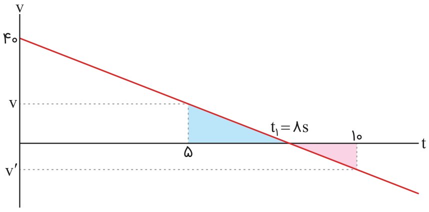
۱ گزینه ۲

ابتدا نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم و به کمک معادله شتاب $t_۱$ و سرعت در لحظه‌های $t = ۵\,s$ و $t = ۱۰\,s$ را به دست می‌آوریم:



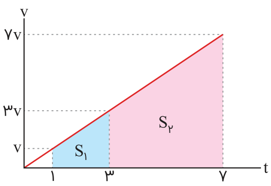
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -۵ = \frac{۰ - ۴۰}{t_۱ - ۰} \Rightarrow -۵t_۱ = -۴۰ \Rightarrow t_۱ = ۸\,s$$
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -۵ = \frac{۰ - v}{۸ - ۵} \Rightarrow v = ۱۵\,m/s$$
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -۵ = \frac{v' - ۰}{۱۰ - ۸} \Rightarrow v' = -۱۰\,m/s$$

حال برای پیدا کردن تندی مساحت قسمت رنگی را به دست می‌آوریم:

$$L = \text{مساحت} : \frac{۱۵ \times ۳}{۲} + \frac{۲ \times ۱۰}{۲} = ۳۲/۵$$
$$S = \frac{L}{\Delta t} = \frac{۳۲/۵}{۵} = ۶/۵\,m/s$$

۲ گزینه ۳

از آن جایی که شتاب ثابت است، نمودار $v - t$ آن به صورت خطی خواهد بود و چون اندازهٔ جابه جایی خواسته شده است اهمیتی ندارد شتاب را منفی در نظر بگیریم یا مثبت، پس:

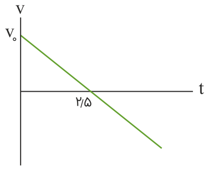


$$S_۱ = \frac{(۳v + v)(۳ - ۱)}{۲} = ۴v \Rightarrow ۴v = ۲۰ \Rightarrow v = ۵\,m/s$$
$$S_۲ = \frac{(۷v + ۳v)(۷ - ۳)}{۲} = \frac{۱۰v \times ۴}{۲} = ۲۰v = ۲۰ \times ۵ = ۱۰۰\,m$$

گزینه ۳

گام اول: طبق تقارنی که حرکت با شتاب ثابت نسبت به لحظهٔ تغییر جهت دارد، اگر جابه‌جایی در یک بازهٔ زمانی صفر باشد، سرعت در لحظهٔ وسط آن بازه برابر با صفر است؛ بنابراین چون جابه‌جایی در ثانیهٔ سوم حرکت صفر است، متحرک در لحظهٔ $۲/۵\,\mathrm{s}$ تغییر جهت داده است.

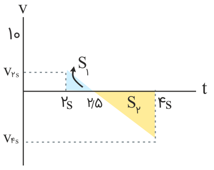
گام دوم: چون شتاب $-۴\,\mathrm{m/s^۲}$ است و متحرک در لحظهٔ $t = ۲/۵\,\mathrm{s}$ تغییر جهت داده است، نمودار سرعت زمان متحرک به‌صورت زیر خواهد بود:



باتوجه‌به $a = -۴\,\mathrm{m/s^۲}$، $v_\circ$ برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -۴ = \frac{\circ - v_\circ}{۲/۵ - \circ} \Rightarrow v_\circ = ۱\circ\ \mathrm{m/s}$$

گام سوم: سرعت‌های متحرک در لحظات $t_۱ = ۲\mathrm{s}$ و $t_۲ = ۴\,\mathrm{s}$ را تعیین می‌کنیم و با استفاده از مساحت زیر نمودار، مسافت طی‌شده در بازهٔ $(۲\,\mathrm{s}\,,\,۴\,\mathrm{s})$ را به دست می‌آوریم.



$$v = at + v_\circ = -۴t + ۱\circ \Rightarrow \begin{cases} v_{۲s} = ۲\ \mathrm{m/s} \\ v_{۴s} = -۶\,\mathrm{m/s} \end{cases}$$

$$L = S_۱ + S_۲ = \frac{۲ \times \circ/۵}{۲} + \frac{۱/۵ \times ۶}{۲} = ۵\,\mathrm{m}$$

