

پاسخنامه تشریحی

۱ دقت کنید یاخته‌های بافت پوششی همانند سایر یاخته‌های زنده بدن انسان توانایی تولید انواعی از پروتئین‌های غشایی را دارند. در بافت پوششی چند لایه یاخته‌های سطحی با غشای پایه در تماس نیستند.

۲ فقط مورد «ب» درست می‌باشد.

بررسی موارد:

مورد الف) کربوهیدرات‌های موجود در لایه خارجی غشای سلول پوششی مری، فقط با بعضی از فسفولیپیدها و بعضی از پروتئین‌ها در سطح خارجی غشا پیوند برقرار می‌کنند و به کلسترول موجود در غشا متصل نمی‌شوند.

مورد ب) کربوهیدرات‌های متصل به سطح خارجی غشا زنجیره‌ای از مونوساکاریدهای متصل به هم هستند (پلی‌مر) که هر مونوساکارید حداقل به یک مونوساکارید دیگر متصل است.

مورد ج) رشته‌های کلاژن و کشسان در ماده زمینه‌ای بافت پیوندی یافت می‌شوند نه بافت پوششی مری.

مورد د) موادی که می‌توانند از غشاء عبور کنند یا از فضای بین مولکول‌های لیپیدی می‌گذرند (انتشار ساده) و یا به کمک مولکول‌های پروتئینی غشا عبور می‌کنند. (انتقال فعال و انتشار تسهیل شده)

۳ همه موارد نادرست هستند.

بررسی موارد:

موارد «الف» و «د»: هسته یاخته‌های بافت پوششی روده در بخش تحتانی آن‌ها قرار گرفته است و این یاخته‌ها توسط غشای پایه که شبکه‌ای از رشته‌های پروتئینی و گلیکوپروتئینی است، به بافت زیرین متصل هستند؛ اما این بافت از نوع استوانه‌ای یک‌لایه‌ای است.

موارد «ب» و «ج»: یاخته‌های بافت پوششی معده و مری همانند سایر بافت‌ها پوششی به هم نزدیک هستند و بین آن‌ها فضای بین‌یاخته‌ای اندکی وجود دارد، اما این بافت در معده از یک لایه (نه لایه‌های) یاخته استوانه‌ای تشکیل شده است و در غشای پایه هم یاخته وجود ندارد. غشای پایه ساختار صرفاً مولکولی دارد.

۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه‌های ۱ و ۲) در سطح اجتماعات زیستی به دلیل حضور جمعیت‌های مختلف، گونه‌های مختلفی می‌توانند با یکدیگر و با افراد هم‌گونه خود در یک جمعیت در تعامل باشند.

گزینه ۳) تعامل با محیط از سطح بوم‌سازگان آغاز می‌شود؛ بنابراین در سطح اجتماعات زیستی تأثیر محیط بر جاندار بررسی نمی‌شود.

۴) تعامل جمعیت‌های مختلف زیستی در سطح اجتماع زیستی بررسی می‌شود.

۵

در تمامی انواع بافت پیوندی، بافت از یاخته‌ها، رشته‌های پروتئینی و ماده زمینه‌ای تشکیل شده است که رشته‌های پروتئینی آن توسط یاخته‌هایش ساخته می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱): هسته یاخته‌های بافت چربی و ماهیچه مخطط به غشای سیتوپلاسمی بسیار نزدیک شده است.

گزینه ۲): تمامی یاخته‌های بافت ماهیچه‌ای توانایی تحریک شدن دارند؛ درحالی‌که بافت عصبی از یاخته‌های غیرعصبی پشتیبان نیز تشکیل شده است که فاقد توانایی تحریک شدن و دریافت پیام‌های عصبی هستند.

گزینه ۳): یاخته‌های بافت پیوندی سست در تمامی لایه‌های تشکیل‌دهنده تمامی اندام‌های لوله گوارش شرکت دارند. تمامی لایه‌ها به علت داشتن رگ سلول‌های ماهیچه صاف هم دارند.

۶ در انتقال فعال جابه‌جایی مواد از طریق پروتئین‌های غشایی با مصرف انرژی صورت می‌گیرد؛ اما در انتشار ساده مواد از لایه‌های دو لایه فسفولیپید عبور می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱) جابه‌جایی مواد در انتشار تسهیل شده برخلاف انتقال فعال در جهت شیب غلظت صورت می‌گیرد.

