

پاسخنامه تشریحی

۱) فقط مورد «الف» صحیح است.

بررسی موارد:

مورد الف) اگر بافت ماهیچه‌ای دارای یاخته‌هایی باشد که همگی تک‌هسته‌ای‌اند آن ماهیچه از نوع صاف است.

مورد ب) برای ماهیچه قلبی نادرست است.

مورد ج) برای ماهیچه صاف صادق نیست.

مورد د) برای ماهیچه اسکلتی صادق نمی‌کند.

۲) فقط مورد «ب» درست می‌باشد.

بررسی موارد:

مورد الف) کربوهیدرات‌های موجود در لایه خارجی غشای سلول پوششی مری، فقط با بعضی از فسفولیپیدها و بعضی از پروتئین‌ها در سطح خارجی غشا پیوند برقرار می‌کنند و به کلاسترول موجود در غشا متصل نمی‌شوند.

مورد ب) کربوهیدرات‌های متصل به سطح خارجی غشا زنجیره‌ای از مونوساکاریدهای متصل به هم هستند (پلی‌مر) که هر مونوساکارید حداقل به یک مونوساکارید دیگر متصل است.

مورد ج) رشته‌های کلاژن و کشسان در ماده زمینه‌ای بافت پیوندی یافت می‌شوند نه بافت پوششی مری.

مورد د) موادی که می‌توانند از غشاء عبور کنند یا از فضای بین مولکول‌های لیپیدی می‌گذرند (انتشار ساده) و یا به کمک مولکول‌های پروتئینی غشا عبور می‌کنند. (انتقال فعال و انتشار تسهیل شده)

۳) فقط مورد «د» نادرست می‌باشد.

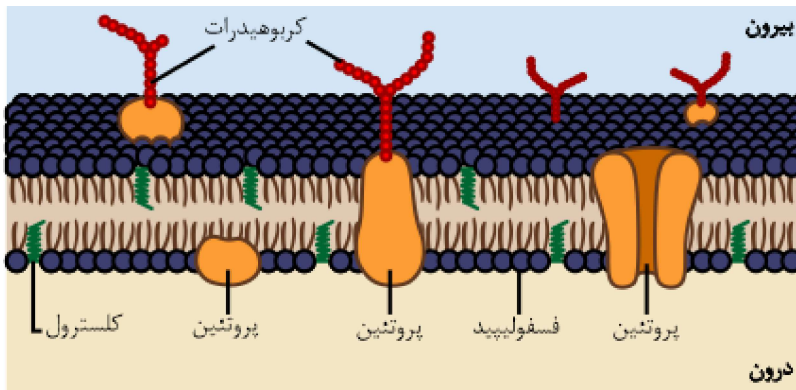
بررسی موارد:

مورد الف) کربوهیدرات‌ها تنها به مولکول‌های فسفولیپیدی و پروتئینی متصلند.

مورد ب) مولکول‌های کلاسترول در هر دو لایه غشای یاخته دیده می‌شوند.

مورد ج) فراوان‌ترین مولکول موجود در غشا فسفولیپیدها می‌باشند.

مورد د) همه کربوهیدرات‌های غشا در سطح خارجی آن قرار دارند و با مایع بین‌یاخته‌ای در تماس می‌باشند.



۴) همه موارد نادرست هستند.

بررسی موارد:

مورد «الف» و «د»: هسته یاخته‌های بافت پوششی روده در بخش تحتانی آن‌ها قرار گرفته است و این یاخته‌ها توسط غشای پایه که شبکه‌ای از رشته‌های پروتئینی و گلیکوپروتئینی است، به بافت زیرین متصل هستند؛ اما این بافت از نوع استوانه‌ای یک‌لایه‌ای است.

مورد «ب» و «ج»: یاخته‌های بافت پوششی معده و مری همانند سایر بافت‌ها پوششی به هم نزدیک هستند و بین آن‌ها فضای بین‌یاخته‌ای اندکی وجود دارد، اما این بافت در معده از یک لایه (نه لایه‌های) یاخته استوانه‌ای تشکیل شده است و در غشای پایه هم یاخته وجود ندارد. غشای پایه ساختار صرفاً مولکولی دارد.

۵) بررسی گزینه‌ها:

گزینه‌های ۱ و ۲) در سطح اجتماعات زیستی به دلیل حضور جمعیت‌های مختلف، گونه‌های مختلفی می‌توانند با یکدیگر و با افراد هم‌گونه خود در یک جمعیت در تعامل باشند.