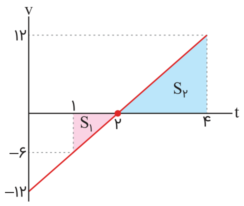
۴ گزینه ۱

روش اول:

معادلهٔ سرعت- زمان را به دست می‌آوریم:

$$x=\underbrace{۳}_{\frac{۱}{۲}a}t^{۲}\underbrace{-۱۲}_{v_{\circ}}t+۹\xrightarrow{v=at+v_{\circ}}v=۶t-۱۲$$

نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم و با استفاده از سطح زیر نمودار مسافت را حساب می‌کنیم و سپس تندی متوسط را حساب می‌کنیم:



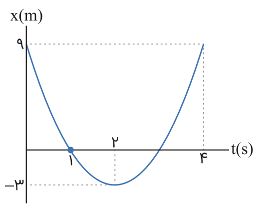
$$l=S_۱+S_۲=۳+۱۲=۱۵\,m$$

$$S_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۱۵}{۴-۱}=۵\,m/s$$

روش دوم: نمودار سهمی را رسم می‌کنیم و مکان متحرک در لحظات $t_۱=۱s$ و $t_۲=۴s$ را نیز تعیین می‌کنیم:

$$x=۳t^{۲}-۱۲t+۹\Rightarrow t_{\text{رأس}}=\frac{-(-۱۲)}{۲(۳)}=۲\,s\quad,\quad x_{\text{رأس}}=۳(۲)^{۲}-۱۲(۲)+۹=-۳\,m$$

$$\begin{cases}x_{۱s}=۳(۱)^{۲}-۱۲(۱)+۹=\circ\\x_{۴s}=۳(۴)^{۲}-۱۲(۴)+۹=۹\,m\end{cases}$$

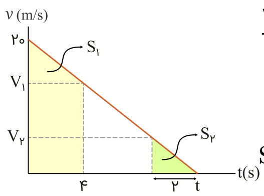


باتوجه‌به نمودار مسافت و تندی متوسط را حساب می‌کنیم.

$$l=۳+۳+۹=۱۵\,m\Rightarrow S_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۱۵}{۳}=۵\,m/s$$

۵ گزینه ۲

شتاب حرکت که با شیب خط نمودار سرعت- زمان برابر است، ثابت است. پس می‌توان نوشت:



$$\frac{۲۰-v_۱}{۴}=\frac{v_۲}{۲}\Rightarrow ۲v_۲=۲۰-v_۱\quad(۱)$$

ازطرفی باتوجه‌به رابطهٔ بین مسافت‌های داده‌شده می‌توان نوشت:

$$S_۱=۳۶S_۲\Rightarrow(\frac{۲۰+v_۱}{۲})۴=۳۶(\frac{v_۲\times ۲}{۲})\Rightarrow ۱۸v_۲=۲۰+v_۱\quad(۲)$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) می‌توان نتیجه گرفت:

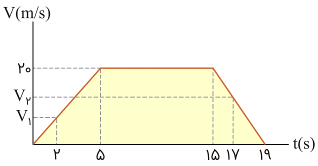
$$۲۰v_۲=۴۰\Rightarrow v_۲=۲m/s$$

در این صورت شتاب حرکت برابر است با:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{\circ-v_۲}{۲}\Rightarrow a=-۱\,m/s^{۲}$$

۶ گزینه ۳

ابتدا نمودار سرعت- زمان حرکت اتومبیل را رسم می‌کنیم:



باتوجه‌به ثابت بودن شتاب در ۵ ثانیهٔ اول حرکت می‌توان سرعت در لحظهٔ $t = 2\,s$ را حساب کرد:

$$\frac{20}{5} = \frac{v_1}{2} \Rightarrow v_1 = 8\,m/s$$

در چهار ثانیهٔ آخر حرکت نیز شتاب ثابت است. در این صورت داریم:

$$\frac{20}{4} = \frac{v_2}{2} \Rightarrow v_2 = 10\,m/s$$

در این صورت شتاب متوسط بین دو لحظهٔ خواسته شده برابر است با:

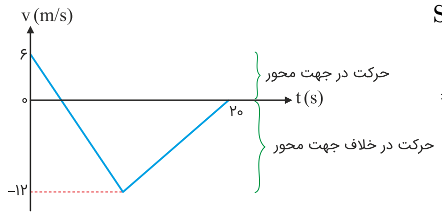
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 8}{15} = \frac{2}{15}\,m/s^2$$