گزینه ۲) هر دو فرآیند درون‌بری و انتقال فعال با مصرف انرژی انجام می‌گیرد.

گزینه ۳) برون‌رانی قطعاً با مصرف ATP همراه است؛ در حالی‌که در انتقال فعال یکی از راه‌های تأمین انرژی استفاده از ATP است.

۷ عبارتهای «ب»، «ج» و «د» به درستی بیان نشده‌اند.

بررسی عبارتهای:

عبارتهای «الف» و «ج»: جمعیت، به افراد یک گونه که در زمان مشخص و در یک جا زندگی می‌کنند، گفته می‌شود. افراد یک گونه می‌توانند در دو جمعیت متفاوت زندگی کنند. مثلاً مرغ و خروس‌های ایرانی و ژاپنی، اعضای یک گونه هستند، اما به دلیل تفاوت مکان زندگی، دو جمعیت متفاوت محسوب می‌شوند و می‌توانند متعلق به دو زیست‌بوم متفاوت باشند.

عبارت «ب»: دقت کنید که هر زیست‌بوم از چند بوم‌سازگان تشکیل می‌شود (نه برعکس!).

عبارت «د»: وقتی از یک اجتماع صحبت می‌کنیم، منظور جمعیت‌های گوناگونی (افراد چند گونه که در یک جا زندگی می‌کنند) است که باهم در تعامل هستند. پس لزوماً متعلق به یک بوم‌سازگان خواهند بود.

۸ جانداران هفت ویژگی حیات در طول زندگی را با هم دارند. ۱- نظم و ترتیب: همه جانداران، سطوحی از سازمان‌یابی دارند و منظم‌اند. ۲- هم‌ایستایی

(هومئوستازی): جانداران می‌توانند وضع درونی پیکر خود را در حد ثابتی نگه دارند. ۳- رشد و نمو: جانداران رشد و نمو می‌کنند. رشد به معنی بزرگ شدن و شامل افزایش برگشت‌ناپذیر ابعاد و یا تعداد یاخته‌هاست. ۴- فرایند جذب و استفاده از انرژی: جانداران انرژی می‌گیرند؛ از آن برای انجام فعالیت‌های زیستی خود استفاده می‌کنند و بخشی از آن را به صورت گرما از دست می‌دهند. ۵- پاسخ به محیط: همه جانداران به محرک‌های محیطی پاسخ می‌دهند. ۶- تولیدمثل: جانداران، موجوداتی کم‌بیش شبیه خود را به وجود می‌آورند. ۷- سازش با محیط: جانداران

ویژگی‌هایی دارند که برای سازش و ماندگاری در محیط، به آنها کمک می‌کنند.

بررسی عبارت‌ها:



عبارت «الف»: دقت کنید که این جمله با به کار بردن لفظ «به همین جهت»، وجود سطوحی از سازمان یابی را دلیلی بر تولیدمثل دانسته است. در صورتی که سطوح سازمان یابی با ویژگی های حیات دو موضوع جداگانه هستند!

عبارت «ب»: این جمله با به کار بردن لفظ «همواره از این طریق»، پاسخ به محرک ها را به عنوان هومئوستازی معرفی کرده است.

عبارت های «ج» و «د»: دقت کنید که همه جانداران شامل جانداران تک یاخته ای و پریاخته ای می شود و به کار بردن لفظ «یاخته ها» برای همه جانداران نادرست است.

۹) همه موارد نادرست اند. ۱ ۲ ۳ ۴

بررسی موارد:

(الف) و (د): در درون بری و برون رانی انرژی مصرف می شود اما پروتئین های غشایی در عبور مواد نقش ندارند. (ب) و (ج) در انتشار تسهیل شده پروتئین های غشایی نقش دارند که بدون صرف انرژی عمل می کنند.

۱۰) امکان مشاهده سطوح سازمان یابی حیات از سطح ۶ به بعد یعنی جمعیت در یک جاندار وجود ندارد. ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه ۱: همه جانداران در محیطی پیچیده، شامل عوامل غیرزنده مانند دما، رطوبت، نور و عوامل زنده شامل باکتری ها، قارچ ها، حشرات و مانند آن ها رشد می کنند و محصول می دهند.

گزینه ۲: در بدن پروانه های موناک، یاخته های عصبی (دارای انشعاب) وجود دارند که پروانه ها با استفاده از آن ها، جایگاه خورشید در آسمان و جهت مقصد را تشخیص می دهند و به سوی آن پرواز می کنند.

