

آزمون آزمایشی تابستانه

جمعه ۱۴۰۱/۰۵/۲۱

ویژه مدارس هماهنگ

دوره‌ای دوازدهم ریاضی - تابستانه ۱

پاسخ‌نامه

آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی

ردیف	مواد امتحانی	از شماره	تا شماره
۱	حسابان	۱	۲۰
۲	هندسه	۲۱	۳۲
۳	ریاضیات گسسته	۳۳	۴۵
۴	فیزیک	۴۶	۸۰
۵	شیمی	۸۱	۱۱۰

حسابان

۱- گزینه «۲» - در معادله $3x^2 - 5x - 12 = 0$ مقدار a را در c ضرب می‌کنیم و معادله $x^2 - 5x - 36 = 0$ را می‌سازیم که ریشه‌های آن سه برابر ریشه‌های معادله اصلی است.

$$x^2 - 5x - 36 = 0 \Rightarrow (x-9)(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=9 \Rightarrow \alpha = \frac{9}{3} = 3 \\ x=-4 \Rightarrow \beta = -\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{\alpha}{3} + 2\beta = 1 - 4 = -3$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل ۴ - معادلات درجه دوم) (متوسط)

۲- گزینه «۱» - طرفین را بر ۳ تقسیم می‌کنیم:

$$x^2 - \frac{1}{3}x = \frac{7}{3}$$

حال به طرفین معادله عدد $(-\frac{1}{6})^2$ یعنی $\frac{1}{36}$ را اضافه می‌کنیم:

$$x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} = \frac{7}{3} + \frac{1}{36} \Rightarrow (x - \frac{1}{6})^2 = \frac{85}{36} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\frac{1}{6} \\ \beta = \frac{85}{36} \end{cases} \Rightarrow \frac{\alpha}{6} + \beta = \frac{-1}{36} + \frac{85}{36} = \frac{84}{36} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

(نصیری) (پایه دهم - معادله - مربع کامل) (آسان)

۳- گزینه «۳» - آن عدد را x فرض می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{x} + 2 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \xrightarrow{x>0} x = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow x^2 = (1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$$

(نصیری) (پایه دهم - معادلات - حل معادله درجه دوم) (آسان)

۴- گزینه «۴» - چون معادله ریشه مضاعف دارد بنابراین:

$$\Delta = 0 \Rightarrow 1 + 4m = 0 \Rightarrow m = -\frac{1}{4}$$

$$\text{ریشه مضاعف } x_1 = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2m} = \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2$$

$$\frac{x_1}{m} = \frac{-2}{-\frac{1}{4}} = 8$$

(نصیری) (پایه دهم - معادله - روش کلی) (آسان)

۵- گزینه «۳» - در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، $a < 0$ ، $b > 0$ و $c > 0$ است و در سهمی $y = a'x^2 + b'x + c$ ، $a' > 0$ ، $b' < 0$ و $c > 0$ است.

پس مقدار $aa' + bb'$ منفی خواهد بود. حاصل بقیه گزینه‌ها مثبت‌اند. (نصیری) (پایه دهم - سهمی - نمودار سهمی) (آسان)

۶- گزینه «۳» - چون عرض نقاط A و B با هم برابرند پس خط تقارن از وسط پاره خط AB عبور و بر آن عمود است بنابراین:

$$\frac{3k-1+k}{2} = k+2 \Rightarrow 4k-1 = 2k+4 \Rightarrow k = \frac{5}{2}$$

$$\text{خط تقارن } x = k+2 \Rightarrow x = \frac{5}{2} + 2 = \frac{9}{2} \Rightarrow 2x - 9 = 0$$

(نصیری) (پایه دهم - سهمی - خط تقارن) (متوسط)

۷- گزینه «۲» - با توجه به بازه $(1, m)$ و جدول تعیین علامت $m > 1$ است، پس دو حالت رخ می‌دهد.

الف) اگر $m > 2$ باشد، جدول تعیین علامت به صورت زیر است.

x	۱	۲	m
$p(x)$	-	+	-

که در این صورت $p(x)$ در بازه $(1, m)$ مثبت نیست.

ب) اگر $1 < m < 2$ باشد، جدول تعیین علامت به صورت زیر است.

x	۱	m	۲
$p(x)$	-	+	-

که در این صورت $p(x)$ در بازه $(1, m)$ مثبت است. (نصیری) (پایه دهم - تعیین علامت) (دشوار)

۸- گزینه «۱» - کل عبارت را به سمت چپ نامساوی انتقال می دهیم، مخرج مشترک گرفته و در نهایت کسر ایجاد شده را تعیین علامت می کنیم.

$$\frac{x^2}{x-1} - \frac{6x}{x+1} < 0 \Rightarrow \frac{x^2(x+1) - 6x(x-1)}{(x-1)(x+1)} < 0 \Rightarrow \frac{x^3 + x^2 - 6x^2 + 6x}{(x-1)(x+1)} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{x(x^2 - 5x + 6)}{(x-1)(x+1)} < 0 \Rightarrow \frac{x(x-2)(x-3)}{(x-1)(x+1)} < 0$$

x	-1	0	1	2	3						
p(x)	-	ت	+	0	-	ت	+	0	-	0	+

ملاحظه می کنید که در بازه های (۲, ۳)، (۰, ۱) و (-۱, -∞) نامساوی برقرار است. (نصیری) (پایه دهم - نامعادله) (متوسط)

۹- گزینه «۲» - نامعادله $f(x) > 0$ را تعیین علامت می کنیم:

x	0	1	2				
f(x)	-	0	-	0	+	ت	-

اگر $1 < x < 3$ باشد، $f(x)$ هم مثبت است. (نصیری) (پایه دهم - نامعادله) (متوسط)

۱۰- گزینه «۱» -

$$|2x| < |2x-6| \Rightarrow (2x+2x-6)(2x-2x+6) < 0 \Rightarrow (4x-6)(x+6) < 0 \Rightarrow -6 < x < \frac{6}{4}$$

باید ریشه های معادله $x^2 + ax + b = 0$ برابر $-\frac{6}{4}$ و $\frac{6}{4}$ باشد.

$$S = -6 + \frac{6}{4} = -a \Rightarrow a = 6 - \frac{6}{4} = \frac{24}{4} - \frac{6}{4} = \frac{18}{4}$$

$$P = -6 \times \frac{6}{4} = b \Rightarrow b = -\frac{36}{4} = -\frac{9}{1}$$

$$a + b = \frac{18}{4} - \frac{9}{1} = -\frac{18}{4}$$

(نصیری) (پایه دهم - نامعادله - نامعادله قدر مطلق) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» - α ریشه معادله است پس در معادله صدق می کند.

$$2\alpha^2 - \alpha - 2 = 0 \Rightarrow 2\alpha^2 = \alpha + 2$$

$$A = 2\alpha^2 + \beta = \alpha + 2 + \beta = S + 2 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - معادله درجه دوم - روابط بین ریشه ها) (متوسط)

۱۲- گزینه «۲» - ابتدا S و P را حساب می کنیم.

$$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 3, \quad P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = 1$$

$$\alpha + \beta = 3 \Rightarrow (\alpha + \beta)^2 = 9 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta = 9 \xrightarrow{\alpha\beta=1} \alpha^2 + \beta^2 + 2 = 9 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 7 \Rightarrow (\alpha^2 + \beta^2)^2 = 49$$

$$\alpha^4 + \beta^4 + 2\alpha^2\beta^2 = 49 \xrightarrow{\alpha\beta=1} \alpha^4 + \beta^4 = 47$$

$$A = \frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} = \frac{\alpha^4 + \beta^4}{\alpha\beta} = \frac{47}{1} = 47$$

(نصیری) (پایه یازدهم - معادله درجه دوم - روابط بین ریشه ها) (متوسط)

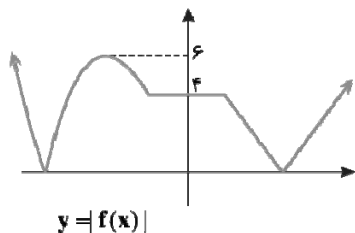
۱۳- گزینه «۲» - با فرض $(x-3)^2 = A$ داریم:

$$(x-3)^4 - 5(x^2 - 6x + 9) + 4 = 0 \Rightarrow (x-3)^4 - 5(x-3)^2 + 4 = 0 \xrightarrow{(x-3)^2 = A} A^2 - 5A + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 1 \\ A = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x-3)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x-3 = 1 \Rightarrow x = 4 \\ x-3 = -1 \Rightarrow x = 2 \end{cases} \\ (x-3)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x-3 = 2 \Rightarrow x = 5 \\ x-3 = -2 \Rightarrow x = 1 \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین مجموع ریشه های معادله برابر $4 + 2 + 5 + 1 = 12$ خواهد بود. (نصیری) (پایه یازدهم - معادله - تغییر متغیر در معادله) (دشوار)

۱۴- گزینه «۲» - نمودار $|f(x)|$ را رسم می‌کنیم.

