

پاسخ سؤال ۱

گزینه ۲

۱

گزینه ۲ صحیح است.

گزینه ۱

۲

ابتدا وزن آب بالا آمده درون لوله موئین را حساب می‌کنیم.

$$V_{\text{آب}} = Ah = 0.2 \times (10^{-3})^2 \times 50 \times 10^{-2} = 10^{-7} \text{ m}^3$$

$$m_{\text{آب}} = \rho V = 1000 \times 10^{-7} = 10^{-4} \text{ kg}$$

$$W_{\text{آب}} = mg = 10^{-4} \times 10 = 10^{-3} \text{ N}$$

نیروی دگرچسبی آب و شیشه برابر وزن آب بالا آمده است پس برابر با  $10^{-3}$  نیوتون می‌باشد.

گزینه ۲

۳

موارد (الف)، (ب) و (پ) نمونه‌هایی از وجود کشش سطحی هستند، ولی موارد (ت) و (ث) به علت تفاوت اندازه نیروی هم‌چسبی و نیروی دگرچسبی هستند.

گزینه ۲

۴

علت نادرستی گزینه ۴: در گزینه ۴ شکل آب، درون لوله‌ها درست رسم شده اما شکل مایع در بیرون لوله نادرست رسم شده است. علت نادرستی گزینه‌های ۱ و ۳: در لوله‌های باریک‌تر خاصیت موئینگی بارزتر است درحالی‌که در این گزینه‌ها عکس این اتفاق رسم شده است.

گزینه ۲

۵

فشار نقاط M و N با هم برابر است. فشار نقاط P و Q نیز با هم برابر است.

$$P_N = P_M \Rightarrow P_A = P_B + \rho gh_1 \quad (1)$$

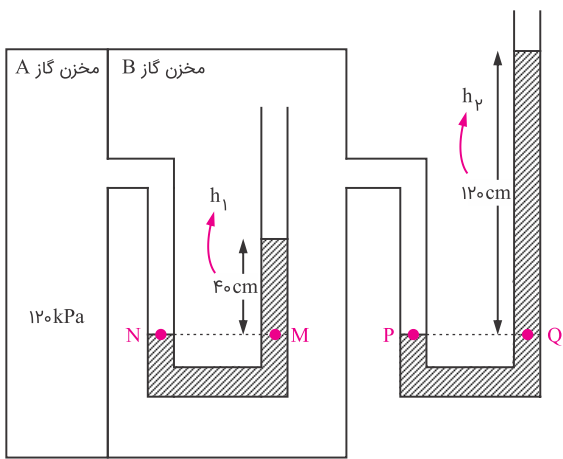
$$P_P = P_Q \Rightarrow P_B = P_0 + \rho gh_2 \quad (2)$$

با جایگذاری  $P_B$  در رابطه (۱)،  $\rho$  را به دست می‌آوریم:

$$P_A = P_0 + \rho gh_1 + \rho gh_2$$

$$\Rightarrow 120 \times 10^3 = 10^5 + \rho \times 10(h_1 + h_2)$$

$$20 \times 10^3 = \rho \times 10(1/6) \Rightarrow \rho = 1250 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1250 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$



گزینه ۳

۶

با استفاده از رابطه تغییرات فشار، چگالی مایع را به دست می‌آوریم:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow (1/2 - 1) \times 10^5 = \rho \times 10 \times 1/6$$

$$\Rightarrow \rho = 1/25 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \Rightarrow \rho = 1/25 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

فشار پیمانه‌ای در عمق ۱ متری برابر است با:

$$P_g = \rho g h = 1/25 \times 10^3 \times 10 \times 1 = 12500 \text{ Pa}$$

گزینه ۱

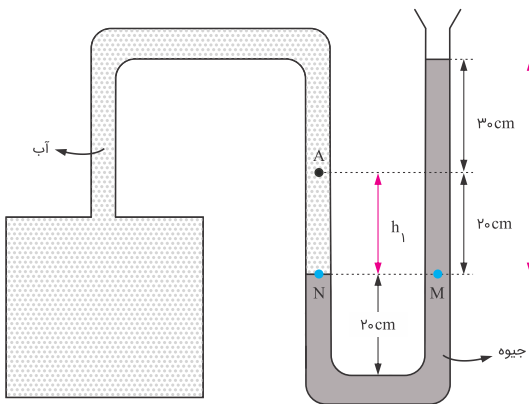
۷

فشار دو نقطه M و N برابرند. بنابراین:

$$P_N = P_M \Rightarrow P_A + \rho_{\text{آب}} g h_1 = P_0 + \rho_{\text{جیوه}} g h_2$$

$$h_2 \Rightarrow P_A - P_0 = \rho_{\text{جیوه}} g h_2 - \rho_{\text{آب}} g h_1$$

$$\begin{aligned} P_{g(A)} &= 13600 \times 10 \times 0/5 - 10^3 \times 10 \times 0/2 \\ &= 68000 - 2000 \\ &= 66000 = 66 \text{ kPa} \end{aligned}$$