۷ گزینه ۱

در لحظهٔ $t = 4\,s$ سرعت حرکت صفر می‌شود. چون حرکت از این لحظه به بعد از حال سکون انجام می‌شود، می‌توان حرکت را وارونه در نظر گرفت. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{aligned} v_2 &= 2a + v_4 \\ v_8 &= 4a + v_4 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{v_4 = 0} \frac{v_8}{v_2} = \frac{4a}{2a} = 2$$

۸ گزینه ۲



$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{\text{سطح زیر نمودار}}{\Delta t} = \frac{\text{مساحت مثلث پایین}}{\Delta t}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times 12 \times (20 - t)}{20 - t} = 6\,m/s$$

۹ گزینه ۲

گام اول:

سرعت اولیهٔ هر دو جسم صفر است.

چون دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند و به یک مقصد معین می‌رسند، پس جابه‌جایی آن‌ها یکسان است:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = \frac{1}{2}a_2 t_2^2 \quad (1)$$

گام دوم: متحرک شماره (۱) که شتاب بیشتری دارد ۲s زودتر به مقصد رسیده، پس:

$$t_1 = t_2 - 2 \quad (2)$$

گام سوم: چون زمان حرکت متحرک شماره (۱) را می‌خواهیم t_2 را از رابطهٔ (۲) در رابطهٔ (۱) قرار می‌دهیم و t_1 را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{(1)\ ,\ (2)} a_1 t_1^2 = \frac{9}{16}a \times (t_1 + 2)^2$$

$$\Rightarrow \frac{9}{16} = \left(\frac{t_1}{t_1 + 2}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{t_1}{t_1 + 2}$$

$$\Rightarrow 4t_1 = 3t_1 + 6 \Rightarrow t_1 = 6s$$

۱۰ گزینه ۲

گام اول

الف) از حال سکون $\leftarrow$ $v_\circ = \circ$

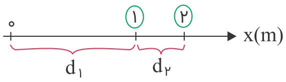
ب) مسافت طی شده در مرحلهٔ اول، ۴ برابر مسافت طی شده در مرحله دوم $\leftarrow$ $d_۱ = ۴d_۲$

ج) ادامهٔ مسیر را با شتاب ثابت $a_۲$ طی می‌کند تا بایستد $\leftarrow$ $v_۲ = \circ$ (سرعت در انتهای مسیر) ، در زمان توقف شتاب منفی است پس $v_۲ = \circ$

د) اندازهٔ $a_۲$ چند برابر $a_۱$ $\leftarrow$ $\frac{|a_۲|}{|a_۱|} = ?$

گام دوم

برای درک بهتر مسئله، مسافت‌های طی شده روی محور x را رسم می‌کنیم.



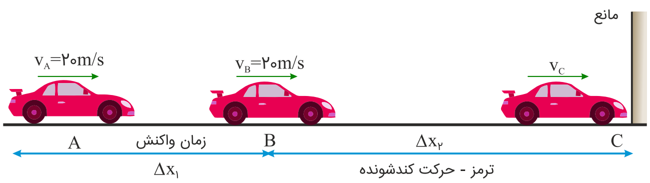
به کمک معادلهٔ مستقل از زمان، مسافت متحرک در مرحلهٔ اول و دوم را برحسب سرعت و شتاب به دست می‌آوریم:

$$d_۱ = \frac{{v_۱}^۲ - {v_\circ}^۲}{۲a_۱} = \frac{{v_۱}^۲}{۲a_۱}\ ,\ d_۲ = \frac{{v_۲}^۲ - {v_۱}^۲}{۲a_۲} = \frac{-{v_۱}^۲}{۲a_۲}$$

ازآنجایی‌که $d_۱ = ۴d_۲$، نسبت $\frac{|a_۲|}{|a_۱|}$ برابر است با:

$$d_۱ = ۴d_۲ \Rightarrow \frac{{v_۱}^۲}{۲a_۱} = -۴\frac{{v_۱}^۲}{۲a_۲} \Rightarrow \frac{a_۲}{a_۱} = -۴ \Rightarrow \frac{|a_۲|}{|a_۱|} = ۴$$