گزینه ۳: در جانداران مولکول های زیستی وجود دارند که در دنیای غیرزنده دیده نمی شوند.

۱۱) موارد (ب، ج، د) درست و مورد (الف) نادرست است. ۱ ۲ ۳ ۴

بررسی موارد:

مورد الف) همه انواع بافت پیوندی دارای ماده زمینه ای هستند.

مورد ب) در بافت پیوندی علاوه بر انواع یاخته ها، ماده زمینه ای و رشته های پروتئینی مانند کلاژن دیده می شود.

مورد ج) انواع و مقدار رشته های پروتئینی در انواع بافت پیوندی متفاوت است.

مورد د) در ماده زمینه ای بافت پیوندی، گلیکوپروتئین و رشته های پروتئینی دیده می شود که غشای پایه در بافت پوششی نیز از این جنس است.

۱۲) موارد (الف) و (ج) صحیح نیستند. ۱ ۲ ۳ ۴

بررسی موارد:

مورد الف) زیست شناسان پدیده هایی را که به صورت مستقیم یا غیرمستقیم قابل مشاهده و بررسی باشد، مورد ارزیابی قرار می دهند.

مورد ب) بررسی عوامل غیرزنده مؤثر بر حیات نیز در محدوده وظایف زیست شناسان تعریف می شود. (بررسی بوم سازگان)

مورد ج) زیست شناسان فقط به بررسی علت پدیده های طبیعی می پردازند.

۱۳) غلظت مواد در مایع بین یاخته ای و خون مشابه درون یاخته است. در نتیجه آب نمی تواند بیش از حد وارد یاخته شود. ۱ ۲ ۳ ۴

۱۴) میزان خدمات هر بوم سازگان به میزان تولید کنندگان آن بستگی دارد. پایدار کردن بوم سازگان به طوری که حتی در صورت تغییر اقلیم، تغییر چندان در مقدار تولید کنندگی آن ها روی ندهد، موجب ارتقای کیفیت زندگی انسان می شود.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱: سوخت های فسیلی موجب افزایش کربن دی اکسید جو، آلودگی هوا و در نهایت باعث گرمایش زمین می شوند. بدین لحاظ، انسان باید در پی منابع پایدار، مؤثرتر و پاک تر انرژی برای کاهش وابستگی به سوخت های فسیلی باشد.

گزینه ۲: غذای انسان به طور مستقیم یا غیر مستقیم از گیاهان به دست می آید؛ پس شناخت بیشتر گیاهان یکی از راه های تأمین غذای بیشتر و با مواد مغذی بیشتر است.

گزینه ۴: از راه های افزایش کمیت و کیفیت غذای انسان، شناخت روابط گیاهان و محیط زیست است.

۱۵) مورد ب نادرست است. ۱ ۲ ۳ ۴

بررسی موارد:

مورد الف) سوخت های فسیلی هم منشأ زیستی دارند و از تجزیه پیکر جانداران به وجود آمده اند.

مورد ب) دقت شود که جنگل زدایی موجب کاهش تنوع زیستی می شود.

مورد ج) از پزشکی شخصی برای تشخیص و درمان بیماری ها استفاده می شود.

۱۶) اگر فراوانی ایزوتوپ سنگین تر را x در نظر بگیریم، می توان نوشت:

روش اول:

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{F_1 + F_2}$$

$$107,87 = \frac{106,91(100 - x) + 108,9x}{100}$$

درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین تر $x \approx 48,24$

روش دوم:

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_2}{100}(M_2 - M_1) \Rightarrow 107,87 = 106,91 + \frac{F_2}{100}(108,90 - 106,91) \Rightarrow 0,96 = \frac{F_2}{100} \times 1,99 \Rightarrow F_2 = \frac{96}{1,99} \approx 48,24$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$\left. \begin{array}{l} n + p = 122 \\ n - e = \frac{p}{3} \\ e - p = 3 \end{array} \right\} \xrightarrow{e=p+3} \left\{ \begin{array}{l} n + p = 122 \\ n - \frac{p}{3} = 3 \end{array} \right. \Rightarrow p = 51, n = 71, e = 54$$



دقت کنید که در اتم X ، تعداد الکترون‌ها و پروتون‌ها با هم برابر است.