گزینه ۳) تعامل با محیط از سطح بوم‌سازگان آغاز می‌شود؛ بنابراین در سطح اجتماعات زیستی تأثیر محیط بر جاندار بررسی نمی‌شود.

۴) تعامل جمعیت‌های مختلف زیستی در سطح اجتماع زیستی بررسی می‌شود.

۶) در انتقال فعال جابه‌جایی مواد از طریق پروتئین‌های غشایی با مصرف انرژی صورت می‌گیرد؛ اما در انتشار ساده مواد از لایه‌های دو لایه فسفولیپید عبور می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱) جابه‌جایی مواد در انتشار تسهیل شده برخلاف انتقال فعال در جهت شیب غلظت صورت می‌گیرد.

گزینه ۲) هر دو فرآیند درون‌بری و انتقال فعال با مصرف انرژی انجام می‌گیرد.

گزینه ۳) برون‌رانی قطعاً با مصرف ATP همراه است؛ در حالی که در انتقال فعال یکی از راه‌های تأمین انرژی استفاده از ATP است.



۷) با توجه به این نکته که کل سامانه چیزی بیشتر از مجموع اجزای آن است، هر سطح از سطوح سازمان‌یابی حیات چیزی بیشتر از مجموع اجزای تشکیل‌دهنده آن محسوب می‌شود. اما دقت کنید با توجه به اینکه در متن سوال در مورد همه جانداران سوال شده، گزینه‌های دیگر نمی‌توانند جواب باشند چون در تک‌باخته‌ای‌ها بافت، اندام و دستگاه تشکیل نمی‌شود.

۸) بررسی موارد: ۱ ۲ ۳ ۴

مورد الف) مولکول‌های کربن‌دار بعد از آب بیشترین ترکیب بدن جانداران است. (مولکول‌های زیستی)
مورد ب) CO_2 مولکول آلی نیست.

مورد ج) گلوکز واحد سازنده برخی ساکاریدها است که بسیار محسوب نمی‌شود. مانند دی‌ساکاریدها.
مورد د) در ساختار نشاسته تنها گلوکز مشاهده می‌شود.

۹) عبارتهای «ب»، «ج» و «د» به درستی بیان نشده‌اند. ۱ ۲ ۳ ۴

بررسی عبارت‌ها:

عبارتهای «الف» و «ج»: جمعیت، به افراد یک گونه که در زمان مشخص و در یک جا زندگی می‌کنند، گفته می‌شود. افراد یک گونه می‌توانند در دو جمعیت متفاوت زندگی کنند. مثلاً مرغ و خروس‌های ایرانی و ژاپنی، اعضای یک گونه هستند، اما به دلیل تفاوت مکان زندگی، دو جمعیت متفاوت محسوب می‌شوند و می‌توانند متعلق به دو زیست‌بوم متفاوت باشند.

عبارت «ب»: دقت کنید که هر زیست‌بوم از چند بوم‌سازگان تشکیل می‌شود (نه برعکس!).

عبارت «د»: وقتی از یک اجتماع صحبت می‌کنیم، منظور جمعیت‌های گوناگونی (افراد چند گونه که در یک جا زندگی می‌کنند) است که باهم در تعامل هستند. پس لزوماً متعلق به یک بوم‌سازگان خواهند بود.

۱۰) جانداران هفت ویژگی حیات در طول زندگی را با هم دارند. ۱- نظم و ترتیب: همه جانداران، سطوحی از سازمان‌یابی دارند و منظم‌اند. ۲- هم‌ایستایی (هومئوستازی): جانداران می‌توانند وضع درونی پیکر خود را در حد ثابتی نگه دارند. ۳- رشد و نمو: جانداران رشد و نمو می‌کنند. رشد به معنی بزرگ شدن و شامل افزایش برگشت‌ناپذیر ابعاد و یا تعداد باخته‌هاست. ۴- فرایند جذب و استفاده از انرژی: جانداران انرژی می‌گیرند؛ از آن برای انجام فعالیت‌های زیستی خود استفاده می‌کنند و بخشی از آن را به صورت گرما از دست می‌دهند. ۵- پاسخ به محیط: همه جانداران به محرک‌های محیطی پاسخ می‌دهند. ۶- تولیدمثل: جانداران، موجوداتی کم‌ویش شبیه خود را به وجود می‌آورند. ۷- سازش با محیط: جانداران ویژگی‌هایی دارند که برای سازش و ماندگاری در محیط، به آنها کمک می‌کنند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف»: دقت کنید که این جمله با به‌کار بردن لفظ «به همین جهت»، وجود سطوحی از سازمان‌یابی را دلیلی بر تولیدمثل دانسته است. در صورتی که سطوح سازمان‌یابی با ویژگی‌های حیات دو موضوع جداگانه هستند!

