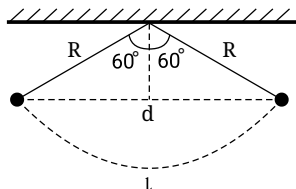


پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴ باید توجه داشت که بزرگی سرعت ماشین ثابت است، اما ممکن است جهت بردار سرعت در حال تغییر باشد، یعنی ممکن است اتومبیل در یک پیچ باشد، لذا نمی‌توان با اطمینان در مورد شتاب اظهار نظر کرد.

۲ - گزینه ۲

با توجه به شکل روبه‌رو مسافت طی شده و اندازه جابه‌جایی گلوله را بر حسب طول نخ (R) به دست می‌آوریم.



$$\begin{cases} l = \left(\frac{120^\circ}{360^\circ} \right) \times \text{محیط دایره مسیر حرکت} = \frac{1}{3} \times 2\pi R = \frac{2\pi}{3} R \\ \sin 60^\circ = \frac{\left(\frac{d}{2} \right)}{R} = \frac{d}{2R} \Rightarrow d = 2R \sin 60^\circ = 2R \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} R \end{cases}$$

می‌دانیم نسبت تندى متوسط به اندازه سرعت متوسط برابر نسبت مسافت به اندازه جابه‌جایی است.

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\left(\frac{l}{\Delta t} \right)}{\left(\frac{d}{\Delta t} \right)} = \frac{l}{d} = \frac{\left(\frac{2\pi}{3} R \right)}{\sqrt{3} R} = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \Rightarrow s_{av} = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} v_{av}$$

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \times 1.5 \frac{m}{s} = \frac{\pi}{\sqrt{3}} \frac{m}{s} = \frac{\sqrt{3}}{3} \pi \frac{m}{s}$$

توجه: در این سؤال زمان حرکت گلوله و طول نخ در پاسخ بی‌اثر هستند. البته در راحل دیگری می‌توان با استفاده از زمان حرکت گلوله، ابتدا جابه‌جایی، سپس طول نخ و در نهایت مسافت و تندى متوسط را محاسبه کرد.

۳ - گزینه ۱ هنگامی که چرخ به اندازه نیم دور می‌چرخد، سنگ به اندازه $d = v_{av} t$ جابه‌جا شده است. مطابق شکل داریم:

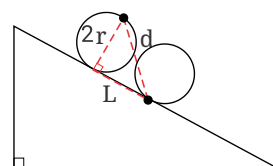
$$d = v_{av} t = 4\sqrt{13} \times 0.5 = 2\sqrt{13} m$$

$$L = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$$

$$d = \sqrt{(2r)^2 + (L)^2} = \sqrt{(2r)^2 + (\pi r)^2}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{13} = \sqrt{4r^2 + \pi^2 r^2} \Rightarrow 2\sqrt{13} = \sqrt{r^2(4 + \pi^2)}$$

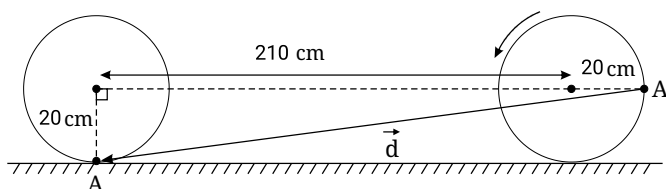
$$\Rightarrow 2\sqrt{13} = r\sqrt{13} \Rightarrow r = 2m$$



۴ - گزینه ۲ مرکز حلقه به صورت افقی جابه‌جا می‌شود و جابه‌جایی آن برابر با مقدار مسافت طی شده بر روی محیط دایره است. بنابراین ابتدا تعداد دورهای چرخش حلقه را می‌یابیم:

$$n = \frac{210}{2\pi r} = \frac{210}{2 \times 3 \times 20} \rightarrow n = \frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4} \text{ دور}$$

بنابراین برای آنکه مرکز حلقه، 210 cm جابه‌جا شود، باید حلقه یک دور کامل به اضافه $\frac{3}{4}$ دور بچرخد. مطابق شکل زیر، اندازه بردار جابه‌جایی نقطه A برابر است با:



$$d = \sqrt{(r+x)^2 + r^2} = \sqrt{(20+210)^2 + 20^2} = 10\sqrt{533} \text{ cm}$$



۵ - گزینه ۳

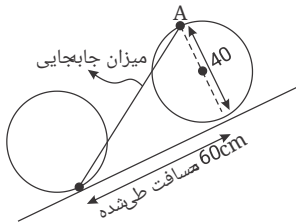
$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20 - (-40)}{10} = \frac{60}{10} = 6 \text{ m/s}$$

۶ - گزینه ۴

$$\frac{\text{تندی متوسط}}{\text{سرعت متوسط}} = \frac{\frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{زمان کل}}}{\frac{\text{اندازه جابجایی کل}}{\text{زمان کل}}} = \frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{اندازه جابجایی کل}} = \frac{300 + 200}{300 - 200} = 5$$

۷ - گزینه ۲

چون جسم به اندازه نیم دور چرخیده مسافتی که طی می کند، نصف محیط دایره است.



