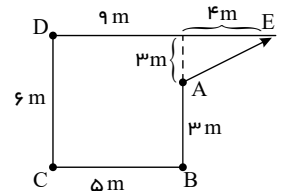


پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ مسافت طی شده معادل کل طول مسیر پیموده شده است، ولی بردار جابه‌جایی به مسیر بستگی ندارد و برداری است که نقطه A (شروع حرکت) را به نقطه E (پایان حرکت) متصل می‌کند.

$$\text{مسافت طی شده} = AB + BC + CD + DE$$

$$\text{مسافت طی شده} = ۲۳m$$



$$\text{جابه‌جایی} = AE \quad \text{جابه‌جایی} = \sqrt{۴^۲ + ۳^۲} = ۵ \quad \frac{\text{مسافت}}{\text{جابه‌جایی}} = \frac{۲۳}{۵} = ۴,۶$$

۲ - گزینه ۴ بردار جابه‌جایی به مسیر حرکت بستگی ندارد و برابر برداری است که ابتدا را به انتها متصل می‌کند.

به وسیله روابط مثلثاتی، طول پاره‌خط AE قابل محاسبه است.

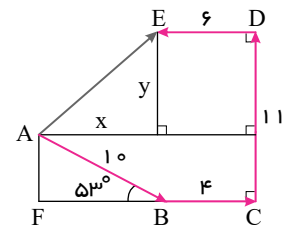
$$AF = ۱۰ \sin ۵۳^\circ = ۱۰ \times ۰,۸ = ۸km$$

$$y = CD - AF = ۱۱ - ۸ = ۳km$$

$$FB = ۱۰ \cos ۵۳^\circ = ۱۰ \times ۰,۶ = ۶km$$

$$DE + x = FC = FB + BC \Rightarrow ۶ + x = ۶ + ۴ \Rightarrow x = ۴km$$

$$AE = \sqrt{x^۲ + y^۲} = \sqrt{۴^۲ + ۳^۲} = ۵km$$



۳ - گزینه ۱ جابه‌جایی برابر با طول خط AD :

$$OD = \sqrt{(۸)^۲ - (۷)^۲} = \sqrt{۶۴ - ۴۹} = \sqrt{۱۵}$$

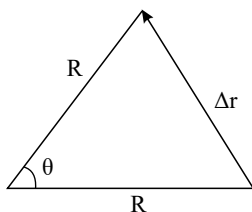
$$\text{جابه‌جایی} = AO + OD = ۷ + \sqrt{۱۵}$$

و مسافت طی شده مجموع طول AB و BC و CD :

$$\text{مسافت طی شده} = AB + BC + CD = ۷ + ۷ + ۸ = ۲۲km$$

۴ - گزینه ۳ باید زاویه‌های حرکت روی دایره را محاسبه کرد، d کمان دایره است:

$$v = \frac{d}{t} = \frac{R\theta}{t} \Rightarrow \theta = \frac{vt}{R} \Rightarrow \theta_۱ = \frac{۱۲\pi \times \frac{۱}{۱۲}}{۳} = \frac{\pi}{۳} = ۶۰^\circ, \theta_۲ = \frac{۱۲\pi \times \frac{۱}{۶}}{۳} = \frac{۲\pi}{۳} = ۱۲۰^\circ$$



جابه‌جایی از ۰ تا $\frac{1}{6}$ ثانیه و از ۰ تا $\frac{1}{۱۲}$ ثانیه را طبق رابطه‌های مربوط به اضلاع و زوایای مثلث متساوی‌الاضلاع به دست می‌آوریم:

$$\Delta r = ۲R \sin\left(\frac{\theta}{۲}\right)$$

$$\Delta r_۱ = ۲R \sin\left(\frac{۶۰^\circ}{۲}\right) = R = ۳$$

$$\Delta r_۲ = ۲R \sin\left(\frac{۱۲۰^\circ}{۲}\right) = R\sqrt{۳} = ۳\sqrt{۳}$$

مسافت‌ها نیز محاسبه می‌شود (دقت کنید که زوایا را برحسب رادیان جایگزین کردیم):