۱۱ گزینه ۳



$$\Delta x_۱ = vt_۱ = ۲\circ \times \circ/۵ = ۱\circ\,m$$

$$\Delta x_۲ = ۵۲ - ۱\circ = ۴۲m$$

$$v_C^۲ - v_B^۲ = -۲a(\Delta x_۲) \rightarrow v_C^۲ - ۲\circ^۲ = -۲ \times ۴ \times ۴۲$$

$$v_C^۲ = -۳۳۶ + ۴\circ\circ = ۶۴ \Rightarrow v_C = ۸m/s$$

۱۲ گزینه ۲

سرعت متوسط را در ۸ ثانیهٔ اول حساب می‌کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲\circ - ۴}{۸ - \circ} = ۲ \Rightarrow v_{av} = ۲\,m/s$$

سرعت در لحظهٔ $t = ۸\,s$ برابر صفر است و شتاب ثابت است (سهمی)؛ پس می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{v + v_\circ}{۲} \Rightarrow ۲ = \frac{\circ + v_\circ}{۲} \Rightarrow v_\circ = ۴\,m/s$$

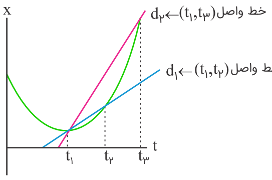
۱۳ گزینه ۳

باتوجه‌به اینکه نمودار مکان- زمان به‌صورت یک سهمی است و سهمی متقارن است؛ و ازآنجاکه ۴ ثانیه طول کشیده تا سرعت متحرک صفر شود، پس ۴ ثانیه دیگر طول می‌کشد تا به قرینهٔ نقطهٔ شروع (جایی که بزرگی سرعت برابر بزرگی سرعت اولیه شود) برسد. بنابراین در کل ۸ ثانیه پس از لحظهٔ $t = \circ$ این اتفاق می‌افتد.

۱۴ گزینه ۱

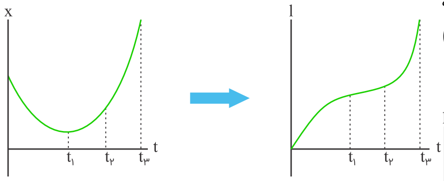
به بررسی هریک از موارد می‌پردازیم:

الف) نادرست؛ بزرگی سرعت متوسط در نمودار مکان - زمان برابر شیب خط واصل بین دو لحظه است. باتوجه‌به شکل زیر شیب خط واصل در بازهٔ $(t_۱, t_۲)$ کمتر از بازهٔ $(t_۱, t_۳)$ است.

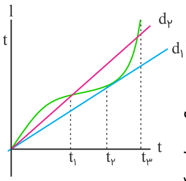


$$\text{شیب } d_۲ > \text{شیب } d_۱ \Rightarrow v_{av(t_۱,t_۳)} > v_{av(t_۱,t_۲)}$$

ب) نادرست؛ نمودار مکان - زمان را به نمودار مسافت - زمان تبدیل می‌کنیم. برای این کار هنگامی‌که مکان در حال کاهش است، نمودار را نسبت به راستای افقی قرینه می‌کنیم.

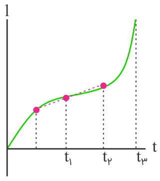


در نمودار مسافت- زمان شیب خط واصل بین دو لحظه برابر تندی متوسط بین آن دو لحظه است. باتوجه‌به نمودار، تندی متوسط بین $(۰, t_۳)$ بزرگ‌تر از تندی متوسط بین $(۰, t_۲)$ است.



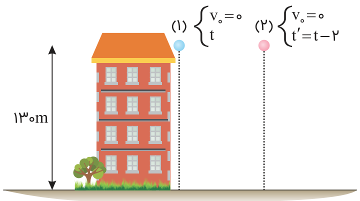
$$\begin{cases} S_{av(۰,t_۲)} = \text{شیب } d_۱ \\ S_{av(۰,t_۳)} = \text{شیب } d_۲ \end{cases} \Rightarrow \text{شیب } d_۲ > \text{شیب } d_۱ \Rightarrow S_{av(۰,t_۳)} > S_{av}$$

پ) درست: کمترین تندی متوسط در بازهٔ ۲ ثانیه‌ای برابر کمترین شیب خط بین دو لحظه به فاصلهٔ زمانی ۲ ثانیه است. کمترین شیب خط بین دو لحظه هنگامی رخ می‌دهد که $t_۱$ در وسط این بازهٔ زمانی ۲ ثانیه باشد پس مورد (ت) درست است.