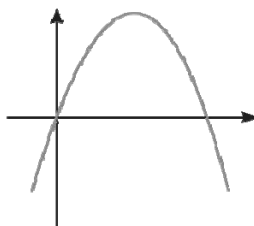
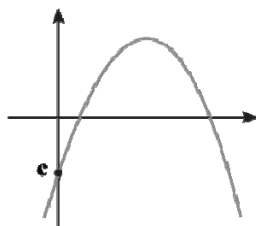


اگر معادله $|f(x)| = 2K + 1$ دقیقاً سه ریشه بدهد، باید دو تابع $y = |f(x)|$ و $y = 2K + 1$ در سه نقطه متقاطع باشند در نتیجه:

$$2K + 1 = 6 \Rightarrow 2K = 5 \Rightarrow K = \frac{5}{2} \Rightarrow K^2 = \frac{25}{4} = 6.25$$

(نصیری) (پایه یازدهم - قدرمطلق - نمودار قدرمطلق) (آسان)

۱۵- گزینه «۴» - برای آنکه نمودار سهمی فقط از ناحیه دوم نگذرد باید $\Delta > 0$, $a < 0$, $b > 0$ و $c \leq 0$ باشد برای فهم بهتر نمودار تقریبی آن را ببینید:



$$\Delta = m^2 + 4(m+1) = m^2 + 4m + 4 = (m+2)^2$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow (m+2)^2 > 0 \Rightarrow m \neq -2 \quad (1)$$

$$b > 0 \Rightarrow m > 0 \quad (2)$$

$$c \leq 0 \Rightarrow m+1 \leq 0 \Rightarrow m \leq -1$$

اشتراک سه رابطه به دست آمده تهی است. (نصیری) (پایه یازدهم - سهمی) (متوسط)

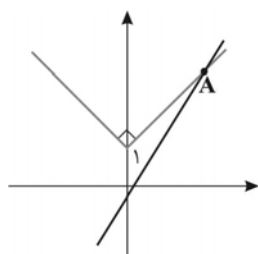
۱۶- گزینه «۴» - رابطه $|a+b| = |a| + |b|$ زمانی برقرار است که $ab \geq 0$ باشند در این سوال داریم:

$$\left| \frac{x+1}{a} \right| + \left| \frac{2x-1}{b} \right| = \left| \frac{4x-1}{a+b} \right| \Rightarrow ab \geq 0 \Rightarrow (x+1)(3x-11) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -1] \cup \left[\frac{11}{3}, +\infty \right)$$

بنابراین اعداد بازه $(-1, \frac{11}{3})$ در این معادله صدق نمی‌کنند، که اعداد صحیح این بازه عبارتند از: $\{0, 1, 2, 3\}$

(نصیری) (پایه یازدهم - قدرمطلق - نامساوی مثلثی) (متوسط)

۱۷- گزینه «۴» - نمودار دو تابع را در یک محور مختصات رسم می‌کنیم.



دو تابع در نقطه A یکدیگر را قطع می‌کنند. نقطه A در xها مثبت قرار دارد پس:

$$A : \begin{cases} y = x+1 \\ 3y - 5x + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow 3(x+1) - 5x + 1 = 0 \Rightarrow x = 2$$

بنابراین نقطه برخورد $A(2, 3)$ است. (نصیری) (پایه یازدهم - قدرمطلق - نمودار قدرمطلق) (متوسط)

۱۸- گزینه «۳» -

$$\left| \frac{x+1}{x-1} \right| = |2x-1| \Rightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{x-1} = 2x-1 \Rightarrow 2x^2 - 2x - x + 1 = x+1 \\ \frac{x+1}{x-1} = 1-2x \Rightarrow 2x^2 - 2x - x + 1 = -x-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x = 0, 2 \\ 2x^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 2$$

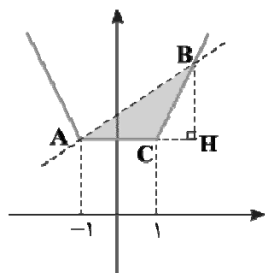
(نصیری) (پایه یازدهم - قدرمطلق - معادله قدرمطلق) (متوسط)

۱۹- گزینه «۱» -

$$|3x-1| < |x+1| \Rightarrow (3x-1-x-1)(3x-1+x+1) < 0 \Rightarrow 4x(2x-2) < 0 \Rightarrow 0 < x < 1 \Rightarrow \max(b-a) = 1$$

(نصیری) (پایه یازدهم - قدرمطلق - نامعادله قدرمطلق) (متوسط)

۲۰- گزینه «۴» - نمودار تابع گلدانی و خط راست را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. نقاط برخورد را حساب می‌کنیم.

نقطه B در $x > 1$ رخ داده است.

$$x > 1 \Rightarrow x+1+x-1 = \frac{2x+8}{3} \Rightarrow 6x = 2x+8 \Rightarrow x=2 \Rightarrow B(2, 4)$$

مختصات نقطه A هم $A(-1, 2)$ است. بنابراین اندازه ارتفاع BH برابر ۲ است و قاعده مثلث هم برابر ۲ است. AC است.

$$S = \frac{1}{2} \times BH \times AC = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

(نصیری) (پایه یازدهم - قدرمطلق - نمودار قدرمطلق) (متوسط)

هندسه

۲۱- گزینه «۱» - در ماتریس همانی درایه‌های قطر اصلی همگی عدد ۱ و سایر درایه‌ها صفراند.

$$2m-1=0 \Rightarrow m = \frac{1}{2}, \quad m+n=1 \Rightarrow \frac{1}{2}+n=1 \Rightarrow n = \frac{1}{2}$$

$$m+a=0 \Rightarrow \frac{1}{2}+a=0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$a+b=1 \Rightarrow -\frac{1}{2}+b=1 \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$

$$b+c=0 \Rightarrow \frac{3}{2}+c=0 \Rightarrow c = -\frac{3}{2}$$

$$c+d=0 \Rightarrow -\frac{3}{2}+d=0 \Rightarrow d = \frac{3}{2}$$

$$d+e=1 \Rightarrow \frac{3}{2}+e=1 \Rightarrow e = -\frac{1}{2}$$

$$B = [e^{r_{ij}}]_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} e^2 & e^6 \\ e^6 & e^8 \end{bmatrix}$$

حاصل ضرب درایه‌های ماتریس B برابر است با:

$$e^2 \times e^6 \times e^6 \times e^8 = e^{18} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{18} = 2^{-18} \Rightarrow p = -18$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (متوسط)

۲۲- گزینه «۴» -

$$A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(A \times B)^T = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -5 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس $(A \times B)^T$ برابر ۹- است. (نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (آسان)

۲۳- گزینه «۳» - مانند دستگاه دو معادله دو مجهول عمل می‌کنیم. طرفین رابطه‌ها را با هم جمع می‌کنیم:

$$2A = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (متوسط)

۲۴- گزینه «۱» -

$$A = [2i + j]_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$B = [i^2]_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$2X = A - 2B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 8 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{3}{2} & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow x_{11} + x_{12} + x_{21} + x_{22} = \frac{1}{2} + 1 - \frac{3}{2} - 1 = -1$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (آسان)

۲۵- گزینه «۱» - چون مرتبه ماتریس $A \times B$ مشخص است، پس $A \times B$ قابل محاسبه است در نتیجه تعداد ستون‌های A برابر تعداد سطرهای B است.