$$n + p + e = 71 + 51 + 51 = 173$$

۱۸) خط طیفی X_p از خط طیفی X_1 ، طول موج بلندتری دارد و از آنجا که می‌دانیم طول موج با انرژی رابطه معکوس دارد، بنابراین اختلاف انرژی بین دو لایه اولیه و نهایی در X_p کوچکتر از X_1 می‌باشد. از طرف دیگر، از این نکته هم باید استفاده کنیم که در طیف نشری خطی هیدروژن، انتقال‌هایی که از لایه‌های بالاتر به لایه $n = 2$ انجام می‌گیرند، در محدوده طول موج مرئی 4000 تا 7000 نانومتر قرار می‌گیرند. از بین دو انتقال D و E که به $n = 2$ می‌آیند، انتقال E ، تفاوت انرژی کم‌تری نسبت به انتقال A دارد؛ پس خط طیفی X_p می‌تواند مربوط به انتقال E باشد.

۱۹) فقط عبارت (پ) درست است.

بررسی موارد:

(آ) از اتم ${}^{99}_{43}\text{Tc}$ برای تصویربرداری غده تیروئید استفاده می‌شود (جای عدد اتمی و عدد جرمی اشتباه نوشته شده است).

(ب) هر دو نوع گلوکز معمولی و نشان‌دار، توسط یاخته‌های بدن جذب می‌شود.

(پ) در ${}^{235}_{92}\text{U}$ نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها به صورت زیر است:

$$\frac{235 - 92}{92} = 1,55$$

(ت) یون یدید با یونی که حاوی تکنسیم است، اندازه مشابهی دارد.

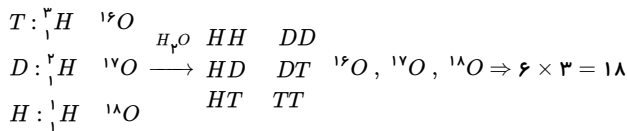
۲۰) بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) انرژی هر رنگ نور مرئی، با طول موج آن نسبت عکس دارد.

(ت) هر چه فاصله میان لایه‌های انتقال الکترون در اتم برانگیخته هیدروژن بیشتر باشد، انرژی بیشتر و طول موج نور، کوتاه‌تر است.

۲۱) ۱ ۲ ۳ ۴

برای راحتی، ایزوتوپ‌های ${}^1_1\text{H}$ ، ${}^2_1\text{H}$ و ${}^3_1\text{H}$ را به ترتیب با نمادهای H ، D و T نشان می‌دهیم:



۲۲) هر عنصر، طیف نشری خطی منحصر به فرد خود را دارد و مانند اثر انگشت می‌توان برای شناسایی عناصر استفاده کرد، لازم به ذکر است عناصر هم‌گروه خواص شیمیایی مشابه دارند.

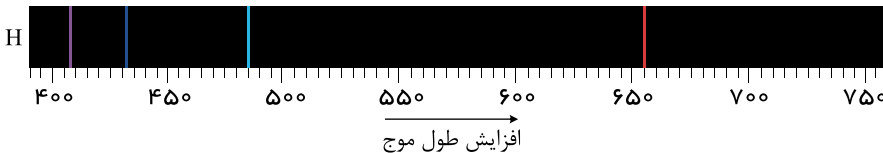
بررسی گزینه ۴) از آنجا که در گستره مرئی، نور سرخ دارای کمترین انرژی است؛ بنابراین می‌تواند در انتقال الکترونی بین دو لایه با تفاوت انرژی کم، ظاهر شود.

۲۳) عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(آ) مدل اتمی بور در توجیه طیف نشری خطی سایر عناصر ناکام بود.

(ت) در طیف نشری خطی عنصر هیدروژن با حرکت به سمت طول موج‌های کمتر، فاصله نوارهای رنگی مجاور کمتر می‌شود.



۲۴) ۱ ۲ ۳ ۴

${}^{56}_{26}\text{Fe}$ دارای ۲۶ پروتون و ۳۰ نوترون است و شمار نوترون‌ها و پروتون‌های آن برابر نیست.