۱۵ گزینه ۳

گلولهٔ دوم ۲ ثانیه دیرتر از گلولهٔ اول رها می‌شود. طبق رابطهٔ $y = -\frac{۱}{۲}gt^۲$ برای هر دو گلوله داریم:



$$\begin{cases} y_A = -\frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow -\frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times (۵)^۲ = -۱۲۵\,m \\ y_B = -\frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow -\frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times (۳)^۲ = -۴۵\,m \end{cases}$$
$$\Rightarrow \Delta y = |y_A - y_B| = ۱۲۵ - ۴۵ = ۸۰\,m$$

۱۶ گزینه ۳

با استفاده از رابطهٔ $v = \sqrt{۲gh}$ سرعت را برای دو لحظهٔ برخورد با زمین و ارتفاع موردنظر نوشته و از تناسب آن‌ها داریم:

$$v = \sqrt{۲gh} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{h'}{h}} \Rightarrow \frac{\frac{۱}{۴}v}{v} = \sqrt{\frac{h'}{h}} \Rightarrow \sqrt{\frac{h'}{h}} = \frac{۱}{۴}$$
$$\Rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow h' = \frac{۱}{۱۶}h$$

فاصله از سطح زمین برابر با $(۱ - \frac{۱}{۱۶}h) = \frac{۱۵}{۱۶}h$ است.

۱۷

$$\Delta y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow -۰/۱۹۶ = -\frac{۱}{۲} \times ۹/۸ \times t^۲ \Rightarrow t^۲ = ۰/۰۴ \Rightarrow t = ۰/۲\,s$$

۱۸ گزینه ۳

روش کلاسیک:

ابتدا سرعت گلوله در نقطهٔ C را حساب می‌کنیم.

$$\Delta y_{B\,,C}=\frac{v_C+v_B}{۲}\Delta t\xrightarrow{v_C=-\overset{-۳۰}{\cancel{gt}}+v_B}-۹۰=\frac{۲v_C+۳۰}{۲}\times ۳\Rightarrow v_C=-۴۵\,m/s$$

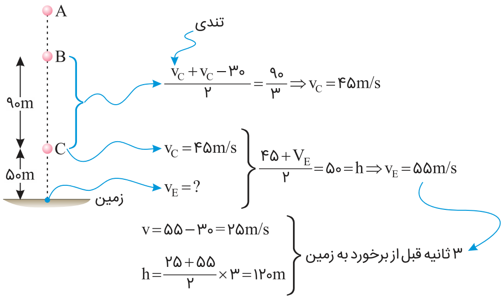
حالا سرعت برخورد گلوله به سطح زمین را حساب می‌کنیم:

$$v^{۲}_{\text{زمین}}-v_C^{۲}=-۲g\Delta y\Rightarrow v^{۲}_{\text{زمین}}-(-۴۵)^{۲}=-۲۰(-۵۰)\Rightarrow v_{\text{زمین}}=+۵۵\,m/s$$

سه ثانیه قبل از برخورد گلوله به زمین سرعت گلوله برابر $v=-gt+v_{\text{زمین}}=-۳۰+۵۵=+۲۵\,m/s$ است پس ارتفاع آن از سطح زمین برابر است با:

$$\Delta y=\frac{v+v_{\text{زمین}}}{۲}\times\Delta t=\frac{۲۵+۵۵}{۲}\times ۳=۱۲۰\,m\Rightarrow h=\Delta y=۱۲۰\,m$$

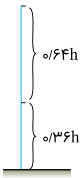
روش دوم:



۱۹ گزینه ۱

دانستن روابط سقوط آزاد

مسائل جزء به کل



$$h=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow\frac{۶۴}{۱۰۰}h=\frac{۱}{۲}g(t-۱)^{۲}$$

$$\Rightarrow\frac{\frac{۶۴}{۱۰۰}h}{h}=\frac{\frac{۱}{۲}g(t-۱)^{۲}}{\frac{۱}{۲}gt^{۲}}\Rightarrow\frac{۶۴}{۱۰۰}=\frac{(t-۱)^{۲}}{t^{۲}}$$

$$\Rightarrow\frac{۶۴}{۱۰۰}=\frac{(t-۱)^{۲}}{t^{۲}}\Rightarrow\frac{۸}{۱۰}=\frac{t-۱}{t}$$

$$\Rightarrow ۸t=۱۰t-۱۰\Rightarrow ۲t=۱۰\Rightarrow t=۵\,s$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\Delta v_{av}=\frac{\frac{۱}{۲}gt^{۲}}{t}=\frac{۱}{۲}gt$$

$$v_{av}=\frac{۱}{۲}gt=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۵=۲۵\,m/s$$

مسائل جزء به کل است که یک بار باید کل مسیر حرکت را در نظر گرفت و بار دیگر قسمت اول حرکت را ـ چون از سرعت ابتدایی قسمت دوم حرکت اطلاعاتی نداریم.

