$

$$n_{min} = \frac{\text{حجم انبار}}{\text{حجم آجر} max} = \frac{۱۰^{۲}}{۱۰^{-۹}} = ۱۰^{۱۱}$$

این حداقل (min) تعداد آجرهای موردنیاز است پس، به آجرهای بیشتری نیاز است پس فقط گزینهٔ ۴ می‌تواند پاسخ سوال باشد.

۴۲ گزینه ۳

ازآنجایی‌که بین BC و $EF^{۲}$ جمع است درنتیجه هر دو کمیت‌هایی با یکای یکسان با کمیت A هستند.

$$[J] = [N] \times [C] \Rightarrow \cancel{N} \times m = \cancel{N} \times [C] \Rightarrow [C] = m$$

یعنی کمیت C از جنس طول است.

$$[J] = [kg] \times [F^{۲}] \Rightarrow N \times m = kg \times [F^{۲}]$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{kg} \times m^{۲}}{s^{۲}} = \cancel{kg} \times [F^{۲}] \Rightarrow [F] = m/s$$

یعنی کمیت F از جنس سرعت (تندی) است.

$$\frac{[C]}{[F]} = \frac{\cancel{m}}{\frac{\cancel{m}}{s}} = s$$

در این صورت یکای نسبت خواسته‌شده بر حسب ثانیه، یعنی از جنس زمان است.

۴۳ گزینه ۴

مقدار اندازه‌گیری شده باید مضرب صحیحی از دقت باشد یعنی مضرب صحیحی از $۰/۴g = ۴۰۰mg$ که گزینه ۴ اینطور نیست.

$$\frac{۱۵۰۰}{۴۰۰} = ۳/۷۵$$

۴۴ گزینه ۳

دقت اندازه‌گیری ابزار دیجیتال (رقمی) برابر یک واحد از آخرین رقمی است که دستگاه می‌خواند، بنابراین:

$$\text{۲/۰۰}\ \overset{\text{آخرین رقم}}{\underset{\uparrow}{\text{۴}}}\ \text{mV} \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = \text{۰/۰۰۱ mV}$$

$$\xrightarrow{\text{۱ mV = ۱۰}^{\text{۳}}\ \mu\text{V}} \text{دقت اندازه‌گیری} = \text{۰/۰۰۱} \times \text{۱۰}^{\text{۳}}\ \mu\text{V} = \text{۱}\ \mu\text{V}$$

۴۵ گزینه ۲

ابتدا آهنگ تغییر سرعت را بدست می‌آوریم:

$$v_{۲} = ۶۳/۸\ \text{km/h}$$

$$v_{۱} = ۹/۸\ \text{km/h}$$

$$\Delta v = ۵۴\ \text{km/h} = ۱۵\ \text{m/s}$$

$$\text{آهنگ تغییر سرعت} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۵\ \text{m/s}}{۴۵\text{s}} = \frac{۱}{۳}\ \text{m/s}^{۲}$$

حال به روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$= \frac{۱}{۳}\ \text{m/s}^{۲} \times \frac{\text{dm}}{۱۰^{-۱}\text{m}} \times \frac{\text{s}^{۲}}{(\frac{۱}{۶۰}\ \text{min})^{۲}}$$

$$= \frac{۱}{۳} \times ۱۰^{+۱} \times ۳۶۰۰\ \text{dm/min}^{۲} = ۱۲۰۰۰\ \text{dm/min}^{۲}$$

۴۶ گزینه ۳

شکل (الف) یک ریزسنج دیجیتال را نشان می‌دهد. باتوجه‌به اینکه عددی که ریزسنج نشان داده است، سه رقم اعشار دارد، دقت آن برابر ۰/۰۰۱ mm معادل $۱۰^{-۶}$ m است.

شکل (ب) یک کولیس دیجیتال را نشان می‌دهد. باتوجه‌به اینکه عددی که کولیس نشان داده است، ۲ رقم اعشار دارد، دقت آن برابر ۰/۰۱ mm معادل $۱۰^{-۵}$ m است.

مطابق این توضیحات، فقط عبارت (الف) نادرست است.