۲۵) ۱ ۲ ۳ ۴

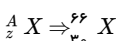
$$P + N + e = 96$$

ذرات زیراتمی درون هسته، N و P هستند:

$$\frac{N}{P} = \frac{6}{5} \Rightarrow N = \frac{6P}{5} = 1,2P$$

$$P + 1,2P + P = 96 \Rightarrow 3,2P = 96 \Rightarrow P = 30 (z = 30)$$

$$e = 30, \quad N = 36 \quad A = N + P = 66$$

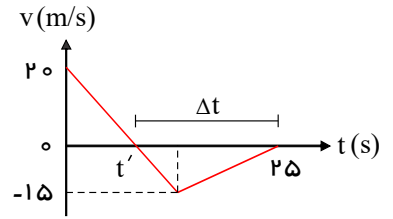


۲۶) سرعت متحرک از لحظه $t' = 25\text{s}$ منفی بوده و متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت است. برای محاسبه سرعت متوسط به روش زیر عمل می‌کنیم.



$$\Delta x = -S = -\frac{15 \times \Delta t}{2}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-15\Delta t}{2\Delta t} = -\frac{15}{2} = -7,5 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_{av}| = 7,5 \frac{m}{s}$$



۲۷) رابطه مکان - زمان یک متحرک باید شرایط یک تابع را دارا باشد و در نتیجه نمودار مکان - زمان آن نیز باید شکل نمودار یک تابع ریاضی باشد، زیرا در غیر این صورت حداقل در یک زمان، متحرک در دو یا چند مکان قرار دارد و در واقعیت این اتفاق هرگز رخ نمی‌دهد.

۲۸) شیب نمودار مکان - زمان سرعت است. باتوجه به نمودار سرعت ابتدا زیاد است، به تدریج کم شده و دوباره زیاد می‌شود. می‌دانیم هر وقت سرعت بیشتر باشد جسم محل مورد نظر را سریع‌تر پشت سر می‌گذارد و زمان کمتری دیده می‌شود. پس این جسم در میانه مسیر باید بیشتر دیده شود و در نتیجه گزینه (۴) صحیح است.

۲۹) سرعت در لحظه $t = 2s$ برابر شیب خط مماس بر نمودار یعنی صفر است. سرعت در لحظه $t = 6s$ در نقطه B برابر شیب خط مماس در B است.

$$v = \text{شیب خط} = \frac{4}{6-4} = 2 \frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{2 - 0}{6 - 2} = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

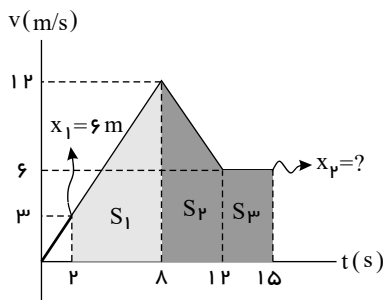
$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{4 - 8}{4} = -1 \frac{m}{s}$$

$$\frac{a_{av}}{v_{av}} = \frac{\frac{1}{2}}{-1} = -\frac{1}{2}$$

۳۰) گام اول: ابتدا سرعت متحرک را در $t = 2s$ می‌یابیم. چندین روش وجود دارد. مثلاً اینکه از $t = 0$ تا $t = 8s$ شتاب ثابت است (چون شیب خط مماس بر نمودار $v - t$ برابر شتاب بوده و شیب تغییر نموده است).

$$a = (a_{av})_{0-8s} = (a_{av})_{0-2s} \Rightarrow \frac{12 - 0}{8 - 0} = \frac{v - 0}{2 - 0} \Rightarrow v = 3 \frac{m}{s}$$

(برای یافتن v در $t = 2s$ راه‌های زیادی وجود دارد: معادله خط، تالس، مفهوم شتاب، معادله سرعت و ...)
گام دوم: از $t = 2s$ تا $t = 15s$ مساحت سطح زیر نمودار را یافته و کار تمام!



$$\Delta x = \Delta x_p - (-6) = S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow x_p + 6 = \underbrace{\frac{1}{2} \times 6 \times (3 + 12)}_{45} + \underbrace{\frac{1}{2} \times (4) \times (6 + 12)}_{36} + \underbrace{3 \times 6}_{18} \Rightarrow x_p + 6 = 99 \Rightarrow x_p = 93m \Rightarrow \vec{x}_p = 93\vec{i}$$

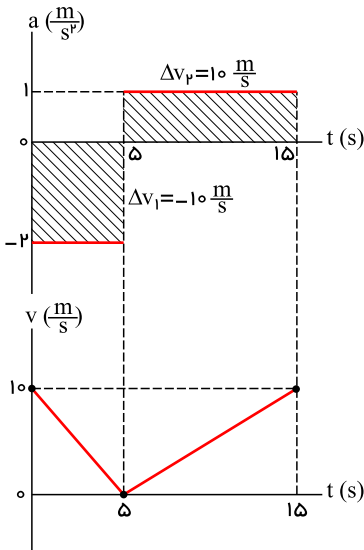
۳۱) فقط گزینه 'ب' درست است، زیرا در بازه t_1 تا t_p ، سرعت مثبت است یعنی متحرک در جهت محور حرکت کرده.