۲۰ گزینه ۳

نیم ثانیهٔ سوم بین دو لحظهٔ $t_۱ = ۱s$ و $t_۲ = ۱/۵\,s$ است. در این صورت برای محاسبهٔ سرعت متوسط در این بازه می‌توان نوشت:

$$v_۱ = -gt_۱ \Rightarrow v_۱ = -g$$
$$v_۲ = -gt_۲ \Rightarrow v_۲ = -۱/۵g$$
$$v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} = \frac{-g + (-۱/۵g)}{۲} = -۱/۲۵g = -۱/۲۵ \times ۹/۸ = -۱۲/۲۵\,m/s$$
$$\Rightarrow |v_{av}| = ۱۲/۲۵\,m/s$$

۲۱ گزینه ۴

اگر سرعت برخورد به زمین v فرض شود، سرعت متحرک ۱/۵ ثانیهٔ قبل $v - ۱۵$ متر بر ثانیه است. (دقت کنید شتاب حرکت $۱۰\,m/s^۲$ است)

$$\overline{v} = \frac{v_۲ + v_۱}{۲} \Rightarrow ۴۰ = \frac{v + v - ۱۵}{۲} \Rightarrow ۲v - ۱۵ = ۸۰ \Rightarrow v = ۴۷/۵\,m/s$$
$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۴۷/۵ = ۱۰t \Rightarrow t = ۴/۷۵\,(s)$$

۲۲ گزینه ۱

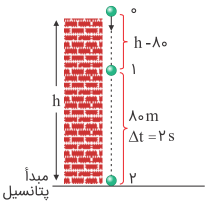
گام اول

الف) ۸۰ متر آخر سقوط را در مدت ۲ ثانیه طی می‌کند $\leftarrow$ $|\Delta y| = ۸۰m\ ,\ \Delta t = ۲s$

ب) ارتفاع سقوط ؟ $\leftarrow$ $h = ?$

گام دوم

معادلهٔ مکان را برای ۸۰ متر آخر نوشته و سرعت را در لحظهٔ ۱ حساب کرده و با استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان (از نقطهٔ ۰ تا نقطهٔ ۱)، ارتفاع کل را به دست می‌آوریم: (توجه: جهت مثبت، رو به پایین و مبدأ پتانسیل، زمین فرض شود)



$$\Delta y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + v_۱t \Rightarrow -۸۰ = -۵ \times ۴ + ۲v_۱ \Rightarrow v_۱ = -۳۰m/s \Rightarrow |v_۱| = ۳۰m/s$$
$$v_۱{}^۲ = ۲g \times (h - ۸۰) \Rightarrow ۳۰^۲ = ۲ \times ۱۰ \times (h - ۸۰) \Rightarrow ۴۵ = h - ۸۰ \Rightarrow h = ۱۲۵\,m$$

۲۳ گزینه ۳

گام اول: ابتدا معادلهٔ مکان- زمان دو گلوله را می‌نویسیم. برای گلولهٔ B در معادله‌های حرکت به‌جای t از $(t - ۱/۵)$ استفاده می‌کنیم.

$$y_A = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + y_۰ = -۵t^۲ + h$$
$$y_B = -\frac{۱}{۲}g(t - ۱/۵)^۲ + y_۰ = -۵(t - ۱/۵)^۲ + h$$

گام دوم: اختلاف فاصلهٔ دو گلوله یعنی $y_B - y_A$ را برابر با ۶۳/۷۵ قرار می‌دهیم.

$$y_B - y_A = ۶۳/۷۵ \Rightarrow (-۵(t - ۱/۵)^۲ + h) - (-۵t^۲ + h) = ۶۳/۷۵$$
$$-\cancel{۵t^۲} + ۱۵t - ۱۱/۲۵ + h + \cancel{۵t^۲} - h = ۶۳/۷۵ \Rightarrow ۱۵t = ۷۵ \Rightarrow t = ۵\,s$$