$$2m + 1 = m + 5 \Rightarrow m = 4$$

پس مرتبه A برابر 3×9 و مرتبه B برابر 9×24 خواهد بود و در نتیجه مرتبه $A \times B$ برابر 3×24 خواهد بود.

$$p + q = 3 + 24 = 27$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (آسان)

۲۶- گزینه «۴» -

$$A + B = [i + j^f + i - j^f]_{1 \times 1} = [2i]_{1 \times 1}$$

تعداد درایه‌های این ماتریس ۱۰ تا است، مجموع آنها برابر است با:

$$2 \times 1 + 2 \times 2 + \dots + 2 \times 10 = 2(1 + 2 + \dots + 10) = 2 \times \frac{10 \times 11}{2} = 110$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (متوسط)

۲۷- گزینه «۱» - برای برابری دو ماتریس باید علاوه بر هم مرتبه بودن، درایه‌ها نیز نظیر به نظیر با هم برابر باشند.

$$\sqrt{y+1} = 2 \Rightarrow y+1 = 4 \Rightarrow y = 3$$

$$x + y = -8 \xrightarrow{y=3} x + 3 = -8 \Rightarrow x = -11$$

$$z + x = 1 \xrightarrow{x=-11} -11 + z = 1 \Rightarrow z = 12$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (آسان)

۲۸- گزینه «۱» - چون ماتریس A قطری است پس تمام درایه‌های غیر از قطر اصلی صفر است.

$$m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & n \end{bmatrix}$$

برای توان رساندن ماتریس قطری، کافی است درایه‌های قطر اصلی را به توان برسانیم:

$$A^3 = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 64 & 0 \\ 0 & 0 & n^3 \end{bmatrix} \Rightarrow n^3 + 8 + 64 = 64 \Rightarrow n = -2$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 4 + 16 + 4 = 24$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (متوسط)

۲۹- گزینه «۳» - چون اتحادهای ماتریسی شبیه به اتحاد جبری برقرار است، پس دو ماتریس A و B تعویض پذیرند یعنی $AB = BA$ است.

$$BA = AB = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$BA + I = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

درایه واقع در سطر دوم و ستون دوم برابر ۲ است. (نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (متوسط)

۳۰- گزینه «۲» -

$$A \times B = \begin{bmatrix} x & 2 \\ 1 & x-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & -4 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2 - 6 & 12 - 4x \\ 6 - 2x & 6x - 16 \end{bmatrix}$$

برای آن که ماتریس $A \times B$ قطری باشد باید درایه‌های غیر از قطر اصلی صفر شود.

$$\begin{cases} 6 - 2x = 0 \\ 12 - 4x = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 3$$

$$BA + AB = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌ها برابر ۹ است. (نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (متوسط)

۳۱- گزینه «۲» - درایه‌های ماتریس A را بدست می‌آوریم:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

حال توان‌های متوالی A را حساب می‌کنیم.

$$A^2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

ملاحظه می‌کنید که $A^2 = I$ است.

$$A^{2n+1} = A^{2n} \times A = (A^2)^n \times A = I^n \times A = I \times A = A$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (متوسط)

۳۲- گزینه «۳» - قانون حذف در ماتریس‌ها الزاماً برقرار نیست. یعنی از رابطه $AB = AC$ نمی‌توان نتیجه گرفت که $B = C$ است. باید به صورت زیر عمل کنیم:

$$AB = AC \Rightarrow AB - AC = \bar{O} \Rightarrow A(B - C) = \bar{O}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - ماتریس - اعمال ماتریس) (متوسط)

ریاضیات گسسته

۳۳- گزینه «۲» - تعداد کل حالت‌هایی که دو عدد از مجموعه را انتخاب می‌کنیم برابر $11 \times 11 = 121$ است. از طرفی:

$$|x - y| > 5 \Rightarrow x - y < -5 \text{ یا } x - y > 5$$

برای حالت $x - y > 5$ داریم:

مقدار x	مقدار y	تعداد حالت‌ها
۶	۰	۱
۷	۰, ۱	۲
۸	۰, ۱, ۲	۳
۹	۰, ۱, ۲, ۳	۴
۱۰	۰, ۱, ۲, ۳, ۴	۵
		حالت ۱۵

برای $x - y < -5$ نیز به همین ترتیب ۱۵ حالت وجود دارد. پس:

$$\text{احتمال مورد نظر} = \frac{30}{121}$$

(جواهری) پایه یازدهم - احتمال - مبانی احتمال (متوسط)

۳۴- گزینه «۴» -

$$A \cup B = (A' \cap B) \cup A \Rightarrow P(A \cup B) = P(A' \cap B) + P(A)$$

$$\frac{3}{4} = P(A' \cap B) + 1 - \frac{2}{3} \Rightarrow P(A' \cap B) = \frac{5}{12}$$

(جواهری) پایه یازدهم - احتمال - مبانی احتمال (آسان)

۳۵- گزینه «۳» -

$$1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n = \frac{31}{32} \Rightarrow 1 - \frac{31}{32} = \left(\frac{1}{4}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{32} = \left(\frac{1}{4}\right)^n \Rightarrow n = 5$$

(جواهری) پایه یازدهم - احتمال - مبانی احتمال (آسان)

۳۶- گزینه «۳» -

$$\text{احتمال مورد نظر} = \frac{3! \times 2}{9!} = \frac{1}{140} \Rightarrow p + q = 1 + 140 = 141$$

(جواهری) پایه یازدهم - احتمال - مبانی احتمال (متوسط)

۳۷- گزینه «۴» -

$$P = P[(A \cap B') \cup (B \cap A')] = P(A \cap B') + P(B \cap A')$$

$$= P(A - B) + P(B - A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

(جواهری) پایه یازدهم - احتمال - مبانی احتمال (متوسط)

۳۸- گزینه «۱» - تعداد حالات انتخاب دو عدد از بین ۳۰ عدد برابر $C(30, 2)$ است، ۳۰ عدد را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$1) 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28$$

$$2) 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29$$

$$3) 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30$$

برای اینکه $x^2 - y^2$ بر ۳ بخش پذیر باشد، x و y یا باید هر دو از یک سطر یا از سطر یک و دو انتخاب شوند. پس تعداد حالت‌های انتخابی برابر:

$$3 \binom{10}{2} + 10 \times 10 = 235$$

$$\text{احتمال مورد نظر} = \frac{235}{C(30, 2)} = \frac{235 \times 2}{30 \times 29} = \frac{47}{87}$$

(جواهری) پایه یازدهم - احتمال - مبانی احتمال (دشوار)

۳۹- گزینه «۲» -

$$x > 29 - \frac{100}{x} \Rightarrow x + \frac{100}{x} > 29 \Rightarrow x^2 - 29x + 100 > 0 \Rightarrow (x-25)(x-4) > 0 \Rightarrow x > 25 \vee x < 4$$

$$\Rightarrow x \in \{1, 2, 3\} \cup \{26, 27, \dots, 100\} \Rightarrow P(A) = \frac{78}{100} = 0.78$$

(جواهری) (پایه یازدهم - احتمال - مبانی احتمال) (متوسط)

۴۰- گزینه «۴» - تمام حالت‌های پرتاب سه تاس برابر $6^3 = 216$ است. فرض کنید دومین عدد i باشد واضح است $1 < i < 6$ بنابراین اولین عددی که می‌توانیم انتخاب کنیم $(i-1)$ حالت و سومین عدد می‌تواند $(6-i)$ روش انتخاب شود. پس:

$$\text{تعداد کل حالت‌ها} = \sum_{i=2}^5 (i-1)(6-i) = 1 \times 4 + 2 \times 3 + 3 \times 2 + 4 \times 1 = 20$$

$$\text{احتمال مورد نظر} = \frac{20}{216} = \frac{5}{54}$$

(جواهری) (پایه یازدهم - احتمال - مبانی احتمال) (دشوار)

۴۱- گزینه «۱» -

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \left(1 - \frac{5}{8}\right) - \frac{1}{4} = \frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

(جواهری) (پایه یازدهم - احتمال - مبانی احتمال) (آسان)

۴۲- گزینه «۲» - فرض کنید A پیشامد پسر بودن و B پیشامد چشم رنگی بودن باشد پس:

$$P(A) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

(جواهری) (پایه یازدهم - احتمال - مبانی احتمال) (متوسط)

۴۳- گزینه «۴» - تعداد انتخاب‌های دو عدد، یکی بعد از دیگری و بدون جایگذاری برابر $6 \times 5 = 30$ است و حالت‌هایی که حداقل یکی از ۴ کمتر است به صورت:

$$(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (6, 1), (6, 2), (6, 3)$$

$$\text{احتمال مورد نظر} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

روش دوم: درست مانند این است که هر دو عدد با هم انتخاب شوند.