گزینه الف غلط است چون در لحظه t_1 فقط جهت شتاب تغییر کرده

گزینه پ غلط است چون در بازه صفر تا t_1 تندی در حال افزایش است.

گزینه ت غلط است چون در بازه صفر تا t_p در ابتدا شتاب مثبت (در جهت محور) سپس منفی است (در خلاف جهت محور)، (دقت کنید که شیب خط مماس بر $v - t$ همان شتاب متحرک است.)

۳۲) اگر نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کنیم، داریم:



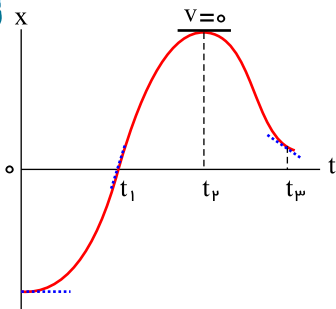
با توجه به نمودار سرعت - زمان، متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، پس جهت بردار سرعت آن تغییر نمی‌کند. (رد عبارت الف)
 و از آنجا که متحرک در امتداد خط راست (محور x) حرکت می‌کند و تغییر جهت نمی‌دهد، مسافت و جابه‌جایی طی شده، هم‌اندازه هستند (درستی عبارت ب)
 و با توجه به شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 10}{15} \Rightarrow a_{av} = 0$$

درستی عبارت د)

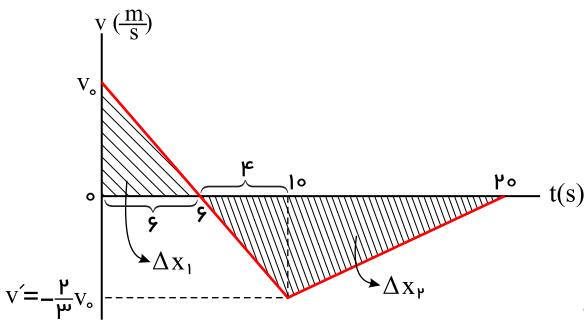
از طرفی متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، پس سرعت متوسطش صفر نمی‌شود. (رد عبارت ت)
 در نتیجه عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

- ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳



می‌دانیم که قدرمطلق شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه، برابر تندی متحرک در آن لحظه است. با توجه به شکل، اندازه شیب خط مماس بر نمودار در لحظه t_1 بیشتر از بقیه است.

- ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴



ابتدا سرعت متحرک را در لحظه‌های $t = 0s$ و $t = 10s$ می‌یابیم. با توجه به تشابه مثلث‌ها داریم:

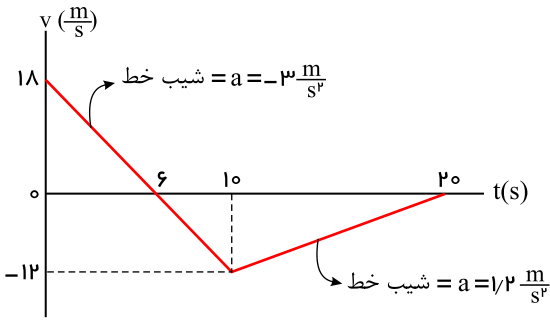
$$\frac{4}{6} = \frac{v'}{v_0} \xrightarrow{v' < 0} v' = -\frac{2}{3}v_0$$

$$\Delta x_1 = \frac{6 \times v_0}{2} = 3v_0$$

$$\Delta x_2 = \frac{(20 - 6) \times -\frac{2}{3}v_0}{2} \Rightarrow \Delta x_2 = -\frac{14}{3}v_0$$

$$l = \Delta x_1 + |\Delta x_2| = 3v_0 + \frac{14}{3}v_0 = \frac{23}{3}v_0$$

$$\xrightarrow{l=138m} 138 = \frac{23}{3}v_0 \Rightarrow v_0 = 18 \frac{m}{s}$$



یعنی نمودار سرعت - زمان به صورت زیر است:

برای لحظه $t = 2s$ داریم:

$$v = at + v_0 = -3t + 18 \xrightarrow{t=2s} v_1 = -3 \times 2 + 18 \Rightarrow v_1 = 12 \frac{m}{s}$$

و برای لحظه $t = 12s$ داریم:

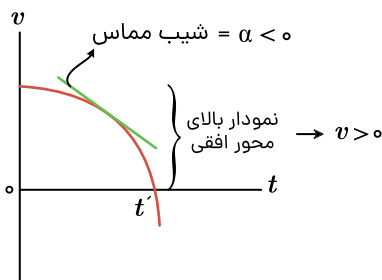
$$v = at + v_0 = 1/2 \times 2 - 12 \Rightarrow v_2 = -9/6 \frac{m}{s}$$

(دقت کنید که سرعت اولیه در مرحله دوم حرکت، همان سرعت در لحظه $t = 10s$ است.)