گام اول: می‌دانیم فشار گاز درون یک ظرف که در حال تعادل است، در همه نقاط ظرف یکسان است. برای پاسخ این سؤال از سطح جیوه در شاخه B در مسیر لوله حرکت می‌کنیم و در نقاطی از مایع که پایین می‌رویم، چون فشار زیاد می‌شود می‌توان تغییر فشار را با علامت مثبت و اگر بالا می‌رویم، تغییر فشار را با علامت منفی در نظر می‌گیریم. پس داریم:

$$P_B + 10 + 4 = P_0 \quad (1)$$

$$\rho = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

گام دوم: فشار هوا را برحسب cmHg حساب می‌کنیم:

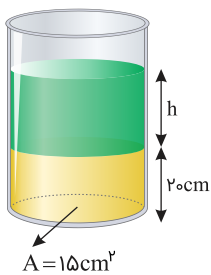
$$P_0 = 1360 h$$

$$h = \frac{95200}{1360} = 70 \text{ cm} \Rightarrow P_0 = 70 \text{ cmHg}$$

گام سوم: فشار گاز B را از معادله (1) حساب می‌کنیم:

$$P_B = 70 - 10 - 4 = 56 \text{ cmHg}$$

ابتدا فشار مایع (1) را بر حسب سانتی‌متر جیوه محاسبه می‌کنیم:



$$\rho_{\text{مایع}} g h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow 2 \times 20 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 2/94 \text{ cm}$$

$$\rho_{\text{مایع}} = 2/94 \text{ cm Hg} \Rightarrow \rho_{\text{تف}} = 2/94 + 75 = 77/94$$

طبق صورت سوال فشار 10% افزایش می‌یابد، یعنی:

$$\Delta P = \frac{10}{100} \times P_1 = \frac{10}{100} \times 77/94 = 7/79 \simeq 7/8 \text{ cm Hg}$$

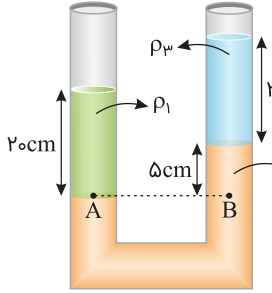
اختلاف فشار ناشی از اضافه شدن مایع دوم است پس برای حالت دوم که مایع دوم به ظرف اضافه شده داریم:

$$(\rho g h)_{\text{جیوه}} = (\rho g h)_{\text{مایع دوم}}$$

$$\Rightarrow 7/8 \times 13/6 = 1/06 \times h \Rightarrow h = 100 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow V = Ah = 15 \times 100 \Rightarrow 1501 \text{ cm}^3 \simeq 1/5 \text{ L}$$

برای فشار نقاط هم تراز A و B داریم:



$$\begin{aligned}
 P_A = P_B &\Rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 \\
 &\Rightarrow \cancel{P_0} + \rho_1 g (20) = \cancel{P_0} + \rho_2 g (10) + \rho_3 g (20) \\
 &\Rightarrow \rho_1 (20) = \rho_2 (10) + \rho_3 (20) \xrightarrow{\rho_3 = \frac{\rho_1}{2}} 20\rho_1 = 10\rho_2 + 20\left(\frac{\rho_1}{2}\right) \\
 &\Rightarrow 10\rho_1 = 10\rho_2 \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = 2
 \end{aligned}$$

از روابط فشار کمک می‌گیریم:

$$\begin{cases} P = \frac{F}{A} \\ P = \rho g h + P_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{F}{A} = \rho g h + P_0 \Rightarrow \frac{73200}{1200 \times 10^{-4}} = 1020 \times 10 \times h + 10^5 \\
 \Rightarrow h = \frac{10^4 (61 - 10)}{10200} = 0.5 \times 10^2 = 50 \text{ m}$$