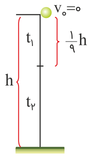
۲۴ گزینه ۳

در گام اول، زمان برخورد گلوله‌ها را با زمین محاسبه می‌کنیم:

$$y = \frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow \begin{cases} \text{گلولهٔ A} : ۸۰ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times t_A^۲ \Rightarrow t_A^۲ = ۱۶ \Rightarrow t_A = ۴\,s \\ \text{گلولهٔ B} : ۲۰ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times t_B^۲ \Rightarrow t_B^۲ = ۴ \Rightarrow t_B = ۲\,s \end{cases}$$

چون گلولهٔ B ۲ ثانیه دیرتر از گلولهٔ A رها شده، پس هر دو گلوله هم‌زمان به زمین می‌رسند.

۲۵ گزینه ۲



معادلهٔ مکان- زمان را یک‌بار برای ابتدای مسیر و یک‌بار برای کل مسیر می‌نویسیم:

$$\begin{cases}\frac{۱}{۹}h=\frac{۱}{۲}gt_۱^۲\\ h=\frac{۱}{۲}g(t_۱+t_۲)^۲\end{cases}\xrightarrow{\div}\frac{۱}{۹}=\left(\frac{t_۱}{t_۱+t_۲}\right)^۲\xrightarrow{\text{جذر}}\frac{۱}{۳}=\frac{t_۱}{t_۱+t_۲}$$

$$\Rightarrow ۳t_۱=t_۱+t_۲\Rightarrow\frac{t_۲}{t_۱}=۲$$

۲۶ گزینه ۳

دمای تعادل را θ_e فرض می‌کنیم: (آب گرما از دست داده و آلومینیوم گرما گرفته است.)

$$m_W c_W(\Delta\theta)_W=m_{Al}c_{Al}(\Delta\theta)_{Al}\Rightarrow m_W c_W(\theta_e-\theta_i)=m_{Al}c_{Al}(\theta_e-\theta'_i)$$

$$\Rightarrow\theta_e=\frac{۰/۳\times ۴۲۰۰\times ۷۰+۰/۱۲\times ۹۰۰\times ۲۰}{۰/۳\times ۴۲۰۰+۰/۱۲\times ۹۰۰}=۶۶^\circ C$$

$$\Rightarrow\theta_e=۲۷۳+۶۶=۳۳۹\,K$$

۲۷ گزینه ۴

$$\underset{\text{آب } ۲۰^\circ C}{\underset{\downarrow}{Q_۱}}+\underset{\text{آب } ۸۰^\circ C}{\underset{\downarrow}{Q_۲}}+\underset{\text{ظرف}}{\underset{\downarrow}{Q_۳}}=۰$$

$$\Rightarrow m_۱c_۱\Delta\theta_۱+m_۲c_۲\Delta\theta_۲+m_۳c_۳\Delta\theta_۳=۰$$

$$\Rightarrow ۰/۰۸\times ۴۲۰۰(\theta_e-۲۰)+۰/۰۲\times ۴۲۰۰(\theta_e-۸۰)+۰/۳\times ۴۰۰(\theta_e-۳۲)=۰$$

$$\Rightarrow ۳/۳۶\theta_e-۶۷/۲+۰/۸۴\theta_e-۶۷/۲+۱/۲\theta_e-۳۸/۴=۰$$

$$\Rightarrow ۵/۴\theta_e=۱۷۲/۸\Rightarrow\theta_e=۳۲^\circ C$$

۲۸ گزینه ۲

گرمای $Q_۱$ باعث ذوب یخ و گرمای $Q_۲$ باعث افزایش دمای آن تا $۲۰^\circ C$ می‌شود. بنابراین:

$$\underset{۰^\circ C}{\text{یخ}}\xrightarrow{Q_۱}\underset{۰^\circ C}{\text{آب}}\xrightarrow{Q_۲}\underset{۲۰^\circ C}{\text{آب}}$$

$$Q_{\text{کل}}=Q_۱+Q_۲=mL_f+mc\Delta\theta=۳۳۶۰۰۰m+۴۲۰۰\times ۲۰\times m=۴۲۰۰۰۰m$$

$$\frac{Q_۱}{Q_{\text{کل}}}=\frac{mL_f}{mL_f+mc\Delta\theta}=\frac{۳۳۶۰۰۰m}{۴۲۰۰۰۰m}=۰/۸$$

$$\text{درصد گرمایی که صرف ذوب شدن یخ شده}=\frac{Q_۱}{Q_{\text{کل}}}\times ۱۰۰=\%۸۰$$