عبارت «ب»: این جمله با به‌کار بردن لفظ «همواره از این طریق»، پاسخ به محرک‌ها را به‌عنوان هومئوستازی معرفی کرده است.

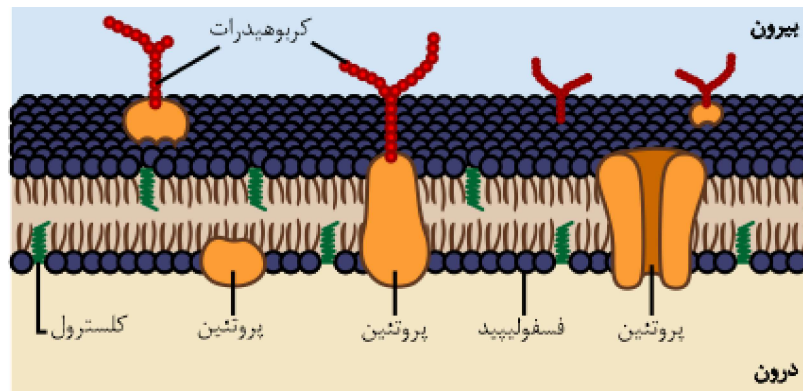
عبارت‌های «ج» و «د»: دقت کنید که همه جانداران شامل جانداران تک‌باخته‌ای و پرباخته‌ای می‌شود و به‌کار بردن لفظ «باخته‌ها»، برای همه جانداران نادرست است.

۱۱) کربوهیدرات‌ها در سطح خارجی غشاء به فسفولیپیدها و پروتئین‌های غشاء می‌توانند متصل شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۲): در لایه خارجی غشاء به بعضی از پروتئین‌های غشاء، کربوهیدرات متصل می‌شود.

گزینه (۳): در ساختار غشاء بعضی از پروتئین‌ها می‌توانند از عرض غشاء عبور کنند. (شکل ۱ فصل ۱)



گزینه (۴): در غشاء جانوری علاوه بر فسفولیپید، کلسترول نیز می‌تواند باشد.

۱۲) موارد «ب» و «د» عبارت را به درستی کامل می‌کنند. ۱ ۲ ۳ ۴

بررسی موارد:

موارد الف و د) جابه‌جایی مولکول‌ها در خلاف جهت شیب غلظت در طی انتقال فعال، با صرف انرژی از مولکول‌های پوانرژی نظیر ATP رخ می‌دهد.

مورد ب) مولکول‌هایی که با انتشار ساده جابه‌جا می‌شوند، در جهت شیب غلظت و با کمک انرژی جنبشی خود از بین مولکول‌های فسفولیپید (فراوان‌ترین مولکول‌های غشا) عبور می‌کنند.

مورد ج) جابه‌جایی مولکول‌ها در جهت شیب غلظت در طی انتشار تسهیل‌شده بدون صرف انرژی ATP می‌باشد.

۱۳) بعضی از جانداران مانند گیاهان قدرت جابه‌جایی و تحرک ندارند. ۱ ۲ ۳ ۴

۱۴) در انتشار ساده مواد هم در خلاف جهت شیب غلظت و هم در جهت شیب غلظت حرکت می‌کنند، اما به‌طور خالص (برآیند)، در جهت شیب غلظت است. اما در انتقال فعال مواد فقط در خلاف جهت شیب غلظت منتقل می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:



گزینه ۲: هم در انتشار تسهیل شده و هم در انتقال فعال پروتئین‌ها که متنوع‌ترین گروه مولکول‌های زیستی هستند، استفاده می‌شوند.

گزینه ۳: در انتقال فعال نیز می‌توان از انرژی مولکول ATP استفاده کرد.

گزینه ۴: پروتئین‌ها جزء مولکول‌های درشت هستند. آمینواسیدها از مولکول‌های کوچک محسوب می‌شوند که می‌توانند توسط انتقال فعال منتقل شوند.

۱۵) سطوح سازمان‌یابی حیات از پایین‌ترین سطح به بالاترین سطح به ترتیب زیر است:

یاخته، یافت، اندام، دستگاه، فرد، جمعیت، اجتماع، بوم‌سازگان، زیست‌بوم و زیست‌کره.