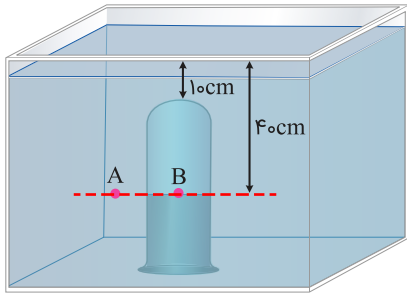
ابتدا از رابطهٔ چگالی، ارتفاع آب و جیوه را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} h_{\text{Hg}} = \frac{272}{13/6 \times 20} = 1 \text{ cm} \\ h_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{544}{1 \times 20} = 27/2 \end{cases} \Rightarrow \rho_{\text{H}_2\text{O}} h_{\text{H}_2\text{O}} = \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}} \\
 \Rightarrow 1 \times 27/2 = 13/6 \times h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 2 \text{ cm} \\
 P_{\text{ج}} = P_{\text{Hg}} + P_{\text{H}_2\text{O}} + P_0 = 1 + 2 + 75 = 78 \text{ cm Hg} = 78 \times 1360 = 106080 \text{ Pa}$$

فشار پیمانه‌ای، اختلاف فشار داخل زودپز و فشار هوا را نشان می‌دهد که برابر با فشار ناشی از وزنه است پس:

$$P_g = \frac{F}{A} \Rightarrow P_g A = F = mg \Rightarrow 10^5 \times 5 \times 10^{-6} = m \times 10 \Rightarrow m = 50 \text{ g}$$

فشار در نقاط A و B با هم برابر است. در این صورت می‌توان نوشت:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho g h + P_0 = P_{\text{گاز}}$$

با استفاده از مفهوم فشار پیمانه‌ای داریم:

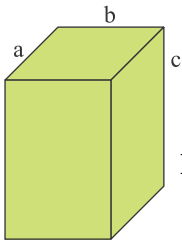
$$P_g = P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho g h$$

$$\Rightarrow P_g = 1700 \times 10 \times 0/4 = 6800 \text{ Pa}$$

برای تبدیل فشار پیمانه‌ای بر حسب  $P(\text{cmHg})$  به  $P(\text{Pa})$  داریم:

$$P_g = \frac{6800}{1360} = 5 \text{ cmHg}$$

فشاری که این جسم به سطح افقی وارد می‌کند ناشی از نیروی وزن آن است.



$$P = \frac{W}{A} \Rightarrow \begin{cases} P_{\text{max}} = \frac{W}{A_{\text{min}}} \\ P_{\text{min}} = \frac{W}{A_{\text{max}}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{\text{max}}}{P_{\text{min}}} = \frac{A_{\text{max}}}{A_{\text{min}}} = \frac{2 \times 3}{1 \times 2} = 3$$

راه حل تستی:

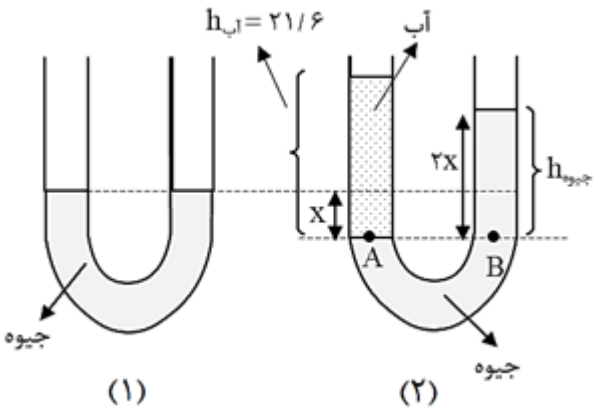
$$\frac{P_{\text{max}}}{P_{\text{min}}} = \frac{\rho g L_{\text{max}}}{\rho g L_{\text{min}}} = \frac{L_{\text{max}}}{L_{\text{min}}} = \frac{3}{1} = 3$$

گام اول

الف) اگر در یکی از شاخه‌ها روی جیوه آب بریزیم تا ستون آب به ۲۱/۶ سانتی‌متر برسد  $h_{آب} = ۲۱/۶ \text{ cm}$   
 ب) سطح جیوه در شاخهٔ مقابل، نسبت به وضعیت اولیه چند سانتی‌متر بالا می‌رود؟  $h_{جیوه} = ?$

گام دوم

برای درک بهتر سؤال شکل لوله را در دو حالت قبل و بعد از اضافه کردن آب رسم می‌کنیم.