و در نهایت داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-9/6 - 12}{12 - 2} = \frac{-21/6}{10} \Rightarrow |a_{av}| = 2/16 \frac{m}{s^2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵



کافی است نمودار تابع درجه‌ی دوم داده شده را با نیمساز ناحیه اول ($y = x$) تلاقی دهیم و معادله تلاقی باید ریشه‌ی مضاعف داشته باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶

$$\begin{cases} y = 2x^2 + (m+1)x + m + 6 \\ y = x \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} 2x^2 + (m+1)x + m + 6 = x \Rightarrow 2x^2 + mx + m + 6 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = m^2 - 4(2)(m+6) = m^2 - 8m - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (m - 12)(m + 2) = 0 \Rightarrow m = 12, -2$$

حال باید بررسی کنیم به ازای کدام مقدار m ، طول نقطه تماس مثبت است (در ناحیه اول x مثبت است).

$$m = 12 : 2x^2 + 12x + 18 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 0 \Rightarrow (x + 3)^2 = 0 \Rightarrow x = -3$$

$$m = -2 : 2x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$$

y همواره مثبت است و می‌دانیم شرط مثبت بودن یک عبارت درجه‌ی دوم آن است که $\Delta < 0$ ، $a > 0$ باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷

$$I : a > 0 \rightarrow m + 2 > 0 \rightarrow m > -2$$

$$II : \Delta < 0 \rightarrow 16 - 4(m+2)(m-1) < 0 \rightarrow 16 - 4m^2 + 4m - 8m + 8 < 0$$

$$\rightarrow 4m^2 + 4m - 24 > 0 \rightarrow m^2 + m - 6 > 0 \rightarrow (m+3)(m-2) > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} m < -3, m > 2$$

از اشتراک I ، II به جواب $m > 2$ می‌رسیم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

خط $x = 2$ محور تقارن تابع درجه‌ی دوم داده شده است.

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = 2 = \frac{-1}{2a - 2} \Rightarrow 4a - 4 = -1 \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3 \xrightarrow{y=0} y = x^2 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 6 \end{cases}$$

چون طول مثبت را خواسته پس $x = 6$ جواب مسأله است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

شرط آنکه سهمی همواره پایین محور x ها باشد، آن است که $a < 0$ و $\Delta < 0$ باشد:

$$a < 0 \Rightarrow 1 - m < 0 \Rightarrow m > 1 \quad (I)$$

$$\Delta < 0 \xrightarrow{b^2 - 4ac < 0} 4(m-3)^2 - 4(1-m)(-1) < 0 \xrightarrow{\div 4} (m-3)^2 + (1-m) < 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 6m + 9 + 1 - m < 0 \Rightarrow m^2 - 7m + 10 < 0 \Rightarrow (m-2)(m-5) < 0 \Rightarrow 2 < m < 5 \quad (II)$$

از اشتراک I و II به جواب $2 < m < 5$ می‌رسیم.

چون دو نمودار در یک نقطه متقاطع اند، پس مختصات این نقطه‌ی مشترک $(A \mid -1)$ در هر دو تابع صدق می‌کند.

$$A \mid -1 \xrightarrow{y=2x+b} 0 = -2 + b \rightarrow b = 2$$

$$A \mid -1 \xrightarrow{y=ax^2+bx-3} 0 = a + 2(-1) - 3 \rightarrow a = 5$$

ابتدا معادله‌ی درجه‌ی دومی را می‌نویسیم که ریشه‌هایش دو برابر ریشه‌های معادله داده شده باشد و سپس معادله‌ای می‌نویسیم که ریشه‌هایش یک واحد کمتر از ریشه‌های معادله‌ی نوشته شده باشد. برای نوشتن معادله‌ی درجه‌ی دومی که ریشه‌هایش k برابر ریشه‌های معادله‌ی داده شده‌ای باشد باید b را در k و c را در k^2 ضرب کنیم و برای نوشتن معادله‌ی درجه‌ی دومی که ریشه‌هایش k واحد کمتر از ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم داده شده‌ای باشد، باید x را به $x+k$ تبدیل کنیم.

