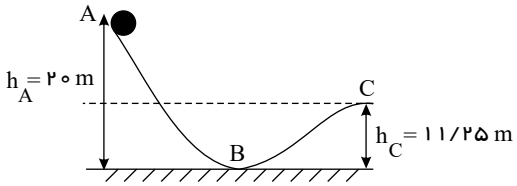
پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ **۴**



برای یافتن v_B، پایستگی انرژی مکانیکی را بین دو نقطهٔ A و B به کار می‌بریم اگر مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را نقطهٔ B در نظر بگیریم، داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow mgh_A + \frac{۱}{۲}mv_A^۲ = ۰ + \frac{۱}{۲}mv_B^۲ \xrightarrow{m\text{ را ساده می‌کنیم}} gh_A + \frac{۱}{۲}v_A^۲ = \frac{۱}{۲}v_B^۲$$

$$\xrightarrow{h_A=۲۰m, v_A=۱۵\frac{m}{s}} ۱۰ \times ۲۰ + \frac{۱}{۲} \times ۱۵^۲ = \frac{۱}{۲}v_B^۲ \Rightarrow ۲۰۰ + \frac{۲۲۵}{۲} = \frac{۱}{۲}v_B^۲ \Rightarrow v_B^۲ = ۶۲۵ \Rightarrow v_B = ۲۵\frac{m}{s} \quad (۱)$$

برای یافتن v_C، پایستگی انرژی مکانیکی را بین دو نقطهٔ A و C به‌کار می‌بریم:

$$E_A = E_C \Rightarrow U_A + K_A = U_C + K_C \Rightarrow mgh_A + \frac{۱}{۲}mv_A^۲ = mgh_C + \frac{۱}{۲}mv_C^۲$$

$$\xrightarrow{m\text{ را ساده می‌کنیم}} gh_A + \frac{۱}{۲}v_A^۲ = gh_C + \frac{۱}{۲}v_C^۲ \xrightarrow[v_A=۱۵\frac{m}{s}]{h_A=۲۰m, h_C=۱۱/۲۵m} ۱۰ \times ۲۰ + \frac{۱}{۲} \times ۱۵^۲ = ۱۰ \times ۱۱/۲۵ + \frac{۱}{۲}v_C^۲ \Rightarrow v_C^۲ = ۴۰۰ \Rightarrow v_C = ۲۰\frac{m}{s} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{v_B}{v_C} = \frac{۲۵}{۲۰} = \frac{۵}{۴}$$

۲ ۱ ۲ ۳ **۴** اگر پایین سطح شیب‌دار را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، با تعیین ارتفاع نقطهٔ شروع حرکت تا مبدأ پتانسیل داریم:

$$d = ۱۰m \quad , \quad h_۱ = d\sin ۳۰^\circ = ۱۰ \times \frac{۱}{۲} = ۵m$$

$$E_۲ - E_۱ = W_f \Rightarrow K_۲ - (U_۱ + K_۱) = fd\cos ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow K_۲ - (mgh_۱ + \frac{۱}{۲}mv_۱^۲) = ۵ \times ۱۰ \times (-۱) \Rightarrow K_۲ - (۲۰ \times ۵ + \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۴^۲) = -۵۰$$

$$\Rightarrow K_۲ = ۶۶ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ = ۶۶ \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۲ \times v_۲^۲ = ۶۶ \Rightarrow v_۲ = \sqrt{۶۶}\frac{m}{s}$$

۳ ۱ **۲** ۳ ۴ با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta k = W_{\text{کل}} \xrightarrow{W_{\text{کل}} = W_{mg} + W_f} k_۲ - k_۱ = W_{mg} + W_f$$

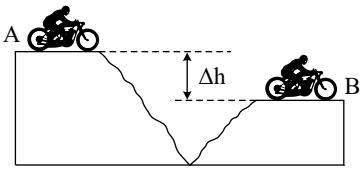
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}m(۲۰^۲ - ۸۰^۲) = -mgh + W_f = -m \times ۱۰ \times ۲۳۶ + W_f$$

$$\Rightarrow W_f = -۶۴۰m$$

و در آخر داریم:

$$\frac{W_f}{\Delta k} = \frac{-۶۴۰m}{\frac{۱}{۲}m(۲۰^۲ - ۸۰^۲)} \Rightarrow \frac{W_f}{\Delta k} = ۰/۲ \Rightarrow \%\frac{W_f}{\Delta k} = ۲۰\%$$