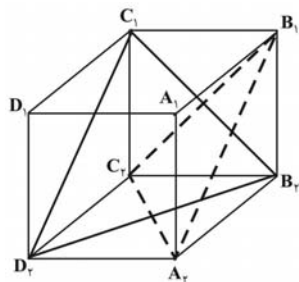
(هر دو عدد بزرگتر یا مساوی ۴ باشند) $1 - P(\text{حداقل یکی از اعداد کمتر از ۴ باشد})$

$$\Rightarrow 1 - \frac{\binom{3}{2}}{\binom{6}{2}} = 1 - \frac{3}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

(جواهری) (پایه یازدهم - احتمال - مبانی احتمال) (متوسط)

۴۴- گزینه «۳» - مکعب ۸ رأس دارد، پس تعداد مثلث‌های ساخته شده، $c(8, 3) = 56$ است.

مطابق شکل دو مثلث $B_1C_1A_2$ و $C_1D_2B_2$ متساوی الاضلاع هستند پس از هر رأس یک مثلث متساوی الاضلاع داریم. بنابراین:



$$\text{احتمال مورد نظر} = \frac{8}{56} = \frac{1}{7}$$

(جواهری) (پایه یازدهم - احتمال - مبانی احتمال) (دشوار)

۴۵- گزینه «۱» -

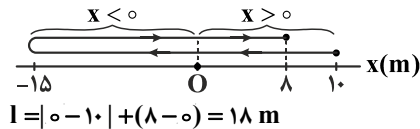
$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{2}{3} = x + x - \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

(جواهری) (پایه یازدهم - احتمال - مبنای احتمال) (آسان)

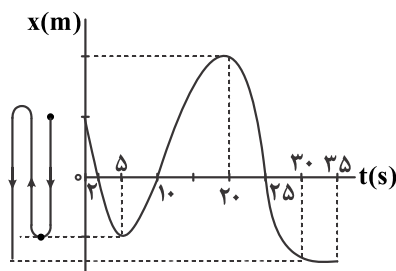
فیزیک

۴۶- گزینه «۲» - همان طور که در شکل می بینید، در جابه جایی از $x_1 = 10 \text{ m}$ تا $x_2 = 0$ و از $x_2 = 0$ تا $x_3 = 8 \text{ m}$ بردار مکان متحرک در سوی مثبت است، پس کل مسافتی که در این مدت طی کرده است، برابر مجموع اندازه های این دو جابه جایی است.



(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - حرکت شناسی - بردار مکان) (آسان)

۴۷- گزینه «۴» - دقت کنید در لحظه هایی بردار مکان جسم مثبت است که جسم در مکان مثبت قرار داشته باشد.



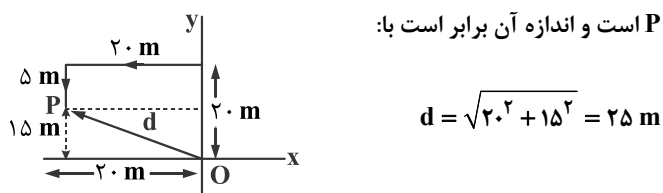
گام اول: مدت زمانی که متحرک در سوی مثبت حرکت می کند، در بازه $t = 5 \text{ s}$ تا $t = 20 \text{ s}$ یعنی $\Delta t_1 = 20 - 5 = 15 \text{ s}$ است.
گام دوم: مدت زمانی که متحرک در سوی منفی حرکت می کند از $t = 0$ تا $t = 5 \text{ s}$ و از $t = 20 \text{ s}$ تا $t = 30 \text{ s}$ است، اما مدت زمانی که در سوی منفی حرکت کند و در مکان مثبت (بردار مکان مثبت) باشد، از $t = 2$ تا $t = 25$ است که در مجموع $\Delta t_2 = 2 + 5 = 7 \text{ s}$ خواهد شد.

گام سوم: نسبت مورد نظر یعنی $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}$ را حساب می کنیم:

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{15}{7}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - نمودار مکان - زمان) (آسان)

۴۸- گزینه «۴» - با استفاده از شکل زیر، بردار جابه جایی متحرک از O به P است و اندازه آن برابر است با:



(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - جابه جایی و مسافت) (متوسط)

۴۹- گزینه «۴» - گام اول: چون معادله مکان - زمان درجه دوم و به صورت سهمی است باید لحظه رأس سهمی را حساب کنیم:

$$x = t^2 - 4t + 4 \xrightarrow[b=-4]{a=1} t_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \times 1} = 2 \text{ s}$$

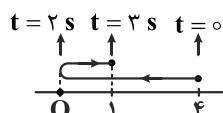
گام دوم: در لحظه $t_s = 2 \text{ s}$ متحرک متوقف می شود و در جهت مخالف حرکت می کند، بنابراین مسافت طی شده متحرک از صفر تا $t_s = 2 \text{ s}$ و از $t_s = 2$ تا $t = 3 \text{ s}$ را حساب می کنیم:

$$l_1 = x_{t=0} - x_{t=2} \xrightarrow[t_2=2]{t_0=0} l_1 = |(2^2 - 4 \times 2 + 4) - (0 - 4 \times 0 + 4)| = 4 \text{ m}$$

$$l_2 = x_{t=3} - x_{t=2} \xrightarrow[t_2=2]{t_2=2} l_2 = |(3^2 - 4 \times 3 + 4) - 0| = 1 \text{ m}$$

گام سوم: مجموع مسافت ها را حساب می کنیم:

$$l = l_1 + l_2 = 4 + 1 = 5 \text{ m}$$



(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - مسافت و جابه جایی) (دشوار)

۵۰- گزینه «۳» - گام اول: هنگامی جهت حرکت جسمی که روی خط راست حرکت می‌کند، عوض می‌شود که در معادله مکان - زمان جسم لحظه اکسترمم باشد، در این سؤال چون حرکت جسم بر حسب زمان درجه دوم است، لحظه رأس سهمی را حساب می‌کنیم، در این لحظه جهت حرکت جسم عوض می‌شود.

$$x = 2t^2 - 8t + 6 \xrightarrow[b=-8]{a=2} t_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-8)}{2 \times 2} = 2 \text{ s}$$

گام دوم: در این لحظه یعنی $t_s = 2 \text{ s}$ مکان جسم را حساب می‌کنیم:

$$t = 2 \text{ s} \Rightarrow x = 2 \times 2^2 - 8 \times 2 + 6 \Rightarrow x = -2 \text{ m}$$

و بردار مکان برابر است با:

$$\vec{x} = -2\vec{i}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - معادله حرکت) (متوسط)

۵۱- گزینه «۳» - گام اول: با توجه به شکل می‌توان برای جابه‌جایی جسم در بازه صفر تا ۱۰ s نوشت:

$$\Delta x = 0 - (-2) = 2 \text{ m}$$

گام دوم: برای مسافت جسم در این مدت داریم:

$$I = |0 - (-2)| + |x| + |-x| \Rightarrow I = 2 + 2x$$

گام سوم: مقدار x را حساب می‌کنیم:

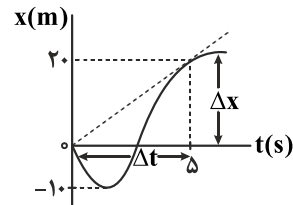
$$\frac{I}{\Delta x} = 6 \Rightarrow \frac{2 + 2x}{2} = 6 \Rightarrow x = 5 \text{ m}$$

گام چهارم: مسافت جسم را تا لحظه t_s (که جهت حرکت عوض می‌شود) حساب می‌کنیم:

$$I' = 2 + 5 = 7 \text{ m}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - نمودار مکان - زمان) (متوسط)