۴۷ گزینه ۴

ابتدا به بررسی دقت اندازه‌گیری هر چهار گزینه برحسب متر، می‌پردازیم:

$$\text{گزینهٔ ۱} : ۱\ \text{cm}^{۳} = (۱۰^{-۲}\ \text{m})^{۳} = ۱۰^{-۶}\ \text{m}^{۳}$$

$$\text{گزینهٔ ۲} : ۰/۱\ \text{mm}^{۳} = ۰/۱ \times (۱۰^{-۳}\ \text{m})^{۳} = ۰/۱ \times ۱۰^{-۹}\text{m}^{۳} = ۱۰^{-۱۰}\ \text{m}^{۳}$$

$$\text{گزینهٔ ۳} : ۰/۰۱\ \text{dm}^{۳} = ۰/۰۱ \times (۱۰^{-۱}\ \text{m})^{۳} = ۰/۰۱ \times ۱۰^{-۳}\ \text{m}^{۳} = ۱۰^{-۵}\ \text{m}^{۳}$$

$$\text{گزینهٔ ۴} : ۰/۰۱ \times ۱۰^{-۶}\ \text{Gm}^{۳} = ۰/۰۱ \times ۱۰^{-۶}(۱۰^{۹}\ \text{m})^{۳} = ۱۰^{-۸} \times ۱۰^{+۲۷}\ \text{m}^{۳} = ۱۰^{۱۹}\ \text{m}^{۳}$$

توجه شود که صورت سوال کمترین دقت را پرسیده، بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۴۸ گزینه ۲

$$\text{۱۴ گره دریایی} \times \left(\frac{\text{۰/۵ m/s}}{\text{۱ گره دریایی}}\right) = \text{۷ m/s}$$

$$\text{۷ } \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \left(\frac{\text{۱ مایل دریایی}}{\text{۱۸۰۰ m}}\right) \times \left(\frac{\text{۳۶۰۰ s}}{\text{۱ h}}\right) = \text{۱۴ مایل دریایی/ساعت}$$

۴۹ گزینه ۲

نماد علمی به صورت مضربی از عددی بین ۱ تا ۱۰ در توان صحیحی از ۱۰ است.

الف) نماد علمی نیست چون : $\text{۰/۵} < \text{۱}$ ×

ب)

$$\text{۳۲/۰۸} \times \text{۱۰}^{-\text{۵}} = \text{۳/۲۰۸} \times \text{۱۰} \times \text{۱۰}^{-\text{۵}} = \text{۳/۲۰۸} \times \text{۱۰}^{-\text{۴}} \quad \surd$$

پ)

$$\text{۳۷۰۰} \times \text{۱۰}^{-\text{۸}} = \text{۳/۷} \times \text{۱۰}^{\text{۳}} \times \text{۱۰}^{-\text{۸}} = \text{۳/۷} \times \text{۱۰}^{-\text{۵}} \quad \times$$

فقط در یک مورد (ب) نماد علمی به‌درستی رعایت شده است.

۵۰ گزینه ۲

مسافت طی‌شده عبارت است از طول مسیر پیموده‌شده بنابراین کمیتی نرده‌ای بوده و جابه‌جایی نیز کمیت برداری است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱ : یکای سرعت در SI متر بر ثانیه است.

گزینه ۳ : واحد کمیت‌های سرعت و شتاب فرعی است.

گزینه ۴ : ویژگی یکاهای اندازه‌گیری است.

۵۱ گزینه ۲

$$\mathrm{a_{av}} = \frac{\Delta \mathrm{V}}{\Delta \mathrm{T}} = \frac{(\text{۱۰} \times \text{۲}^{\text{۲}} - \text{۵}) - (\text{۱۰} \times \text{۱} - \text{۵})}{\text{۲} - \text{۱}} \Rightarrow \mathrm{a_{av}} = \text{۳۰ m/s}^{\text{۲}}$$