۱۶) عبارتهای (آ) و (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت نادرست:

(پ) اندازه یون حاوی تکنسیم (TcO_4^-) مشابه اندازه یون یدید است نه یون تکنسیم.

۱۷) ۱ ۲ ۳ ۴

$$F_1 = 20 \Rightarrow F_p + F_v = 100 \Rightarrow F_v = 100 - F_p$$

$$864 = \frac{(84 \times 20) + (86 \times F_p) + [88(100 - F_p)]}{100}$$

$$86400 = 16800 + 86F_p + 70400 - 88F_p \Rightarrow 2F_p = 87200 - 86400$$

$$2F_p = 80 \Rightarrow F_p = 40$$

$$F_v = 40$$

$$\frac{3}{4} \leftarrow \begin{matrix} {}^2_1H & \left\{ \begin{array}{l} e = p = n = 1 \\ 1 + 1 + 1 = 3 \end{array} \right. \\ {}^3_1H & \left\{ \begin{array}{l} e = p = 1 \\ n = 2 \end{array} \right. \end{matrix} \Rightarrow 2 + 1 + 1 = 4$$

۱۸) ذرات زیر اتمی: e, p, n برای ۱ ۲ ۳ ۴

ذرات زیر اتمی باردار فقط p و e هستند:

$$\begin{matrix} {}^3_1H & p = e = 1 \\ {}^1_1H & p = e = 1 \end{matrix} \Rightarrow 1 + 1 = 2 \Rightarrow \frac{2}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

۱۹) تنها عبارت پنجم درست است.

بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت اول: در سیاره مشتری عناصر کربن و گوگرد جزو عناصر جامد هستند.

عبارت دوم: هیدروژن و آهن به ترتیب فراوان‌ترین عناصر سازنده مشتری و زمین هستند.

عبارت سوم: هیدروژن، هلیوم و کربن به ترتیب فراوان‌ترین عناصر سازنده مشتری هستند.

عبارت چهارم: بعد از آهن، منیزیم دومین فلز فراوان سیاره زمین است.

عبارت پنجم: عمده عناصر سازنده سیاره مشتری هیدروژن و هلیوم هستند که سبک‌ترین نافلزات جدول دوره‌ای هستند.

۲۰) به جز مورد (آ)، بقیه موارد جمله داده شده را به درستی کامل می‌کنند.

(آ) رادیوایزوتوپ‌ها همان ایزوتوپ‌های ناپایدار و پرتوزا هستند. از ۷ ایزوتوپ هیدروژن، ۵ ایزوتوپ ناپایدار می‌باشند (${}^3_1H, {}^4_1H, {}^5_1H, {}^6_1H, {}^7_1H$) اما 3_1H با وجود رادیوایزوتوپ بودن، طبیعی است.

(ب) ایزوتوپ‌های پایدار هیدروژن، 1_1H و 2_1H می‌باشند که هر دو طبیعی هستند.

(پ) طبق جدول موجود در صفحه ۶ کتاب درسی، ایزوتوپ‌های ${}^3_1H, {}^4_1H, {}^5_1H, {}^6_1H$ و 7_1H دارای درصد فراوانی صفر در طبیعت هستند که همگی رادیوایزوتوپ می‌باشند.

(ت) مفهوم نیم‌عمر برای رادیوایزوتوپ‌ها تعریف می‌شود. پس حتماً ناپایدارها، دارای نیم‌عمر خواهند بود.

۲۱) عبارتهای (ب)، (پ) و (ت) نادرست‌اند.

(ب) ایزوتوپ‌های پرتوزا علاوه بر ذره‌های پرانرژی، مقدار زیادی انرژی نیز آزاد می‌کنند.

(پ) برای اغلب ایزوتوپ‌های ناپایدار رابطه روبه‌رو برقرار است:

$$\frac{N}{Z} \geq 1,5$$

اگر به سمت چپ نامعادله $\frac{Z}{N}$ و به سمت راست ۱ را اضافه کنیم، خواهیم داشت:

$$\frac{N+Z}{Z} \geq \frac{1,5+1}{1} \Rightarrow \frac{A}{Z} \geq 2,5 \Rightarrow \frac{Z}{A} \leq \frac{1}{2,5} \Rightarrow \frac{Z}{A} \leq 0,4$$

(ت) فراوانی همه ایزوتوپ‌های یک عنصر در طبیعت یکسان نیست.