$$d_۱ = R\theta_۱ = ۳ \times \frac{\pi}{۳} = \pi m$$

$$d_۲ = R\theta_۲ = ۳ \times \frac{۲\pi}{۳} = ۲\pi m$$



$$\frac{\Delta r_1}{d_1} = \frac{3}{\pi}$$

$$\frac{\Delta r_2}{d_2} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$$

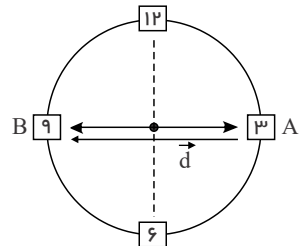
$$\frac{\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}}{\frac{3}{\pi}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۵ - گزینه ۴ با توجه به شکل زیر، در بازه زمانی ۱۵' : ۳ تا ۴۵' : ۳ نوک عقربه در مدت $\Delta t = 30 \text{ min}$ از نقطه A به نقطه B می‌رود. در این مدت جابه‌جایی نوک عقربه برابر با $d = 10 \text{ cm}$ است. بنابراین با استفاده از رابطه سرعت متوسط به صورت زیر اندازه آن را حساب می‌کنیم:

$$|\vec{d}| = d = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$\Delta t = 30 \text{ min} = \frac{1}{2} \text{ h}$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{0.1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow v_{av} = 0.2 \text{ m/h}$$



۶ - گزینه ۲ دو لحظه نشان داده شده تا لحظه رسیدن جسم به بیشترین فاصله از مبدأ فاصله یکسان دارند. در این صورت سرعت جسم در این دو نقطه قرینه یکدیگر است. پس می‌توان نوشت:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{6 - (-6)}{4 - 2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ m/s}^2$$

۷ - گزینه ۲ جابه‌جایی دو متحرک یکسان است، زیرا مکان اولیه و مکان نهایی آن‌ها یکسان می‌باشد. از طرفی متحرک B جابه‌جایی را در زمان کمتری انجام داده است، بنابراین طبق رابطه

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

سرعت متوسط متحرک B بزرگتر از سرعت متوسط متحرک A است.

۸ - گزینه ۳ با توجه به رابطه سرعت متوسط، ابتدا مکان نقطه B و سپس مکان نقطه C را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v_{av} = -2 \frac{m}{s}} \xrightarrow{x_A = 4m, \Delta t = 4s} -3 = \frac{x_B - 4}{3} \Rightarrow x_B = -5m$$

$$v'_{av} = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} \xrightarrow{x_B = -5m, \Delta t' = 4s} \xrightarrow{v'_{av} = 5 \frac{m}{s}} 5 = \frac{x_C - (-5)}{4} \Rightarrow x_C = 15m$$

۹ - گزینه ۲ در لحظات $t = 1 \text{ s}$ و $t = 2 \text{ s}$ و $t = 3 \text{ s}$ سرعت صفر شده است ولی چون $t = 2 \text{ s}$ ریشه مضاعف معادله است، سرعت فقط صفر می‌شود ولی تغییر علامت نمی‌دهد. پس در مجموع ۲ بار تغییر جهت رخ داده است.

۱۰ - گزینه ۴ عددی که عقربه کیلومترشمار اتومبیل نشان می‌دهد، درواقع تندی لحظه‌ای متحرک می‌باشد.