راه‌حل دیگر:

برای محاسبهٔ گرمای داده شده از یکای کالری استفاده می‌کنیم. برای سهولت در محاسبه فرض می‌کنیم جرم یخ $۱g$ است:

$$c_{\text{آب}}=۱cal/g^\circ C\ ,\ L_F=۸۰\,cal/g$$

$$Q_۱=mL_F=۱\times ۸۰=۸۰cal$$

$$Q_۲=mc\Delta\theta=۱\times ۱\times ۲۰=۲۰cal$$

کل گرمایی که برای این کار لازم است را به دست می‌آوریم:

$$Q=Q_۱+Q_۲=۸۰+۲۰=۱۰۰\,cal$$

حال درصد گرمایی که صرف ذوب شدن یخ شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد گرما}=\frac{Q_۱}{Q}\times ۱۰۰=\frac{۸۰}{۱۰۰}\times ۱۰۰=\%۸۰$$

۲۹ گزینه ۲

گرمایی که مایع اول بدست می‌آورد را از مایع دوم جذب کرده است. بنابراین:

$$Q_۱ + Q_۲ = ۰$$
$$m_۱c_۱\Delta\theta_۱ + C_۲\Delta\theta_۲ = ۰$$
$$m_۱ \times ۱۸۰(۲۰ - ۱۰) + ۳۰۰(۲۰ - ۸۰) = ۰$$
$$m_۱ = ۱۰\,kg$$

۳۰ گزینه ۱

گرمای آب درون ظرف و گرماسنج باعث افزایش دمای آب صفر درجه می‌شود. بنابراین:

$$Q_۱ + Q_۲ + Q_{\text{گرماسنج}} = ۰ \Rightarrow m_۱c_۱(\theta_e - \theta_۱) + m_۲c_۲(\theta_e - \theta_۲) + C_{\text{گرماسنج}}(\theta_e - \theta_{\text{گرماسنج}}) = ۰$$
$$\Rightarrow C_{\text{گرماسنج}} = \frac{۷۰۰ \times ۴/۲ \times (۷/۵ - ۱۰) + ۲۴۰ \times ۴/۲ \times (۷/۵ - ۰)}{۲/۵} = ۸۴\,J/^\circ C$$

۳۱ گزینه ۳

گام اول

الف) چند لیتر آب ۵۰ درجهٔ سلسیوس $\leftarrow V_۱ = ?\ ,\ \theta_۱ = ۵۰^\circ C$

ب) چند لیتر آب ۲۰ درجهٔ سلسیوس $\leftarrow V_۲ = ?\ ,\ \theta_۲ = ۲۰^\circ C$

ج) ۶۰ لیتر آب با دمای ۴۰ سلسیوس داشته باشیم $\leftarrow V_۱ + V_۲ = ۶۰lit\ ,\ \theta_e = ۴۰^\circ C$

گام دوم

با استفاده از رابطهٔ تعادل گرمایی و باتوجه‌به اینکه حجم نهایی برابر با ۶۰ لیتر است می‌توانیم $m_۱$ و $m_۲$ را به دست بیاوریم.

$$Q_۱ + Q_۲ = ۰ \Rightarrow m_۱c(\theta_e - \theta_۱) + m_۲c(\theta_e - \theta_۲) = ۰$$
$$\Rightarrow m_۱(۴۰ - ۵۰) = -m_۲(۴۰ - ۲۰)$$
$$\Rightarrow ۱۰m_۱ = ۲۰m_۲ \Rightarrow ۲m_۲ - m_۱ = ۰ \quad (I)$$

ازطرفی چگالی آب برابر است با $1kg/lit$ بنابراین:

$$m_۱ + m_۲ = \rho V_۱ + \rho V_۲ = \rho(V_۱ + V_۲) = ۱ \times ۶۰ = ۶۰kg \quad (II)$$

باتوجه‌به قسمت (I) و (II) داریم:

$$\begin{cases} m_۱ + m_۲ = ۶۰kg \\ ۲m_۲ - m_۱ = ۰ \end{cases} \Rightarrow m_۱ = ۴۰kg\ ,\ m_۲ = ۲۰kg \Rightarrow V_۱ = ۴۰L\ ,\ V_۲ = ۲۰L$$