۲۲) ۱ ۲ ۳ ۴

${}^{56}_{26}Fe$ دارای ۲۶ پروتون و ۳۰ نوترون است و شمار نوترون‌ها و پروتون‌های آن برابر نیست.

۲۳) ۱ ۲ ۳ ۴

$${}^{56}_{26}Fe \left\{ \begin{array}{l} Z = 26 \\ N = 56 - 26 = 30 \end{array} \right.$$

$$P + N + e = 96$$

ذرات زیراتمی درون هسته، N و P هستند:

$$\frac{N}{P} = \frac{6}{5} \Rightarrow N = \frac{6P}{5} = 1,2P$$

$$P + 1,2P + P = 96 \Rightarrow 3,2P = 96 \Rightarrow P = 30 (z = 30)$$

$$e = 30, \quad N = 36 \quad A = N + P = 66$$

$$\frac{A}{z} X \Rightarrow \frac{66}{30} X$$

1 2 3 4 24

$$X^2 : [1,8Ar] \Rightarrow e = 18 \Rightarrow Z = 16 \Rightarrow X : Z = 16, e = 16 \Rightarrow N = 2 \times 16 = 32$$

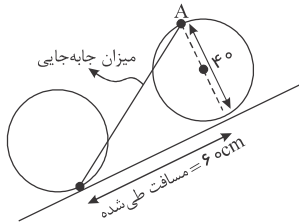
$$A = Z + N = 16 + 32 = 48$$

25 با شمارش تعداد اتمها، متوجه می شویم که 24 ایزوتوپ 1_0B و 6 ایزوتوپ 1_1B در شکل وجود دارند؛ بنابراین فراوانی ایزوتوپ 1_1B بیش تر است و هرچه یک ایزوتوپ در طبیعت فراوان تر باشد، یعنی پایدارتر است.

$$\text{جرم اتمی میانگین بور} = \frac{(24 \times 11) + (10 \times 6)}{30} = 10,8$$

1 2 3 4 26

چون جسم به اندازه نیم دور چرخیده مسافتی که طی می کند، نصف محیط دایره است.



$$\text{مسافت طی شده} = \frac{\text{محیط دایره}}{2} = \frac{\text{قطر} \times \pi}{2} \Rightarrow \frac{40 \times 3}{2} = 60 \text{ cm}$$

حال با استفاده از رابطه فیثاغورس میزان جابه جایی که وتر مثلث قائم الزاویه درون شکل می باشد را محاسبه می کنیم.

$$x^2 = 60^2 + 40^2 \Rightarrow x = \sqrt{3600 + 1600} = \sqrt{5200} = x = 20\sqrt{13}$$

27 می دانیم اگر طول سه بُردار (جابه جایی کمیته برداری است). در نامساوی مثلثی صدق کند، برآیند آنها می تواند صفر باشد؛

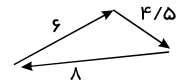
$$\text{If } \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0} \rightarrow \begin{cases} |b - c| \leq a \leq b + c \\ |a - c| \leq b \leq a + c \\ |a - b| \leq c \leq a + b \end{cases}$$

البته کافی است بزرگترین مقدار را مورد بررسی قرار دهیم. اگر نامساوی مربوطه صحیح بود نیازی به بررسی 2 نامساوی دیگر نیست. بنابراین:

$$7m - \Delta m \leq 10m \leq 7m + \Delta m$$

بنابراین: $(2 \leq \Delta \leq 10)$. پس می تواند برآیند این سه جابه جایی صفر شود و در نتیجه کمترین سرعت متوسط متحرک:

$$(v_{av}) = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \rightarrow |v_{av}| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} \rightarrow |v_{av}|_{min} = \frac{d_{min}}{\Delta t} = 0$$



28 برای پیدا کردن مدت زمان حرکت در هر مرحله از رابطه $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$ استفاده می کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

$$v_{av} = \frac{\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x}{\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x} = \frac{x}{x} = \frac{x}{x} = \frac{24 \times 16}{40} = 9,6$$

29 عددی که عقربه کیلومتر شمار اتومبیل نشان می دهد، درواقع تندی لحظه ای متحرک می باشد.