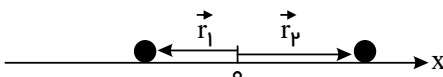
۱۱ - گزینه ۳ چون شیب مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظه $t = 4 \text{ s}$ صفر است در نتیجه $v_4 = 0$ است ثانیه چهارم یعنی بازه 3 s تا 4 s پس:

$$\begin{cases} a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_4 - v_3}{4 - 3} \\ v_3 = \text{شیب خط مماس} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow a_{av} = \frac{0 - \frac{3}{2}}{1} = -\frac{3}{2} \text{ m/s}^2$$

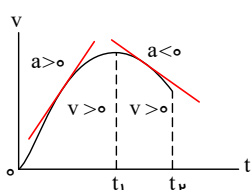
۱۲ - گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: هنگامی که شتاب ثابت است آهنگ تغییرات سرعت (افزایش - کاهش) نیز ثابت است. بنابراین گزینه ۱ نادرست است.

گزینه ۲: در شکل زیر بردار مکان تغییر جهت داده ولی سوی حرکت تغییر نکرده است. بنابراین گزینه ۲ نیز نادرست است.



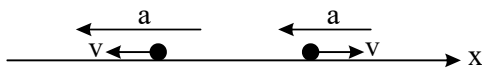
گزینه ۳: کافی است به شکل مقابل به عنوان یک مثال توجه فرمائید:



از لحظه $t = 0$ تا $t = t_2$ همواره $v > 0$ است ولی a تغییر علامت داده است، بنابراین این گزینه صحیح است.



گزینه ۴: در حرکت بر خط راست بردارهای سرعت و شتاب همواره هم‌راستا هستند. گرچه ممکن است هم‌جهت (در حرکت تندشونده) یا در خلاف جهت هم (در حرکت کندشونده) باشند، بنابراین این گزینه نیز نادرست است.



به خاطر داشته باشیم اگر $\vec{a}$ و $\vec{v}$ هم‌راستا نباشند مسیر حرکت خمیده خواهد بود.

۱۳ - گزینه ۴ اگر سرعت جسم تغییر کند، حرکت جسم شتاب‌دار است و تغییر سرعت جسم می‌تواند: الف) به دلیل تغییر اندازه آن، ب) به دلیل تغییر جهت آن، پ) به دلیل تغییر هم‌زمان اندازه و جهت آن باشد.

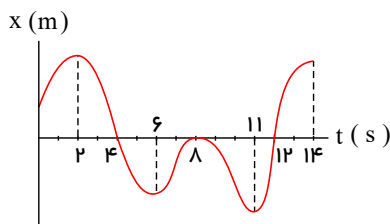
۱۴ - گزینه ۲ چون شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 6s$ صفر است $v_p = 0 \leftarrow$

نکته: ثانیه ششم یعنی بازه $t = 5s$ تا $t = 6s$:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_6 - v_5}{6 - 5} \Rightarrow a_{av} = \frac{0 - \frac{5}{3}}{1} = -\frac{5}{3} \frac{m}{s^2}$$

$$v = \text{شیب خط مماس بر نمودار} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

۱۵ - گزینه ۱



باتوجه به نمودار مکان - زمان حرکت (شکل بالا)، جهت بردار مکان دو بار و در لحظه‌های $4s$ و $12s$ تغییر کرده است (x تغییر علامت داده است) و متحرک در بازه‌های زمانی $2s < t < 6s$ به مدت 4 ثانیه و $8s < t < 12s$ به مدت 4 ثانیه و در مجموع به مدت 8 ثانیه در سوی منفی محور x حرکت کرده است.

پس پاسخ گزینه ۱ است.

توجه: جهت بردار مکان در لحظه‌هایی تغییر می‌کند که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند و x تغییر علامت می‌دهد و در لحظه‌هایی که متحرک در مبدأ مکان قرار می‌گیرد ولی از آن عبور نمی‌کند (مانند لحظه $8s$)، جهت بردار مکان تغییر نکرده است.