نقطهٔ A در سطح جدایی دو مایع و نقطهٔ B را هم‌ارتفاع با A در نظر می‌گیریم که فشار این نقاط یکسان خواهد بود ( $P_A = P_B$ ) و میزان h جیوه را به دست می‌آوریم و از این طریق مقدار x نیز به دست می‌آید. بنابراین:

$$\begin{cases} P = \rho gh + P_0 \\ \rho_{جیوه} = ۱۳/۵ \text{ g/cm}^۳ \Rightarrow P_A = P_B \Rightarrow \rho_{آب} gh_{آب} + P_0 = \rho_{جیوه} gh_{جیوه} + P_0 \\ \rho_{آب} = ۱ \text{ g/cm}^۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \rho_{آب} h_{آب} = \rho_{جیوه} h_{جیوه} \Rightarrow ۱ \times ۲۱/۶ = ۱۳/۵ \times h_{جیوه} \Rightarrow h_{جیوه} = ۱/۶ \text{ cm}$$

باتوجه به اینکه قطر لوله در همه جای آن یکسان است بنابراین اگر مقدار x سطح جیوه در یک سمت پایین برود در طرف دیگر لوله به اندازهٔ x بالا بیاید و اختلاف ارتفاع مایع موجود در دو طرف لولهٔ U شکل به ۲x می‌رسد. بنابراین:

$$۲x = h = ۱/۶ \Rightarrow x = ۰/۸ \text{ cm}$$

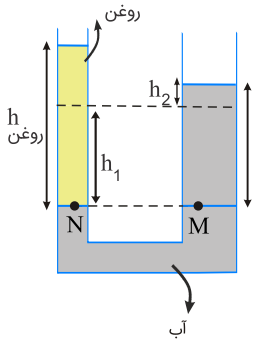
حجم آب جابه‌جاشده در دو سمت لوله باید با هم برابر باشد یعنی:

$$V = V \Rightarrow A_1 h_1 = A_2 h_2$$

حجم آب پایین آمده در شاخه چپ = حجم آب بالا رفته در شاخه راست

$$\Rightarrow 2 \times h_1 = 5 \times 4 \Rightarrow h_1 = 10 \text{ cm}$$

ارتفاع آب کاهش یافته در شاخه چپ :



اکنون باتوجه به شکل و نقاط هم‌فشار M و N داریم:

$$P_N = P_M \Rightarrow P_0 + \rho_{\text{روغن}} g h_{\text{روغن}} = P_0 + \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} h_{\text{روغن}} = \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow 0.8 h_{\text{روغن}} = 1 \times 14 \Rightarrow h_{\text{روغن}} = \frac{14}{0.8} = \frac{140}{8} = 17.5 \text{ cm}$$

حال حجم و درنهایت جرم روغن را محاسبه می‌کنیم:

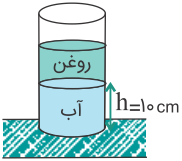
حجم روغن در لوله سمت چپ :  $V_{\text{روغن}} = 2 \times 17.5 = 35 \text{ cm}^3$

چگالی روغن :  $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 0.8 = \frac{m}{35} \Rightarrow m = 28 \text{ g}$

فشار ناشی از آب در کف استوانه را محاسبه کرده؛ سپس فشار روغن را می‌یابیم.

$$P_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} g h \xrightarrow{h=0.1\text{m}} P_{\text{آب}} = 1000 \times 10 \times 0.1 = 1000 \text{ Pa}$$

$$\text{فشار ناشی از دو مایع در کف استوانه} = 2000 = P_{\text{آب}} + P_{\text{روغن}} \Rightarrow 2000 = 1000 + P_{\text{روغن}} \Rightarrow P_{\text{روغن}} = 1000 \text{ Pa}$$



در نهایت با استفاده از رابطه  $P_{\text{روغن}} = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A}$  جرم روغن را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} P_{\text{روغن}} = \frac{m_{\text{روغن}} g}{A} \\ A = 20 \text{ cm}^2 = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \end{cases} \Rightarrow 1000 = \frac{m_{\text{روغن}} \times 10}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow m_{\text{روغن}} = 0.2 \text{ kg} = 200 \text{ g}$$