1 2 3 4 29
1 2 3 4 30

$$(a_{av})_{\Delta s=10s} = \frac{v_{10} - v_0}{10s - 0s} = -4 \Rightarrow v_{10} - v_0 = -20 \frac{m}{s} \quad (1)$$



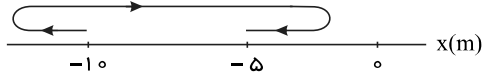
دیرستان دخترانه علوی واحد شرق

$$(a_{av})_{10s-12s} = \frac{v_{12} - v_{10}}{12s - 10s} = 2 \Rightarrow v_{12} - v_{10} = 4 \frac{m}{s} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow (v_{12} - v_{10}) + (v_{10} - v_5) = 4 + (-20) \Rightarrow v_{12} - v_5 = -16 \Rightarrow (a_{av})_{5s-12s} = \frac{v_{12s} - v_{5s}}{12s - 5s} = -\frac{16}{7} \frac{m}{s^2} \Rightarrow (a_{av})_{5s-12s} = -\frac{16}{7} \frac{m}{s^2} \rightarrow$$

چون a_{av} ها و \vec{v} ها همگی در امتداد محور x بودند.

۳۱) با توجه به بردارهای مکان و سرعت ساده‌ترین مسیر حرکت مطابق نمودار زیر است.



اکنون با توجه به نمودار بالا گزاره‌ها را بررسی می‌کنیم:

الف) در لحظاتی که جهت حرکت متحرک تغییر کرده است، تندی متحرک صفر شده است. بنابراین حداقل دو بار تندی متحرک، برابر صفر شده است. (درست)

ب) با توجه به اینکه در لحظه $t_p = 5s$ متحرک در جهت منفی از مکان $x_p = -5m$ عبور می‌کند، بنابراین در این لحظه متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان است. (درست)

پ) جهت بردار مکان متحرک زمانی تغییر می‌کند که متحرک از مبدأ مکان عبور کند. با توجه به اینکه مسافت طی شده توسط متحرک در این بازه زمانی $9m$ است. بنابراین متحرک از مبدأ مکان

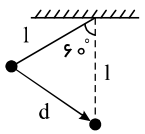
($x = 0$) عبور نمی‌کند و لذا جهت بردار مکان آن تغییر نمی‌کند. (درست)

ت) با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم: (نادرست)

$$\vec{v}_{av} = \frac{(x_p - x_1)\vec{i}}{t_p - t_1} \quad \begin{matrix} x_p = -5m, t_p = 5s \\ x_1 = -10m, t_1 = 2s \end{matrix}$$

$$\vec{v}_{av} = \frac{5}{3} \vec{i} \left(\frac{m}{s} \right)$$

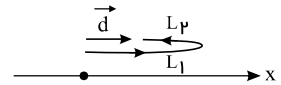
۳۲) با توجه به شکل روبه‌رو، اندازه جابه‌جایی آونگ برابر طول نخ آونگ است. (قاعده مثلث متساوی‌الساقینی که زاویه راس آن 60° باشد با ساق مثلث برابر است.)



$$d = l = 64cm = 0,64m$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{0,64m}{0,4s} = 1,6m/s$$

۳۳) با توجه به شکل مسیر حرکت جسم داریم:



برای محاسبه جابه‌جایی می‌توان نوشت:

$$l = (l_1 + l_2) \Rightarrow 60 = (27 + 13) + l_2$$

$$\Rightarrow l_2 = 60 - 40 = 20m$$

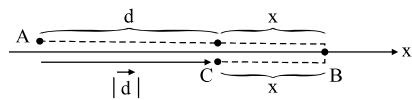
$$\vec{d} = (40 - 20)\vec{i} = +20\vec{i}$$

۳۴) سرعت متوسط، نسبت جابه‌جایی به زمان است، سرعت متوسط و جابه‌جایی کمیت برداری‌اند اما زمان یک کمیت نردهای است، به همین دلیل جهت سرعت

متوسط با جهت جابه‌جایی یکسان است.