۵۲ گزینه ۲

دانستن مفهوم شتاب و $\mathrm{v} = \mathrm{at} + \mathrm{v_{\circ}}$

$$\mathrm{v} = \text{۱۴۴ km/h} = \text{۴۰ m/s}$$

$$\mathrm{v} = \mathrm{at} + \mathrm{v_{\circ}} \Rightarrow \text{۴۰} = \mathrm{a} \times \text{۸} \Rightarrow \mathrm{a} = \text{۵ m/s}^{\text{۲}}$$

$$\mathrm{a'} = \mathrm{a} + \frac{\text{۲۵}}{\text{۱۰۰}}\mathrm{a} \Rightarrow \mathrm{a'} = \text{۵} + \frac{\text{۲۵}}{\text{۱۰۰}} \times \text{۵} = \text{۶/۲۵ m/s}^{\text{۲}}$$

$$\mathrm{v'} = \mathrm{a't} + \mathrm{v_{\circ}} \Rightarrow \text{۸۰} = \text{۶/۲۵} \times \mathrm{t} + \text{۴۰}$$

$$\Rightarrow \text{۴۰} = \text{۶/۲۵t} \Rightarrow \mathrm{t} = \text{۶/۴ s}$$

۵۳ گزینه ۳

در نمودار $x-t$ سرعت لحظه‌ای، شیب‌خط مماس بر نمودار در آن لحظه است.

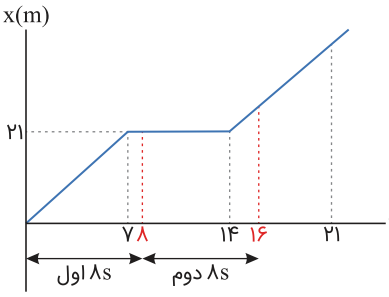
در این سؤال خط مماس را در هر لحظه می‌کشیم؛ چون شیب خط مماس در نقطهٔ A و B مثبت است و در D و E منفی و در C صفر است، پس مشخصاً سرعت در لحظهٔ C باید از سرعت در لحظهٔ A و B کوچک‌تر و از E و D بزرگ‌تر باشد. شیب خط در نقطهٔ B بیشتر از نقطهٔ A است؛ بنابراین $v_A < v_B$.

شیب خط در نقطهٔ D بیشتر از شیب در نقطهٔ E است اما به دلیل منفی بودن شیب در نقطهٔ E, D : $v_D < v_E$

بنابراین: $v_D < v_E < v_C < v_A < v_B$ و گزینهٔ ۳ پاسخ سؤال است.

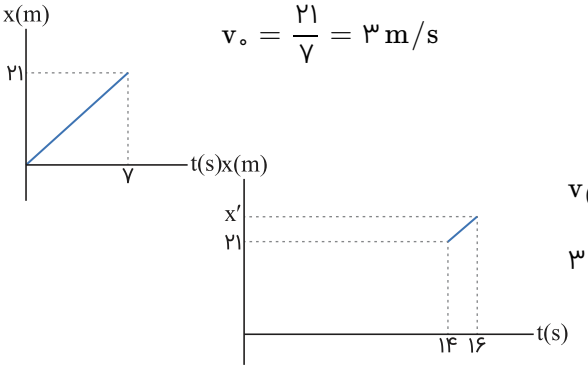
۵۴ گزینه ۳

شتاب متوسط برابر $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ است:



$$|a_{av_1}| = |a_{av_2}| \Rightarrow |\frac{\Delta v_1}{\Delta t_1}| = |\frac{\Delta v_2}{\Delta t_2}| \xrightarrow{\Delta t_1 = \Delta t_2 = 8\,s} |\Delta v_1| = |\Delta v_2|$$

در نمودار $x-t$ سرعت برابر شیب خط مماس است. باتوجه‌به نمودار، سرعت در لحظهٔ $t = 8\,s$ برابر صفر است. پس برای آن‌که تغییر سرعت‌ها برابر باشد باید سرعت در $t = 0$ با سرعت در $t = 16\,s$ برابر باشد:



$$v_0 = \frac{21}{7} = 3\,m/s$$

$$v_{(t=16\,s)} = \frac{x' - 21}{2} = 3 \Rightarrow x' = 27\,m$$

در بازهٔ $14\,s$ تا $21s$ شیب نمودار $x-t$ ثابت و سرعت حرکت ثابت و برابر $3\,m/s$ است.