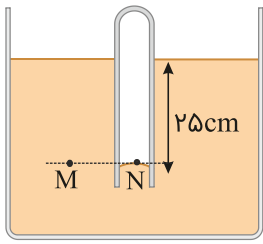
فشار ناشی از ستون جیوه (جیوه) باید برابر با  $68 \text{ kPa}$  باشد:

$$P = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 68 \times 10^3 = 13600 \times 10 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{68 \times 10^3}{136 \times 10^3} = 0.5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$



فشار نقطه M و N که در عمق یکسان ( $h = ۲۵\text{cm}$ ) از مایع قرار دارند با هم برابر است. همچنین فشار گاز درون لوله ( $P_G$ ) برابر با فشار مایع در نقطه N است. بنابراین:



$$P_G = P_N = P_M \Rightarrow P_G = P_{\text{مایع}} + P_0$$

$$P_G = \rho gh + P_0$$

$$P_G = (۲ \times ۱۰^۳) \times ۱۰ \times \frac{۲۵}{۱۰۰} + ۱۰^۵$$

$$P_G = ۵ \times ۱۰^۳ + ۱۰^۵ = ۱۰^۳ (۵ + ۱۰^۲)$$

$$P_G = ۱۰۵ \times ۱۰^۳ \text{ Pa} = ۱۰۵ \text{ kPa}$$

اختلاف فشار بین دو نقطه درون مایع به واسطه اختلاف ارتفاع ایجاد می‌شود. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow (۱۰۵ - ۱۰۱) \times ۱۰^۳ = \rho \times ۱۰ \times ۰/۲$$

$$\Rightarrow \rho = ۲۰۰۰ \text{ kg/m}^۳$$

از طرفی می‌دانیم یکای  $\text{kg/m}^۳$  و  $\text{g/L}$  یکسان هستند. پس:

$$\rho = ۲۰۰۰ \text{ g/L}$$

فشار در وسط لوله و در کف برای دو مایع یکسان است.

$$P_{\text{گاز}} + \rho_1 gh = \rho_2 gh + P_0 \Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho_2 gh - \rho_1 gh$$

$$P_{\text{گاز}} - P_0 = (۸۰۰ - ۱۰۰۰) \times ۱۰ \times ۰/۵ = -۱۰۰۰ \text{ pa}$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = -۱۰۰۰ \times ۱۰^{-۳} = -۱ \text{ kpa}$$

با توجه به رابطه  $P = \frac{F}{A}$ ، چون جرم آب و جیوه برابر است، پس  $F_{\text{آب}} = F_{\text{جیوه}} = mg$  و چون مخزن استوانه‌ای است، A یکسان است، بنابراین فشار هر دو مایع بر کف ظرف باهم برابر است.

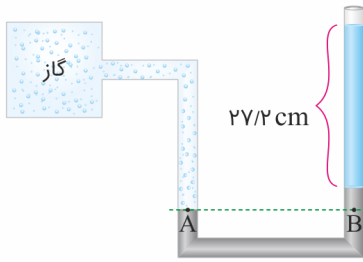
$$P_{\text{آب}} = P_{\text{جیوه}}$$

$$m_{\text{آب}} = m_{\text{جیوه}} \Rightarrow ۱ \times V_{\text{آب}} = ۱۳/۶ V_{\text{جیوه}} = Ah_{\text{آب}} = ۱۳/۶ \times A \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\begin{cases} h_{\text{آب}} = ۱۳/۶ h_{\text{جیوه}} \\ h_{\text{آب}} + h_{\text{جیوه}} = ۷۳ \end{cases} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = ۵ \text{ cm}$$

$$P_{\text{آب}} = P_{\text{جیوه}} = \rho gh = ۱۰ \times ۱۳۶۰ \times ۰/۰۵ = ۱۳۶۰۰ \text{ pa} = ۱۳/۶ \text{ kpa}$$

مطابق شکل فشار در دو نقطه هم‌تراز A و B یکسان است. پس داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز مخزن}} = P_{\text{جیوه}} + P_{\text{آب}} + P_0$$