۵۲- گزینه «۳» - گام اول: برای محاسبه تندی جسم در لحظه $t = 5 \text{ s}$ ، شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در این لحظه را در نظر می‌گیریم:



$$S = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{2.0}{5} = 0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام دوم: برای محاسبه تندی متوسط در ۵ ثانیه اول داریم:

$$S_{av} = \frac{I}{\Delta t} = \frac{|-1 - 0| + |2.0 - (-1)|}{5} \Rightarrow S_{av} = \frac{4.0}{5} = 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام سوم: نسبت موردنظر را حساب می‌کنیم:

$$\frac{S}{S_{av}} = \frac{0.4}{0.8} = \frac{1}{2}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - نمودار مکان - زمان و تندی) (متوسط)

۵۳- گزینه «۲» - گام اول: معادله حرکت درجه دوم است و در لحظه $t_s = \frac{-b}{2a}$ ، جهت حرکت عوض می‌شود، پس این لحظه را حساب می‌کنیم:

$$x = 2t^2 - 16t \xrightarrow[b=-16]{a=2} t_s = \frac{-(-16)}{2 \times 2} = 4 \text{ s}$$

گام دوم: جابه‌جایی جسم را از لحظه صفر تا لحظه $t_s = 4 \text{ s}$ حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = x_f - x_o \Rightarrow \Delta x = (2 \times 4^2 - 16 \times 4) - 0 = -32 \text{ m}$$

گام سوم: سرعت متوسط جسم را حساب می‌کنیم:

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-32}{4} = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - سرعت متوسط) (متوسط)

۵۴- گزینه «۲» - شیب خط مماس بر نمودار در لحظه صفر و در لحظه t ، برابر صفر است، پس سرعت متحرک در این دو لحظه نیز صفر است و جسم

همواره در جهت منفی محور حرکت کرده است. (افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - نمودار مکان - زمان) (آسان)

۵۵- گزینه «۳» - گام اول: مسافت متحرک را حساب می‌کنیم، در مسیر منحنی کافی است $\frac{1}{4}$ محیط دایره به شعاع 10 m را حساب کنیم:

$$S_{\text{دایره}} = 2\pi R \Rightarrow I_1 = \frac{2\pi R}{4} = \frac{2\pi \times 10}{4} = 5\pi \text{ m} \Rightarrow I_1 = 15 \text{ m}$$

گام دوم: مجموع مسافت‌های طی شده از A تا B را حساب می‌کنیم:

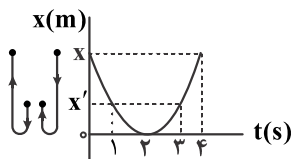
$$I = 15 + 10 + 15 = 40 \text{ m}$$

گام سوم: تندی متوسط را به دست می‌آوریم:

$$S_{\text{av}} = \frac{I}{\Delta t} = \frac{40}{10} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - تندی متوسط) (متوسط)

۵۶- گزینه «۴» - می‌دانیم نقاطی که به فاصله مساوی از رأس سهمی هستند مکان یکسان دارند، پس می‌توان دریافت بزرگی جابه‌جایی جسم از لحظه $t = 0$ تا $t = 3\text{ s}$ برابر جابه‌جایی جسم در بازه $t = 1\text{ s}$ تا $t = 4\text{ s}$ است.



$$|\Delta x_{(3|1)}| = |x' - x|, \Delta x_{(4|1)} = |x - x'|$$

$$\Rightarrow |\Delta x_{(3|1)}| = |\Delta x_{(4|1)}| \Rightarrow |V_{\text{av}}(3|1)}| = |V_{\text{av}}(4|1)}|$$

با توجه به نکته‌ای که برای سهمی گفتیم، می‌توان دریافت سه گزینه دیگر درست نیست. (افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - تندی و سرعت) (دشوار)

۵۷- گزینه «۳» - نمودار به صورت خط و با شیب ثابت است و سرعت متحرک همواره مقداری ثابت است، پس در هر بازه زمانی دلخواه سرعت متوسط برابر سرعت در هر لحظه دلخواه است:

$$V_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = V \Rightarrow V = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - سرعت متوسط - نمودار x-t) (آسان)

۵۸- گزینه «۳» - از رابطه سرعت متوسط در چند قسمت استفاده می‌کنیم:

$$V_{\text{av}} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} \xrightarrow{\Delta x = V \cdot \Delta t} V_{\text{av}} = \frac{V \times 5 + 20 - 4 \times 3}{5 + \frac{20}{5} + 3} \Rightarrow V_{\text{av}} = \frac{48}{12} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - سرعت متوسط) (متوسط)

۵۹- گزینه «۲» - از رابطه سرعت متوسط استفاده می‌کنیم:

$$V = V_{\text{av},1} = \frac{\frac{1}{3}x}{\Delta t_1}$$

برای کل مسیر داریم:

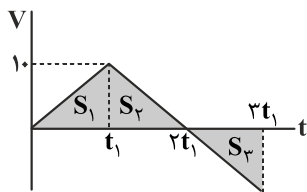
$$V_{\text{av}} = \frac{\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x}{\Delta t_1 + \Delta t_1} = \frac{x}{2\Delta t_1}$$

نسبت موردنظر را می‌نویسیم:

$$\frac{V_{\text{av}}}{V} = \frac{\frac{x}{2\Delta t_1}}{\frac{\frac{1}{3}x}{\Delta t_1}} = \frac{3}{2} \Rightarrow V_{\text{av}} = \frac{3}{2}V$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - سرعت متوسط) (متوسط)

۶۰- گزینه «۳» - گام اول: با استفاده از این نکته که مساحت محصور بین نمودار $V-t$ با محور t برابر جابه‌جایی جسم است، مساحت محصور را در بازه صفر تا $3t_1$ حساب می‌کنیم.



گام دوم: دقت کنید که مساحت دو مثلث S_2 و S_3 برابرند، پس می‌توان نوشت:

$$S_{\text{جس}} = S_1 + S_2 - S_3 = S_1 \Rightarrow S_{\text{جس}} = \frac{10 \times t_1}{2}$$

گام سوم: سرعت متوسط را در بازه صفر تا $3t_1$ حساب می‌کنیم:

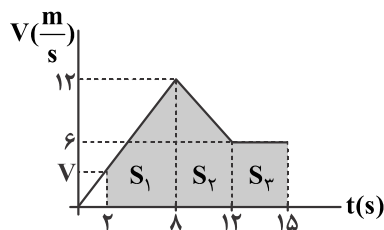
$$V_{\text{av}} = \frac{S_{\text{جس}}}{\Delta t} = \frac{\frac{10 \times t_1}{2}}{3t_1} = \frac{5}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - نمودار سرعت - زمان) (متوسط)

۶۱- گزینه «۱» - گام اول: سرعت متحرک را در لحظه $t = 2 \text{ s}$ حساب می‌کنیم. برای این کار دو مثلث با قاعده‌های صفر تا 2 s و صفر تا 8 s را مشابه می‌گیریم:

$$\frac{V}{12} = \frac{2}{8} \Rightarrow V = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام دوم: مجموع مساحت‌های S_1 ، S_2 و S_3 را برابر جابه‌جایی متحرک در بازه $t_1 = 2 \text{ s}$ تا $t_2 = 15 \text{ s}$ قرار می‌دهیم:



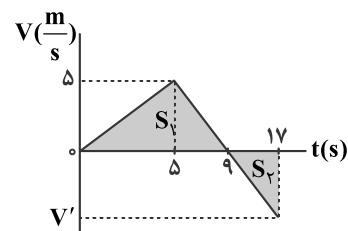
$$\Delta x = S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow x_{15} - 6 = \frac{(3+12) \times 6}{2} + \frac{(12+6) \times 6}{2} + 6 \times 3$$

$$x_{15} = 99 + 6 = 105 \Rightarrow x_{15} = 105 \vec{i}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - نمودار سرعت - زمان) (متوسط)

۶۲- گزینه «۴» - گام اول: فرض کنیم تا لحظه t' سرعت متوسط متحرک صفر می‌شود، پس باید بنا بر تعریف سرعت متوسط یعنی $V_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

جابه‌جایی متحرک صفر شود، پس چون مساحت محصور نمودار $V-t$ برابر جابه‌جایی جسم است. باید مجموع جبری مساحت دو مثلث هاشورخورده صفر شود.