۴ ۱ ۲ ۳ ۴ طبق قانون پایستگی انرژی داریم:



$$E_A = E_B \rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \rightarrow mgh_A + \frac{۱}{۲}mv_A^۲ = mgh_B + \frac{۱}{۲}mv_B^۲ \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } m}$$

$$gh_A + \frac{۱}{۲}v_A^۲ = gh_B + \frac{۱}{۲}v_B^۲ \rightarrow gh_A - gh_B = \frac{۱}{۲}v_B^۲ - \frac{۱}{۲}v_A^۲ \rightarrow g(h_A - h_B) = \frac{۱}{۲}(v_B^۲ - v_A^۲) \xrightarrow{h_A - h_B = \Delta h}$$

$$\rightarrow g \times \Delta h = \frac{۱}{۲} \times (v_B^۲ - v_A^۲) \rightarrow ۱۰ \times \Delta h = \frac{۱}{۲} \times (۲۵^۲ - ۱۵^۲) \rightarrow ۱۰\Delta h = ۳۱۲/۵ - ۱۱۲/۵$$

$$\rightarrow \Delta h = ۲۰m$$

۵ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به رابطهٔ انرژی جنبشی برای یک جسم داریم:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲ \xrightarrow{m:\text{ثابت}} \frac{K_۲}{K_۱}=(\frac{v_۲}{v_۱})^۲=(\frac{۶}{۲})^۲=۹ \Rightarrow K_۲=۹K_۱$$

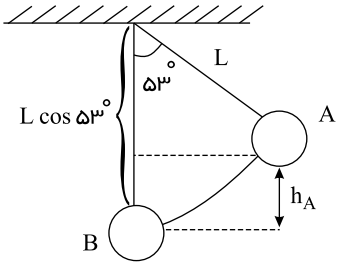
از طرفی داریم:

$$\Delta K=K_۲-K_۱ \Rightarrow ۴=K_۲-K_۱ \xrightarrow{K_۲=۹K_۱} ۸K_۱=۴ \Rightarrow K_۱=\frac{۱}{۲}J$$

$$K_۱=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}\times m(۲)^۲ \Rightarrow m=\frac{۱}{۴}=۰/۲۵Kg \Rightarrow m=۲۵۰g$$

۶ ۱ ۲ ۳ ۴

نیروی کشش نخ در هر لحظه بر جابه‌جایی عمود است، پس در اینجا تنها نیرویی که در مسیر AB کار انجام می‌دهد، نیروی وزن گلوله است.



$$\theta=۹۰^\circ \rightarrow \cos\theta=۰ \rightarrow W_T=۰$$

$$\Delta K=W_{\text{کل}}=K_B-K_A=W_{mg}+\cancel{W_T^{۰}}$$

$$\frac{۱}{۲}\cancel{m}v_B^۲-\frac{۱}{۲}\cancel{m}v_A^۲=\cancel{m}g(\Delta h)$$

$$\Delta h=L-(L\cos ۵۳)=۲-(۲\times\frac{۶}{۱۰})=\frac{۸}{۱۰}m$$

$$\frac{۱}{۲}v_B^۲-\frac{۱}{۲}v_A^۲=g\Delta h$$

$$\frac{۱}{۲}v_B^۲-\frac{۱}{۲}(۲)^۲=\cancel{۱۰}\times\frac{۸}{\cancel{۱۰}}$$

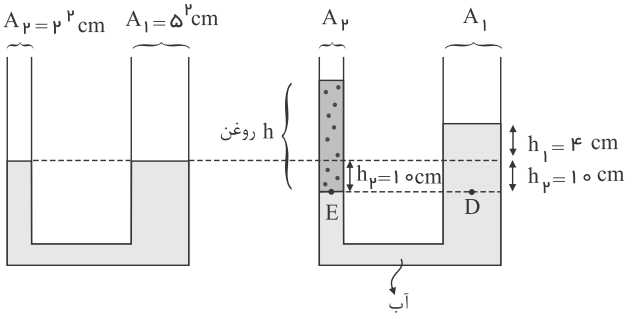
$$\frac{۱}{۲}v_B^۲-۲=۸ \rightarrow v_B^۲=۲۰ \rightarrow v_B=۲\sqrt{۵}\frac{m}{s}$$

۷ ۱ ۲ ۳ ۴ چون از مقاومت هوا صرف‌نظر شده، انرژی مکانیکی پایسته است و با توجه به اینکه هر سه توپ با تندی یکسان از یک نقطه پرتاب شده‌اند، با تندی یکسانی نیز به زمین می‌رسند. با توجه به جهت پرتاب، بدیهی است که حرکت توپ‌های (۱) و (۳) تندشونده است. پس گزینه‌های «الف» و «پ» صحیح هستند.