فشار ۲۷/۲ سانتی‌متر آب بر حسب سانتی‌متر جیوه برابر است با:

$$\rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1 \times 27/2 = 13/6 \times h \Rightarrow h = 2 \text{ cm}$$

$$P_{\text{گاز مخزن}} = 8 + 2 + 76 = 86 \text{ cmHg}$$

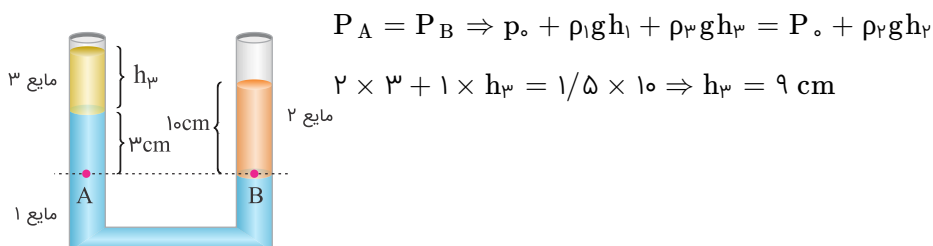
ستون به شکل استوانه با حجم  $V = Ah$  فرض می‌شود.

$$P = \frac{mg}{A} = \frac{\rho V g}{A} \Rightarrow P = \frac{\rho Ahg}{A} = \rho gh$$

$$\Rightarrow 600 \times 10^3 = 2400 \times 10 \times h \Rightarrow h = \frac{6 \times 10^5}{24000} = 25 \text{ m}$$

در قسمت بالایی ستون جیوه خلأ ایجاد می‌شود و فشار هوا برابر ارتفاع ستون جیوه است.

$$P_0 = \rho gh = 13500 \times 10 \times (1/4 \times \sin 30) = 94500 \text{ Pa} = 94/5 \text{ kPa}$$



$$P_A = P_B \Rightarrow p_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_3 g h_3 = P_0 + \rho_2 g h_2$$

$$2 \times 3 + 1 \times h_3 = 1/5 \times 10 \Rightarrow h_3 = 9 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{aligned} P &= \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} \\ P &= \rho_{\text{هوا}} g h_{\text{هوا}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \rho h_{\text{جیوه}} = \rho h_{\text{هوا}} \Rightarrow 13600 \times h = 13/5 \times 10$$

$$\Rightarrow h \approx 0/0099 \text{ m} = 9/9 \text{ mm} \approx 10 \text{ mm}$$

هنگامی که قطر مقطع نصف شود، مساحت مقطع  $\frac{1}{4}$  برابر می‌شود.

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow A_1 \times v_1 = \frac{1}{4} A_1 \times 2 \Rightarrow v_1 = \frac{1}{2} \text{ m/s}$$

اگر فشار و سرعت هوا در بالای ظرف (۱) را  $P_1$  و  $v_1$ ، در بالای ظرف (۲) را  $P_2$  و  $v_2$  و در بالای ظرف (۳) را  $P_3$  و  $v_3$  فرض کنیم، با توجه به جریان هوا و سطح مقطع لوله:

$$v_1 < v_2 = v_3 \Rightarrow P_1 > P_2 = P_3$$

$$P_0 = \rho_1 g h_1 + P_1 = \rho_2 g h_2 + P_2 = \rho_3 g h_3 + P_3$$

$$2, 1 \text{ مایع در } \Rightarrow P_1 > P_2 \text{ چون } \Rightarrow \rho_1 g h_1 < \rho_2 g h_2 \Rightarrow \rho_2 > \rho_1 \xrightarrow{h_1=h_2} \rho_2 > \rho_1$$

$$3, 2 \text{ مایع در } \Rightarrow P_2 = P_3 \text{ چون } \Rightarrow \rho_2 g h_2 = \rho_3 g h_3 \xrightarrow{h_2 > h_3} \rho_3 > \rho_2 \Rightarrow \rho_3 > \rho_2 > \rho_1$$

چون در قسمت B، از چپ به راست، سطح مقطع کم می‌شود، طبق معادله پیوستگی باید تندی آب در حال افزایش باشد. چون سطح مقطع C از سطح مقطع A کمتر است، تندی آب در قسمت C از تندی آب در قسمت A بیشتر است و طبق اصل برنولی با افزایش تندی شاره، فشار کم می‌شود، پس فشار آب در قسمت C از فشار آب در قسمت A کمتر است.

هرچه درصد بیشتری از حجم جسم درون مایع قرار گیرد، چگالی آن جسم بیشتر است.

$$\rho_b > \rho_c > \rho_a$$

می‌دانیم اگر  $W = F_b$  باشد و جسم بر روی سطح مایع قرار گیرد، جسم شناور است. اگر  $W = F_b$  باشد و جسم داخل مایع باشد، جسم غوطه‌ور است. اگر  $W > F_b$  باشد جسم پایین می‌رود. اگر  $W < F_b$  باشد جسم بالا می‌رود.