۵۵ گزینه ۲

مدت‌زمانی را که طول می‌کشد تا اتومبیل از A تا O جابجا شود، با Δt_1 و زمان جابجایی از O تا B را با Δt_2 نشان می‌دهیم. زمان جابجایی از A تا B (یعنی Δt) برابر مجموع زمان‌های این دو بازه خواهد بود:

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 10 + 20 = 30\,s$$

بنابراین، سرعت متوسط اتومبیل در مسیر AB می‌شود:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_B - x_A}{\Delta t} = \frac{200 - (-100)}{30} = \frac{300}{30} \Rightarrow v_{av} = 10\,m/s$$

بازهٔ زمانی بین دو لحظه برابر اندازهٔ تفاضل لحظه‌ها از همدیگر است ($\Delta t = t_2 - t_1$)، ولی اگر حرکتی در چند بازهٔ زمانی متوالی انجام شود، زمان حرکت برابر مجموع زمان‌های این بازه‌ها است ($\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$).

۵۶ گزینه ۳

در لحظه‌ای که تندی متحرک $۲\,m/s$ باشد و جهت حرکت آن خلاف جهت محور حرکت باشد، بنابراین سرعت متحرک در آن لحظه برابر $v = -۲\,m/s$ است؛ پس:

$$v = -۲t + ۴ \xrightarrow{v=-۲\,m/s} -۲t + ۴ = -۲ \Rightarrow t = ۳\,s$$

۵۷ گزینه ۱

باتوجه‌به نمودار، متحرک در لحظهٔ $t = ۱۲s$ دارای سرعت صفر است و جایی که سرعت صفر شود حرکت تغییر جهت می‌دهد؛ پس داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۸ - ۶}{۱۲ - ۲} = -\frac{۱۴}{۱۰} = -۱/۴\,m/s$$

۵۸ گزینه ۳

شیب خط مماس بر نمودار مکان زمان با سرعت لحظه‌ای برابر است. در این صورت می‌توان برای تعیین سرعت در لحظهٔ $t = ۵s$ نوشت:

$$v = \text{شیب خط مماس در لحظهٔ } ۵s = -\frac{۱۰}{۷ - ۵} = -\frac{۱۰}{۲} = -۵m/s$$

برای محاسبهٔ تندی متوسط باید ابتدا طول مسیر پیموده شده در مدت ۱۰ ثانیه را حساب کنیم.

$$l = (۱۲ - ۹) + (۱۴ - ۹) = ۳ + ۵ = ۸m$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ محاسبهٔ تندی متوسط داریم:

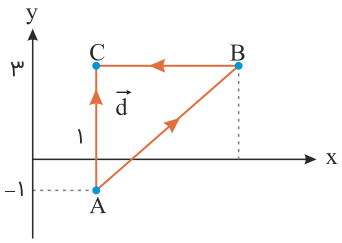
$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۸}{۱۰}m/s$$

پس نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{v}{S_{av}} = \frac{-۵}{\frac{۸}{۱۰}} = -\frac{۵۰}{۸} = -۶/۲۵$$

۵۹ گزینه ۴

باتوجه‌به شکل:

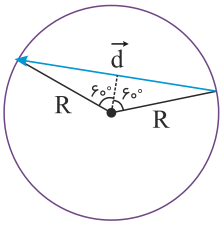


$$\begin{cases} \left|\vec{d}\right| = ۴ \\ \ell = \left|\overrightarrow{AB}\right| + \left|\overrightarrow{BC}\right| = \sqrt{(۴-۱)^۲ + (۳-(-۱))^۲} + ۳ = ۵ + ۳ = ۸ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{\ell} = \frac{۱}{۲}$$

۶۰ گزینه ۳

در یکی از مثلث‌های مشخص‌شده در شکل داریم:



$$\frac{d}{۲} = R\sin ۶۰ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}R$$

بنابراین جابه‌جایی در این مدت برابر با $d = R\sqrt{۳}$ است.

مدت‌زمان طی کردن $\frac{۱}{۳}$ محیط دایره برابر است با:

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} \xrightarrow{l=\frac{۱}{۳}(۲\pi R)} ۳۰ = \frac{\frac{۱}{۳} \times ۲ \times ۳ \times ۲۰}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{۴}{۳}\,s$$

بنابراین سرعت متوسط در این جابه‌جایی برابر است با:

$$V_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{R\sqrt{۳}}{\frac{۴}{۳}} = \frac{۲۰\sqrt{۳}}{\frac{۴}{۳}} = ۱۵\sqrt{۳}\,m/s$$