۳۵) با توجه به شکل داریم:

$$l = d + x = 100m \quad (1)$$



$$\frac{l}{|d|} = \frac{v}{3} \rightarrow l = \frac{v}{3}|d| \rightarrow d + 2x = \frac{v}{3}d \rightarrow 2x = \frac{4}{3}d \rightarrow x = \frac{2}{3}d \quad (2)$$

$$(2), (1) \rightarrow d + \frac{2}{3}d = 100 \rightarrow \frac{5}{3}d = 100 \rightarrow d = 60m$$

با توجه به نسبت مسافت طی شده به بزرگی جابه‌جایی داریم:

۳۶) شرط آنکه یک معادله درجه دوم دارای دو ریشه حقیقی منفی متمایز باشد آن است که $\Delta > 0$ و $S < 0$ و $P > 0$ باشد.

$$\Delta > 0 \rightarrow b^2 - 4ac > 0 \rightarrow 4m^2 - 4(m-6)(-3) > 0 \Rightarrow m^2 + 3m - 18 > 0 \Rightarrow (m+6)(m-3) > 0$$

تعیین علامت
 $\rightarrow m < -6$ یا $m > 3$ (I)

تعیین علامت
 $S < 0 \Rightarrow \frac{-b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{2m}{m-6} < 0 \rightarrow 0 < m < 6$ (II)

$$P > 0 \Rightarrow \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{-3}{m-6} > 0 \Rightarrow m-6 < 0 \Rightarrow m < 6 \quad (III)$$

از اشتراک جواب‌های I و II و III به جواب $3 < m < 6$ می‌رسیم.

ابتدا با قرار دادن $x = 2$ در معادله داده شده، a را می‌یابیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۷)

$$x(ax^2 - x - 5) = 2 \xrightarrow{x=2} 2(4a - 2 - 5) = 2 \Rightarrow 4a - 7 = 1 \Rightarrow a = 2$$

پس معادله به صورت $0 = 2x^3 - x^2 - 5x - 2 = 0$ می‌شود. حال با تقسیم معادله بر $x - 2$ آن را به شکل زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$2x^3 - x^2 - 5x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(2x^2 + 3x + 1) = 0$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 - x^2 - 5x - 2 \\ -(2x^3 - 4x^2) \\ \hline 3x^2 - 5x - 2 \\ -(3x^2 - 6x) \\ \hline x - 2 \\ -(x - 2) \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} |x-2 \\ 2x^2 + 3x + 1 \end{array}$$

می‌دانیم مجموع دو ریشه دیگر که ریشه‌های معادله درجه دوم داخل پرانتز است، برابر با $-\frac{b}{a} = -\frac{3}{2}$ می‌شود.

اگر x' و x'' ریشه‌های معادله باشند، داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۸)

$$x' + x'' = -\frac{b}{a} = \frac{m+3}{m}, \quad x'x'' = \frac{c}{a} = \frac{5}{m}$$

$$\text{فرض مسأله: } x'^2 + x''^2 = 6 \Rightarrow (x' + x'')^2 - 2x'x'' = 6 \Rightarrow \left(\frac{m+3}{m}\right)^2 - \frac{10}{m} - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{m^2 + 6m + 9}{m^2} - \frac{10}{m} - 6 = 0 \xrightarrow{\times m^2} m^2 + 6m + 9 - 10m - 6m^2 = 0$$

$$\Rightarrow 5m^2 + 4m - 9 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} m = 1 \xrightarrow{\text{معادله}} x^2 - 4x + 5 = 0 : \Delta = 16 - 20 < 0 \\ m = -\frac{9}{5} \xrightarrow{\text{با توجه به گزینه ها}} \Delta > 0 \text{ است و نیازی به چک کردن گزینه ها نیست} \end{cases}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۳۹)

$$x^2 - 6x + 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} \text{جمع ریشه‌ها: } \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 6 \\ \text{ضرب ریشه‌ها: } \alpha\beta = \frac{c}{a} = 4 \end{cases}$$

$$\frac{\sqrt{\alpha}}{\beta} + \frac{\sqrt{\beta}}{\alpha} = A \rightarrow A^2 = \frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2} + \frac{2\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta} \rightarrow A^2 = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{(\alpha\beta)^2} + \frac{2}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2} + \frac{2}{\sqrt{\alpha\beta}}$$

$$\rightarrow A^2 = \frac{6^2 - 2(4)(6)}{16} + \frac{2}{2} = \frac{144}{16} + 1 = 9 + 1 \rightarrow A^2 = 10 \xrightarrow{A>0} A = \sqrt{10}$$

برای اینکه یک معادله درجه دوم دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد باید $\Delta > 0$ باشد بنابراین: (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۰)

$$\Delta \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow 36 - 4(2m-1)(m-2) > 0 \Rightarrow 9 - (2m^2 - 4m - m + 2) > 0$$

$$\Rightarrow 2m^2 - 5m - 7 = (m+1)(2m-7) < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -1 < m < 3,5$$

در ضمن ضریب x^2 نباید صفر باشد یعنی $m \neq \frac{1}{2}$ است.