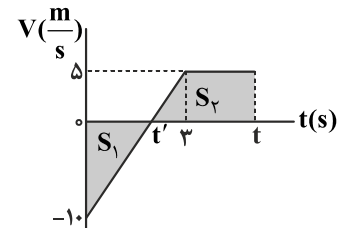


گام دوم: با توجه به این که شیب خط از $t = 9 \text{ s}$ تا t' ثابت است، می‌توان نوشت:

$$\text{شیب} = \frac{5}{9-5} = \frac{V'}{17-9} \Rightarrow V' = \frac{8}{4} \times 5 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - نمودار سرعت - زمان) (متوسط)

۶۳- گزینه «۴» - گام اول: شرط این که متحرک دوباره از مکان اولیه عبور کند این است که جابه‌جایی متحرک صفر باشد و با استفاده از این نکته که



مساحت محصور نمودار $V-t$ برابر جابه‌جایی متحرک است، می‌توان نوشت.

گام دوم: از شیب خط نمودار در بازه صفر تا 3 ثانیه، t' را حساب می‌کنیم:

$$\frac{10}{t'} = \frac{5}{3-t'} \Rightarrow t' = 2 \text{ s}$$

گام سوم: مساحت‌های S_1 و S_2 را برابر می‌گیریم:

$$S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{10 \times 2}{2} = \frac{[(t-2) + (t-3)] \times 5}{2} \Rightarrow t = 3/5 \text{ s}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - نمودار سرعت - زمان) (متوسط)

۶۴- گزینه «۳» - گام اول: سرعت در لحظه $t = ۸$ s برابر شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = ۸$ s است؛ یعنی:

$$V_A = \frac{۱۲}{۸-۲} = ۲ \frac{m}{s^2}$$

گام دوم: سرعت متوسط در $t = ۸$ ثانیه اول را از رابطه $V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ حساب می‌کنیم:

$$V_{av} = \frac{۱۲-۲۴}{۸-۰} = -\frac{۱۲}{۸} = -\frac{۳}{۲} \frac{m}{s}$$

گام سوم: نسبت موردنظر را حساب می‌کنیم:

$$\frac{V}{V_{av}} = \frac{۲}{-\frac{۳}{۲}} = -\frac{۴}{۳}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - نمودار مکان - زمان و سرعت) (متوسط)

۶۵- گزینه «۴» - گام اول: متحرک A در جهت مثبت و متحرک B در جهت منفی از یک نقطه و همزمان حرکت می‌کنند و متحرک A در لحظه $t = ۵$ s و متحرک B در لحظه $t = ۸$ s متوقف می‌شوند.

گام دوم: با استفاده از مساحت محصور نمودار سرعت - زمان با مساحت محصور هریک از نمودارها را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_A = \frac{۱۰ \times ۵}{۲} = ۲۵ \text{ m}$$

$$\Delta x_B = \frac{-۱۵ \times ۸}{۲} = -۶۰ \text{ m}$$

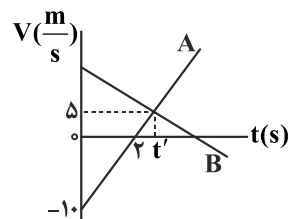
گام سوم: برای تعیین فاصله دو متحرک مجموع قدرمطلق جابه‌جایی‌ها را در نظر می‌گیریم:



$$\Delta x_A + |\Delta x_B| = ۲۵ + |-۶۰| = ۸۵ \text{ m}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - نمودار سرعت - زمان) (متوسط)

۶۶- گزینه «۱» - لحظه t' را که سرعت دو متحرک یکسان می‌شود، به‌دست می‌آوریم. برای این کار از تشابه دو مثلث با قاعده‌های صفر تا ۲ s و ۲ تا t' استفاده می‌کنیم:



$$\frac{۱۰}{۵} = \frac{۲}{t'-۲} \Rightarrow t' = ۳ \text{ s}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - نمودار سرعت - زمان) (متوسط)

۶۷- گزینه «۴» - گام اول: با توجه به تعریف شتاب متوسط $a_{av} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$ و این که شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر سرعت متحرک است

می‌توان سرعت متحرک را در لحظه‌های $t = ۵$ s و $t = ۱۰$ s حساب کرد و سپس شتاب متوسط را در این بازه زمانی به‌دست آورد:

در لحظه $t = ۵$ s: $V_5 = ۰$ = شیب مماس

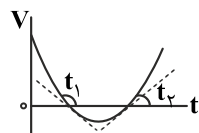
در لحظه $t = ۱۰$ s: $V_{10} = \frac{۲۰}{۱۰} = ۲ \frac{m}{s}$ = شیب خط مماس

$$a_{av} = \frac{۲-۰}{۱۰-۵} = \frac{۲}{۵} = ۰/۴ \frac{m}{s^2}$$

گام دوم: اکنون شتاب متوسط را می‌توانیم حساب کنیم:

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - نمودار $x-t$ - شتاب متوسط) (متوسط)

۶۸- گزینه «۳» - می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $V-t$ برابر شتاب در لحظه مماس است، از طرف دیگر چون در نمودار سهمی نقاطی که نسبت به رأس سهمی به فاصله یکسان قرار دارند قرینه یکدیگرند، شیب خط مماس در این نقاط نیز قرینه یکدیگرند، پس $a_1 = -a_2$ خواهد شد.



(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - نمودار $V-t$ و شتاب) (آسان)

۶۹- گزینه «۲» - گام اول: از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$ استفاده می‌کنیم، در ثانیه سوم یعنی بازه زمانی $t_1 = 2$ s تا $t_2 = 3$ s، پس سرعت متحرک را در هریک از این لحظه‌ها حساب می‌کنیم:

$$\vec{V}_1 = (2 \times 2^2 - 5)\vec{i} = 3\vec{i}, \vec{V}_2 = (2 \times 3^2 - 5)\vec{i} = 13\vec{i}$$

گام دوم: بنا بر تعریف شتاب متوسط آن را حساب می‌کنیم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{13\vec{i} - 3\vec{i}}{3 - 2} = 10\vec{i}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - شتاب متوسط) (آسان)

۷۰- گزینه «۳» - از معادله شتاب متوسط یعنی $a_{av} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$ استفاده می‌کنیم. دقت کنید که برداری که در جهت (مثبت) x باشد را با علامت مثبت به کار می‌بریم:

$$V_1 = -72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \div 3/6 = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}}, V_2 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_{av} = \frac{8 - (-20)}{18 - 6} = \frac{28}{12} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - شتاب متوسط) (آسان)

۷۱- گزینه «۴» - توجه دارید که اگر اندازه سرعت یا جهت سرعت یا هر دو این‌ها تغییر کند، حرکت جسم شتاب‌دار است.

(الف) در این حالت چون بردار سرعت (جهت حرکت) عوض می‌شود، حرکت شتاب‌دار است.

(ب) تغییر اندازه سرعت یعنی حرکت شتاب‌دار، در مسیر دایره‌ای جهت سرعت هم تغییر می‌کند.

(پ) تغییر اندازه سرعت یعنی حرکت شتاب‌دار.