$$2x^2 - 5x + 1 = 0 \xrightarrow{\substack{2 \text{ در } b \\ x \rightarrow x+1}} 2x^2 - 10x + 4 = 0 \xrightarrow{x \rightarrow x+1} 2(x+1)^2 - 10(x+1) + 4 = 0$$

$$\xrightarrow{2 \text{ در } c} 2x^2 + 4x + 2 - 10x - 10 + 4 = 0 \rightarrow 2x^2 - 6x - 4 = 0 \rightarrow x^2 - 3x - 2 = 0$$

با تغییر متغیر $t = x^2$ معادله داده شده به یک معادله درجه دوم تبدیل می‌شود:

$$x^2 - 3x^2 + 1 = 0 \xrightarrow{x^2=t} t^2 - 3t + 1 = 0 \rightarrow t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = x^2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{2}} \\ t = x^2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}} \end{cases}$$

پس مجموع مجزورات برابر است با:

$$\left(\sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{2}} \right)^2 + \left(-\sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{2}} \right)^2 + \left(\sqrt{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}} \right)^2 + \left(-\sqrt{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}} \right)^2$$

$$= \frac{3 + \sqrt{5}}{2} + \frac{3 + \sqrt{5}}{2} + \frac{3 - \sqrt{5}}{2} + \frac{3 - \sqrt{5}}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

از آنجایی که α و β ریشه‌های معادله هستند، در معادله صدق می‌کنند؛ داریم:

$$\begin{cases} \alpha^2 - 4\alpha - 6 = 0 \rightarrow \alpha^2 - 6 = 4\alpha \\ \beta^2 - 4\beta - 6 = 0 \rightarrow \beta^2 - 6 = 4\beta \end{cases}$$

$$\text{پس: } \frac{\alpha}{\alpha^2 - 6} + \frac{\beta}{\beta^2 - 6} = \frac{\alpha}{4\alpha} + \frac{\beta}{4\beta} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

برای به دست آوردن طول نقاط تلاقی باید معادله $f(x) = 0$ را حل کنیم:

$$(x-1)(x^2 - 2mx - m - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2mx - m - 1 = 0 \end{cases}$$

یک ریشه معادله $x = 1$ است و اگر ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - 2mx - m - 1 = 0$ را α و β بنامیم، با توجه به صورت مسئله داریم:

$$\alpha^2 + \beta^2 + 1^2 = 9 \rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 8 \rightarrow S^2 - 2p = 8$$

$$\xrightarrow{\substack{S=2m \\ P=-m-1}} (2m)^2 - 2(-m-1) = 8 \rightarrow 4m^2 + 2m + 2 = 8$$

$$\rightarrow 4m^2 + m - 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = -\frac{3}{4} \end{cases} \rightarrow |m_1 - m_2| = \frac{5}{4}$$

ابتدا تابع درجه‌ی دوم داده شده را به صورت $f(x) = ax^2 + 2x + 2a - 1$ مرتب می‌کنیم. چون تابع درجه‌ی دوم دارای Min است بنابراین ضریب a باید مثبت باشد یعنی $a > 0$. چون تابع دارای Min است و در ربع سوم قرار دارد پس محور x ها را در دو نقطه‌ی متمایز قطع می‌کند یعنی $\Delta > 0$.

$$\Delta > 0 \rightarrow b^2 - 4ac > 0 \rightarrow 4 - 4a(2a - 1) > 0 \rightarrow 4 - 8a^2 + 4a > 0$$

$$\Rightarrow 8a^2 - 4a - 4 < 0 \Rightarrow \frac{x}{\text{عبارت}} \left| \begin{array}{ccc} -\infty & -\frac{1}{2} & 1 & +\infty \\ & + & - & + \end{array} \right. \Rightarrow -\frac{1}{2} < a < 1 : II$$

از اشتراک I و II به جواب $0 < a < 1$ می‌رسیم.



از طرفی طول رأس سهمی یعنی $-\frac{b}{2a}$ نیز باید منفی باشد.

برقرار است چون $0 < a < 1$ است. $\rightarrow \frac{-2}{2a} < 0 \rightarrow \frac{-b}{2a} < 0$