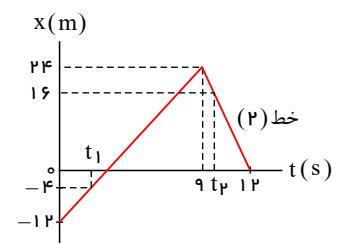
همچنین تغییر جهت بردار مکان مفهومی متفاوت نسبت به تغییر جهت حرکت است و نباید با آن اشتباه گرفته شود. در این حرکت جهت حرکت 4 بار در لحظه‌های $2s$ ، $6s$ ، $10s$ و $14s$ تغییر کرده است.

۱۶ - گزینه ۱ مسافت طی شده برابر با مجموع اندازه جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های زمانی است که جهت حرکت متحرک تغییر نمی‌کند.

$$\ell = 16 + (24 - (-16)) + 24 = 80m$$

۱۷ - گزینه ۳ مکان اولیه این متحرک (در $t = 0$) برابر با $x_0 = -12m$ است. پس زمانی که متحرک در فاصله 8 متری از مکان اولیه خود قرار دارد، در واقع در مکان $x_1 = -4m$ قرار خواهد داشت. با توجه به تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{24 - (-12)}{9} = \frac{-4 - (-12)}{t_1} \Rightarrow t_1 = 2s$$



از طرفی طبق نمودار، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ مکان برابر $24m$ است که در $t = 9s$ رخ داده است. هم در زمان‌های قبل از $t = 9s$ و هم در زمان‌های بعد از $t = 9s$ ، متحرک می‌تواند در 8 متری از این نقطه قرار گیرد، اما با توجه به اینکه طبق اطلاعات سؤال در لحظه t_p متحرک در حال حرکت در خلاف جهت محور x بوده است، پس لحظه t_p پس از $t = 9s$ و مکان متحرک در این لحظه $16m - 8 = 8m$ بوده است. در این حالت نیز با توجه به تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{24 - 0}{12 - 9} = \frac{16 - 0}{12 - t_p} \Rightarrow t_p = 10s$$

۱۸ - گزینه ۱ حرکت روی خط راست و بدون تغییر جهت است، بنابراین تندی متوسط برابر اندازه سرعت متوسط است. مکان متحرک در لحظه T را d فرض می‌کنیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{تندی متوسط پیش از لحظه } T = \frac{x_T - x_0}{T - 0} = \frac{d - 25}{T} = \frac{25 - d}{T} = 0.5 \frac{m}{s} \\ \text{تندی متوسط پس از لحظه } T = \frac{x_{18} - x_T}{18 - T} = \frac{0 - d}{18 - T} = \frac{d}{18 - T} = 2.5 \frac{m}{s} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 25 - d = 0.5T \\ d = 45 - 2.5T \end{cases} \Rightarrow 25 = 45 - 2T \Rightarrow T = 10s \Rightarrow d = 20m$$



$$T \text{ تندى در لحظه } T = \left| \frac{d - 30}{T - 0} \right| = \left| \frac{20 - 30}{10 - 0} \right| = 1 \frac{m}{s}$$

۱۹ - گزینه ۱ تندى در هر لحظه دلخواه t ، برابر با اندازه شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه است. بنابراین چون اندازه شیب نمودار مکان - زمان در بازه زمانی صفر تا t_1 ، در حال کاهش است، تندى متحرک در این بازه زمانی در حال کاهش است. از آنجایی که در بازه صفر تا t_1 متحرک یک بار از مبدأ مکان عبور کرده است، بنابراین بردار مکان یک بار تغییر جهت داده است.

تذکر: اگر در چنین حرکت، متحرک از مبدأ مکان عبور کند، بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد.

۲۰ - گزینه ۴ طبق نمودار داده شده شیب مماس بر نمودار مسافت - زمان که معرف تندى است، ابتدا کاهش پیدا کرده و صفر می‌شود و سپس افزایش می‌یابد. در تمامی گزینه‌ها به جز گزینه (۴)، اندازه شیب مماس بر نمودار ابتدا کاهش پیدا کرده، صفر می‌شود و سپس افزایش می‌یابد.