(ت) چون جهت حرکت عوض شده، پس حرکت جسم شتاب‌دار بوده است. (افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - شتاب) (متوسط)

۷۲- گزینه «۱» - گام اول: چون سرعت متحرک ثابت است، می‌توان از معادله مکان - زمان با سرعت ثابت استفاده کرد و سرعت و مکان اولیه متحرک را حساب کرد:

$$x = Vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta = 2V + x_0 \\ -\Delta = 4V + x_0 \end{cases} \Rightarrow V = -\Delta \frac{\text{m}}{\text{s}}, x_0 = 1\Delta \text{ m}$$

گام دوم: معادله حرکت را می‌نویسیم و مکان متحرک را در لحظه $t' = \Delta$ s حساب می‌کنیم:

$$x = -\Delta t + 1\Delta \xrightarrow{t'=\Delta} x = -\Delta \times \Delta + 1\Delta = -1\Delta \Rightarrow \vec{x} = -1\Delta(\text{m})\vec{i}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - سرعت ثابت) (متوسط)

۷۳- گزینه «۳» - گام اول: سرعت جسم $10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 36 \div 3/6$ و در جهت منفی است. از معادله حرکت با سرعت ثابت استفاده می‌کنیم تا مکان x_0 را حساب کنیم:

$$x = Vt + x_0 \xrightarrow[t=-10 \frac{\text{m}}{\text{s}}]{t=3 \text{ s}, x=-20 \text{ m}} -20 = -10 \times 3 + x_0 \Rightarrow x_0 = 10 \text{ m}$$

گام دوم: معادله حرکت را می‌نویسیم:

$$x = -10t + 10$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - حرکت با سرعت ثابت) (متوسط)

۷۴- گزینه «۱» - از رابطه $\Delta x = V\Delta t$ برای سرعت ثابت استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\Delta x(\text{BC})}{\Delta x(\text{AC})} = \frac{V\Delta t(\text{BC})}{V\Delta t(\text{AC})} \Rightarrow \frac{41}{\Delta l} = \frac{2}{\Delta t(\text{AC})} \Rightarrow \Delta t(\text{AC}) = 2/5 \text{ min}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - سرعت ثابت) (آسان)

۷۵- گزینه «۳» - گام اول: می‌دانیم شرط این که دو متحرک به هم برسند این است که مکان آن‌ها برابر یکدیگر باشد، پس ابتدا معادله مکان هر یک را می‌نویسیم.

گام دوم: برای متحرک A داریم:

$$V_A = \frac{20-10}{10-0} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}, x_{0A} = 10 \text{ m} \Rightarrow x_A = t + 10$$

برای متحرک B داریم:

$$V_B = \frac{0 - (-30)}{10-0} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}, x_{0B} = -30 \text{ m} \Rightarrow x_B = 3t - 30$$

گام سوم: لحظه به هم رسیدن آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow t + 10 = 3t - 30 \Rightarrow t = 20 \text{ s}$$

گام چهارم: مکان به هم رسیدن آن‌ها را حساب می‌کنیم. برای این کار از معادله حرکت A یا B با جایگزینی $t = 20 \text{ s}$ استفاده می‌کنیم:

$$x_A = 20 + 10 = 30 \text{ m}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - سرعت ثابت) (متوسط)

۷۶- گزینه «۲» - کل حرکت متحرک شامل دو حرکت یکنواخت با سرعت ثابت است، پس کافی است شیب نمودار را در هر حرکت حساب کنیم:

$$V_1 = \frac{12}{2} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad V_2 = \frac{0-12}{6-2} = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - سرعت ثابت) (آسان)

۷۷- گزینه «۲» - گام اول: سرعت هر دو متحرک ثابت است، (نمودار $x-t$ به صورت خط است) می‌توانیم چنین استدلال کنیم که در لحظه $t=0$ ،

متحرک A، ۵ متر عقب‌تر از متحرک B بوده و در لحظه $t=5$ این متحرک ۲۰ m از متحرک B جلو افتاده است، پس می‌توان گفت متحرک A در مدت ۵ ثانیه $20 + 5 = 25$ متر پیش‌تر از B پیموده است.

گام دوم: چون حرکت‌ها با سرعت ثابت است، می‌توان از تناسب زیر استفاده کرد:

مدت زمان	اختلاف جابه جایی	⇒ x = 15 m
۵	۲۵	
۳	x	

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - سرعت ثابت) (متوسط)

۷۸- گزینه «۳» - برای پاسخ به این سؤال از روش حرکت نسبی استفاده می‌کنیم. در این روش یکی از متحرک‌ها را ثابت و ساکن فرض می‌کنیم، مثلاً

متحرک B را ساکن در نظر بگیریم. در این صورت متحرک A با سرعت $(20 + 30) = 50$ نسبی $V_{\text{نسبی}}$ متر بر ثانیه به B نزدیک می‌شود، پس باید مسافت‌های ۵۰۰ متر و $100 \text{ m} + 150 \text{ m}$ را طی کند تا ته قطار A از ته قطار B عبور کند و چون سرعت دو قطار ثابت است، می‌توان نوشت:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = V_{\text{نسبی}} t \Rightarrow 500 + 150 + 100 = 50t \Rightarrow t = 15 \text{ s}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - سرعت ثابت) (متوسط)

۷۹- گزینه «۴» - برای پاسخ به این سؤال از حرکت نسبی استفاده می‌کنیم. به این صورت که اتومبیل جلویی را ساکن در نظر می‌گیریم، بنابراین

می‌توان گفت که اتومبیل عقبی با سرعت $25 - 20 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ نسبی $V_{\text{نسبی}}$ به اتومبیل جلویی نزدیک می‌شود و مدت زمان رسیدن اتومبیل عقبی به جلویی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = V_{\text{نسبی}} \Delta t \Rightarrow 40 = 5t \Rightarrow t = 8 \text{ s}$$

اکنون مسافتی که اتومبیل عقبی پیموده را حساب می‌کنیم. برای این کار از معادله جابه‌جایی این اتومبیل استفاده می‌کنیم:

$$\Delta x_T = V_T t \xrightarrow[t=8 \text{ s}]{V_T=25 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \Delta x_T = 25 \times 8 \Rightarrow \Delta x_T = 200 \text{ m}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم - فصل اول - سرعت ثابت) (متوسط)

۸۵- گزینه «۳» - بررسی موارد:

گزینه «۱»: هر دو چهار طیف دارند.

گزینه «۲»: زیرا طیف پیوسته دارد.

گزینه «۳»: X: هلیوم است و هلیوم با کلر واکنش نمی‌دهد.

گزینه «۴»: $Fe > O > Si > Mg$ (میرعباسی) (پایه دهم - فصل اول - حفظیات (طیف نشری و فرمول نویسی)) (متوسط)

۸۶- گزینه «۱» - همه موارد درست است.

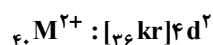
$$Z = \frac{A - (n - p)}{2} = \frac{91 - 11}{2} = 40$$

بررسی موارد:

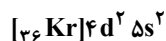
«آ»:



«ب»:



«پ»:



$$2(4 + 2) + 2(5 + 0) = 26$$

«ت»:



(میرعباسی) (پایه دهم - فصل اول - جدول تناوبی و ذرات زیراتمی) (دشوار)

۸۷- گزینه «۳» - He, Be : بررسی موارد نادرست:

گزینه «۱»: ترکیب‌های یونی دوتایی از دو عنصر تشکیل شده‌اند، نه دو اتم.

گزینه «۲»: عناصر دسته s، در گروه ۱، ۲ و ۱۸ (He) وجود دارند.

گزینه «۴»: ترکیب یونی، فرمول مولکولی ندارد. (میرعباسی) (پایه دهم - فصل اول - ترکیبی) (متوسط)

۸۸- گزینه «۴» -



در Al_2O_3 ، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود، بنابراین در یک مول Al^{3+} ، سه الکترون مبادله می‌شود.

(میرعباسی) (پایه دهم - فصل اول - ترکیب یونی) (آسان)

۸۹- گزینه «۱» - ترتیب نقطه جوش:

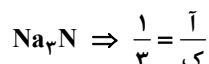


$$-196 > -186 > -182$$

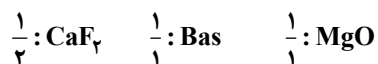
(میرعباسی) (پایه دهم - فصل دوم - هواکره) (آسان)

۹۰- گزینه «۲» - با افزایش n، خطوط پراثری تر و فاصله کم تر می‌شود. (میرعباسی) (پایه دهم - فصل اول - طیف نشری) (متوسط)

۹۱- گزینه «۴» -



ک در مورد سؤال:



(میرعباسی) (پایه دهم - فصل اول - ترکیب یونی) (آسان)

۹۲- گزینه «۲» -

$$\text{مولکول CO}_2 = \text{مولکول آب} \cdot 18 \Rightarrow x = 0.1 N_A \Rightarrow \left[\frac{x \text{ g H}_2\text{O}}{1 \times 18} \right] = \left[\frac{x \text{ مولکول آب}}{N_A \times 1} \right]$$

$$\text{مولکول CO}_2 : \left[\frac{x \text{ g CO}_2}{44 \times 1} \right] = \left[\frac{0.1 N_A}{N_A \times 1} \right] \Rightarrow x = 4.4 \text{ g CO}_2$$

(میرعباسی) پایه دهم - فصل اول - استوکیومتری (متوسط)

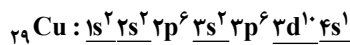
۹۳- گزینه «۲» - بررسی موارد:

گزینه «۱»: ۵ الکترون ظرفیتی \Rightarrow گروه ۱۵ $\Rightarrow Z = 51 \Rightarrow A$ گزینه «۲»: ۵ الکترون ظرفیتی \Rightarrow گروه ۵ \Rightarrow عنصر ۴۱گزینه «۳»: در $51A$ و $3d^1$ و $4d^1$ داریم، بنابراین ۲۰ الکترون $L = 2$ دارند.