$$m \in (-1, 3,5) - \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

α ریشه معادله است بنابراین در معادله صدق می‌کند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۱)

$$\alpha \xrightarrow{\text{صدق در معادله}} \alpha^2 - 2\alpha - 2 = 0 \rightarrow \alpha^2 = 2\alpha + 2$$

$$\text{پس: } \alpha^2 - \alpha + \beta = 2\alpha + 2 - \alpha + \beta = \underbrace{\alpha + \beta + 2}_{-\frac{b}{a}} = 2 + 2 = 4$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲

می‌دانیم که $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 2$ و $\alpha\beta = \frac{c}{a} = -4$ است.
 α ریشه‌ی معادله است پس در معادله، صدق می‌کند.

صدق
 $\alpha \rightarrow \alpha^2 - 2\alpha - 4 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 4 = 2\alpha$

$$(\alpha^2 - 4)^2 + 4\beta^2 = (2\alpha)^2 + 4\beta^2 = 4(\alpha^2 + \beta^2) = 4((\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta) = 4(4 + 8) = 48$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳

$$(x - 2)(x^2 + mx + m + 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^2 + mx + m + 3 = 0 \end{cases}$$

یک ریشه‌ی معادله $x = 2$ است و اگر ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $x^2 + mx + m + 3 = 0$ را α و β در نظر بگیریم طبق صورت مسئله $\alpha^2 + \beta^2 + 2^2 = 13$ است.
 مجموع مجذورات ریشه‌ها

$$\alpha^2 + \beta^2 + 4 = 13 \rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 9 \rightarrow (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 \xrightarrow{\begin{matrix} \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -m \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = m + 3 \end{matrix}}$$

$$m^2 - 2(m + 3) = 9 \rightarrow m^2 - 2m - 15 = 0 \rightarrow (m - 5)(m + 3) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} m = 5 \xrightarrow{\text{معادله‌ی درجه‌ی دوم}} x^2 + 5x + 8 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 25 - 32 < 0 \rightarrow \text{ریشه‌ی حقیقی ندارد} \\ m = -3 \xrightarrow{\text{معادله‌ی درجه‌ی دوم}} x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(x - 3) = 0 \rightarrow x = 0, x = 3 \end{cases}$$

بنابراین فقط $m = -3$ قابل قبول است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴
 می‌دانیم $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 4$ و $\alpha\beta = \frac{c}{a} = -2$ است. α ریشه‌ی معادله است، پس در معادله صدق می‌کند.

صدق در معادله
 $\alpha \xrightarrow{\text{صدق در معادله}} \alpha^2 - 4\alpha - 2 = 0 \Rightarrow \alpha^2 = 4\alpha + 2 \xrightarrow{\times \alpha} \alpha^3 = 4\alpha^2 + 2\alpha$

$$\Rightarrow \sqrt{\alpha^3 + 4\beta^2 + 2\beta} = \sqrt{4\alpha^2 + 2\alpha + 4\beta^2 + 2\beta} = \sqrt{4(\alpha^2 + \beta^2) + 2(\alpha + \beta)} = \sqrt{4((\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta) + 2(\alpha + \beta)}$$

$$= \sqrt{4(16 + 4) + 2(4)} = \sqrt{80 + 8} = \sqrt{88} = 2\sqrt{22}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵
 از عبارت‌های $\alpha^2 + 5\alpha$ و $\beta^2 + 5\beta$ و $x^2 + 5x$ متوجه می‌شویم که باید ریشه‌های معادله را در معادله صدق دهیم.

صدق در معادله
 $\alpha \xrightarrow{\text{صدق در معادله}} \alpha^2 + 5\alpha - 1 = 0 \rightarrow \alpha^2 + 5\alpha = 1$

صدق در معادله
 $\beta \xrightarrow{\text{صدق در معادله}} \beta^2 + 5\beta - 1 = 0 \rightarrow \beta^2 + 5\beta = 1$

در ضمن $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -5$ و $\alpha\beta = \frac{c}{a} = -1$ می‌باشد.

$$\frac{\alpha^3\beta + \alpha\beta^3}{(\alpha^2 + 5\alpha + 4)(\beta^2 + 5\beta + 7)} = \frac{\alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2)}{(1 + 4)(1 + 7)}$$

$$= \frac{\alpha\beta((\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta)}{(5)(8)} = \frac{-1(25 + 2)}{40} = \frac{-27}{40}$$