۸ ۱ ۲ ۳ ۴ حجم آب جابه‌جاشده در دو طرف لولهٔ Uشکل در اثر ریختن روغن یکسان است. $(V_۱=V_۲)$

در نتیجه با داشتن ارتفاع آب جابه‌جا شده در سمت راست $h_۱=۴cm$، می‌توانیم ارتفاع آب جابه‌جاشده را در سمت چپ $(h_۲)$ به دست آوریم.

$$V_۱=V_۲ \Rightarrow A_۱h_۱=A_۲h_۲ \Rightarrow ۵\times۴=۲h_۲ \Rightarrow h_۲=۱۰cm$$



با در نظر گرفتن دو نقطهٔ هم‌فشار E و D داریم:

$$P_E=P_D \Rightarrow \rho_{\text{روغن}}\cdot\cancel{g}\cdot h_{\text{روغن}}=\rho_{\text{آب}}\cdot\cancel{g}\cdot h_{\text{آب}}$$

پیش آزمون

$\xrightarrow{h_{آب}=h_۱+h_۲=۱۴} ۰/۸ \times h_{روغن} = ۱ \times (۱۴) \Rightarrow h_{روغن} = \frac{۱۴۰}{۸} = ۱۷/۵cm$

با استفاده از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ جرم روغن را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{روغن} = \frac{m_{روغن}}{V_{روغن}} \Rightarrow \rho_{روغن} = \frac{m_{روغن}}{A_۲ h_{روغن}} \Rightarrow ۰/۸ = \frac{m_{روغن}}{۲ \times ۱۷/۵} \Rightarrow m_{روغن} = ۲۸g$$

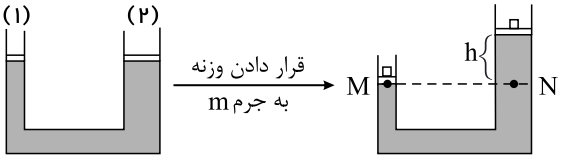
۹ ۱ ۲ **۳** ۴

با مساوی قرار دادن فشار نقاط هم‌تراز A و B، اختلاف فشار مایع و فشار هوای محیط یعنی همان فشار پیمانه‌ای را می‌یابیم.

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{مخزن} = P_۰ + \rho gh \Rightarrow P_{مخزن} - P_۰ = \rho gh$$

$$\Rightarrow \Delta P = \rho gh = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۵}{۱۰۰} = ۶۸۰۰Pa$$

۱۰ ۱ **۲** ۳ ۴ با قرار دادن وزنه‌ای به جرم m بر روی هریک از پیستون‌ها، فشار در زیر آن‌ها به اندازه‌ی $\frac{mg}{A}$ افزایش خواهد یافت. باتوجه به اینکه $A_۱ < A_۲$ می‌باشد، بنابراین فشار وارد ازطرف پیستون (۱) بر سطح مایع بیشتر از پیستون (۲) است.



$$\uparrow P = \frac{mg}{A\downarrow} \xrightarrow{A_۱ < A_۲} P_۱ > P_۲$$

در ادامه می‌توان گفت با توجه به اینکه فشار حاصل از گذاشتن وزنه بر روی پیستون (۱) بیشتر است، باید ارتفاع مایع در ستون (۱) پایین‌تر رفته و در ستون (۲) بالاتر برود تا فشار ناشی از مایع بالا رفته، بتواند به گونه‌ای عمل کند که در مجموع فشار در دو نقطه M و N برابرشود:

$$P_M = P_N \Rightarrow \frac{mg}{A_۱} + P_۰ = \frac{mg}{A_۲} + \underbrace{\rho gh}_{\text{فشار ناشی از مایع بالارفته}} + P_۰$$