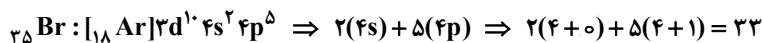
گزینه «۴»: لایه ۴ و ۵ کامل نشده است. (کتاب همراه علوی با تغییر) پایه دهم - فصل اول - آرایش الکترونی (متوسط)

۹۴- گزینه «۳» - موارد (۱) و (۲) نادرست است. بررسی موارد نادرست:

$$\frac{7}{10} \text{ مورد ۱}$$



مورد ۲)

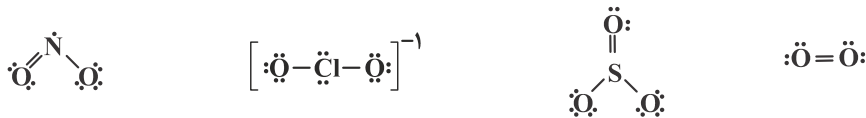


(میرعباسی) پایه دهم - فصل اول - آرایش الکترونی (متوسط)

۹۵- گزینه «۳» - برای کنترل میزان اسیدی بودن آب دریاچه‌ها از آهک استفاده می‌شوند نه سنگ آهک. (میرعباسی) پایه دهم - فصل دوم - هواکره (آسان)

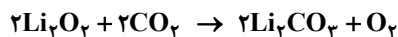
۹۶- گزینه «۳» - آرگون به معنای تنبل است نه هلیوم. (میرعباسی) پایه دهم - فصل دوم - هواکره و گاز هلیوم (آسان)

۹۷- گزینه «۳» - ساختار لوویس گونه‌ها به قرار زیر می‌باشد:



(میرعباسی) پایه دهم - فصل دوم - ساختار لوویس (متوسط)

۹۸- گزینه «۲» -

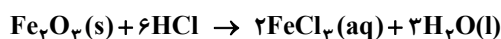


(میرعباسی) پایه دهم - فصل دوم - موازنه (آسان)

۹۹- گزینه «۴» - بررسی موارد نادرست:

نام صحیح Cr_2O_3 ، کروم (III) اکسید است.نام صحیح Sr(CN)_2 ، استرانسیم سیانید است.فرمول شیمیایی کبالت (III) کلرید CoCl_3 است. (میرعباسی) پایه دهم - فصل دوم - نام‌گذاری و نسبت جرمی (متوسط)

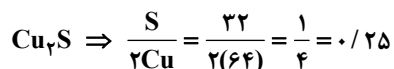
۱۰۰- گزینه «۳» -



$$\left[\frac{1/6 \text{ g Fe}_2\text{O}_3}{160 \times 1} \right] = \left[\frac{x \text{ g H}_2\text{O}}{3 \times 18} \right] \Rightarrow x = 0.54 \text{ g H}_2\text{O}$$

(میرعباسی) پایه دهم - فصل دوم - استوکیومتری (آسان)

۱۰۱- گزینه «۱» -

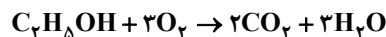


(میرعباسی) (پایه دهم - فصل دوم - نام‌گذاری و نسبت جرمی) (آسان)

۱۰۲- گزینه «۱» - فقط مورد سوم نادرست است. بررسی مورد نادرست:

مورد ۳) این فرایند به صورت برگشت پذیر است. (در هر حالتی) (میرعباسی) (پایه دهم - فصل دوم - فراند هابر) (آسان)

۱۰۳- گزینه «۱» -



$$\left[\frac{11/5 \text{ g C}_7\text{H}_5\text{OH}}{46 \times 1} \right] = \left[\frac{x \text{ L CO}_2}{2 \times 22/4} \right] \Rightarrow x = 11/2 \text{ L CO}_2$$

(میرعباسی) (پایه دهم - فصل دوم - استوکیومتری) (متوسط)

۱۰۴- گزینه «۴» - با فرض هشتایی شدن جفت‌های پیوندی را رسم می‌کنیم:



= بار یون چند اتمی

[مجموع شمار الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در ساختار لویس پس از ۸ تایی فرض شدنشان] - [تعداد هر اتم × رقم شماره گروه هر اتم]

$$q = [1(5) + 2(6)] - [8 + 8] = +1$$

(میرعباسی) (پایه دهم - فصل دوم - محاسبه بار یون چند اتمی) (آسان)

۱۰۵- گزینه «۲» - مثال نقض: در تکنسیم ($^{99}_{43}\text{Tc}$) که یک عنصر پرتوزا است، نسبت $\frac{n}{p} > 1/5$ است.

(کتاب همراه علوی با تغییر) (پایه دهم - فصل دوم - جدول تناوبی و پرتوایی) (متوسط)

۱۰۶- گزینه «۲» - بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: تبدیل CO_2 به مواد معدنی با استفاده از اکسیدهای فلزی

گزینه «۳»: تولید سوخت از پسماندهای گیاهی (فقط)

گزینه «۴»: تولید پلاستیک‌های زیست تخریب پذیر (فقط) (کتاب همراه علوی با تغییر) (پایه دهم - فصل دوم - شیمی سبز) (آسان)

۱۰۷- گزینه «۲» - معادله موازنه شده:



$$\left[\frac{0.4 \text{ MOL KNO}_3}{2} \right] = \left[\frac{x \text{ g O}_2}{1 \times 32} \right] \Rightarrow x = 6.4 \text{ g O}_2$$

$$\left[\frac{0.4 \text{ mol KNO}_3}{2} \right] = \left[\frac{x \text{ g KNO}_2}{2 \times 85} \right] \Rightarrow x = 34 \text{ g KNO}_2$$

تفاوت جرم فراورده‌ها: $34 - 6.4 = 27.6 \text{ g}$

(میرعباسی) (پایه دهم - فصل دوم - استوکیومتری) (متوسط)

۱۰۸- گزینه «۱» - N گروه ۱۵ است و باید ۵ الکترون در لایه ظرفیت خود داشته باشد، ولی در این گزینه، ۴ پیوند تشکیل داده است (با ۴ تک‌الکترون

از N)، بنابراین این ترکیب یک بار مثبت بوده است. گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴»، به ترتیب باید بارهای -۱، -۲ و -۱ باشند.

(میرعباسی) (پایه دهم - فصل دوم - تعیین بار) (متوسط)

۱۰۹- گزینه «۱» - بررسی موارد نادرست:

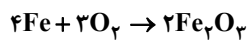
گزینه «۲»: اتم‌های دسته p، مربوط به تناوب‌های پنج به بعد (n-1) d پر دارند.

گزینه «۳»: در عنصرهای دوره ششم زیرلایه 4f در حال پر شدن است.

گزینه «۴»: عدد اتمی خانه زیرین اولین فلز واسطه (^{21}Sc) برابر ۳۹ است. (میرعباسی) (پایه دهم - فصل دوم - جدول تناوبی) (آسان)

۱۱۰- گزینه «۱» - بررسی موارد:

الف) درست

ب) نادرست، Si به صورت سیلیس (SiO_2) در طبیعت وجود دارد.پ) درست، فلز موردنظر آهن است که در طبیعت به صورت هماتیت (Fe_2O_3) به همراه ناخالصی وجود دارد.

ت) درست، در هر دو نسبت آنیون به کاتیون برابر است.

$$\text{Fe}_2\text{O}_3 = \frac{\bar{1}}{3} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Al}_2\text{O}_3 = \frac{\bar{1}}{3} = \frac{3}{2}$$

(میرعباسی) (پایه دهم - فصل دوم - ترکیبی) (متوسط)