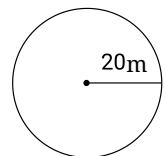
$$\text{مسافت طی شده} = \frac{\text{محیط دایره}}{2} = \frac{\text{قطر} \times \pi}{2} \Rightarrow \frac{40 \times 3}{2} = 60 \text{ cm}$$

حال با استفاده از رابطه فیثاغورس میزان جابه جایی که وتر مثلث قائم الزاویه درون شکل می باشد را محاسبه می کنیم.

$$(\text{میزان جابه جایی})^2 = (\text{مسافت طی شده})^2 + (\text{قطر})^2$$

$$x^2 = 60^2 + 40^2 \rightarrow x = \sqrt{3600 + 1600} = \sqrt{5200} = x = 20\sqrt{13}$$

۸ - گزینه ۴



$$\text{شعاع دایره} : 2r = 40 \Rightarrow r = 20 \text{ m}$$

$$\text{محیط} = 2\pi r = 2 \times 3 \times 20 = 120 \text{ m}$$

$$\Delta x = v \cdot \Delta t$$

چون تندی ثابت بوده است، می توان از رابطه روبه رو استفاده کنیم:

$$\Delta x = 3 \times 90 = 270 \text{ m}$$

$$\frac{270}{120} = 2\frac{1}{4} (120 + 120 + 30 = 270)$$

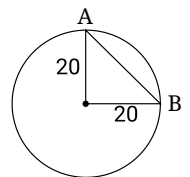
خودرو در مدت ۹۰ s دو دور و یک چهارم دور از محیط دایره را پیموده است:

خودرو از A تا B منتقل می شود، یعنی یک چهارم دایره را طی کرده و جابه جایی از A تا B برابر وتر AB است.

$$\text{جابه جایی} = AB$$

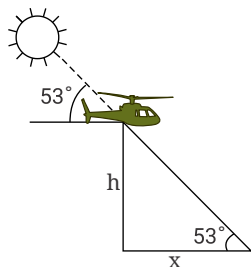
$$AB = \sqrt{20^2 + 20^2} = \sqrt{800} = \sqrt{400 \times 2} = 20\sqrt{2} \text{ m}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20\sqrt{2}}{90} = \frac{2\sqrt{2}}{9} \text{ m/s}$$



۹ - گزینه ۳

با توجه به حرکت عمودی پهباد و حرکت افقی سایه بر روی سطح زمین می توانیم از مفهوم $\tan \alpha$ برای حل این مسئله کمک بگیریم:



$$h = v_{av} \Delta t = 5 \times 4 = 20 \text{ m}$$

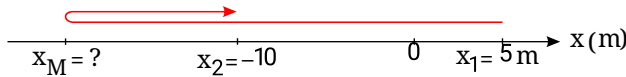


$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \tan 53^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow x = \frac{h}{\tan 53^\circ} = \frac{20}{\frac{4}{3}} = 15m$$

بنابراین:

$$(v_{av})_{\text{سایه}} = \frac{x}{\Delta t} = \frac{15}{4} = 3.75 m/s$$

۱۰ - گزینه ۳

متحرک روی محور x به صورت شکل زیر حرکت کرده است.مسافتی را که متحرک در سوی منفی محور x حرکت کرده است L_1 و مسافتی را که متحرک در سوی مثبت محور x حرکت کرده است L_2 فرض می‌کنیم.

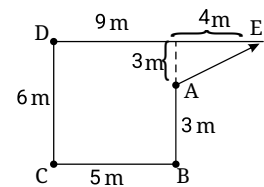
$$\begin{cases} \text{بزرگی جابه‌جایی} = |\Delta x| = |x_2 - x_1| = |(-10m) - (+5m)| = 15m \\ \text{مسافت طی شده} = 2.4 \times 15m = 36m \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{بزرگی جابه‌جایی} = L_1 - L_2 \Rightarrow L_1 - L_2 = 15m \\ \text{مسافت طی شده} = L_1 + L_2 \Rightarrow L_1 + L_2 = 36m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 = 25.5m \\ L_2 = 10.5m \end{cases}$$

با توجه به شکل بیشترین فاصله متحرک از نقطه شروع حرکت همان L_1 است.۱۱ - گزینه ۲ مسافت طی شده معادل کل طول مسیر پیموده شده است، ولی بردار جابه‌جایی به مسیر بستگی ندارد و برداری است که نقطه A (شروع حرکت) را به نقطه E (پایان حرکت) متصل می‌کند.

$$\text{مسافت طی شده} = AB + BC + CD + DE$$

$$\text{مسافت طی شده} = 23m$$

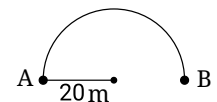


$$\text{جابه‌جایی} = AE \quad \text{جابه‌جایی} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \quad \frac{\text{مسافت}}{\text{جابه‌جایی}} = \frac{23}{5} = 4.6$$

۱۲ - گزینه ۴ مسافت طی شده برابر نصف محیط دایره و جابه‌جایی برابر قطر دایره است:

$$\text{مسافت طی شده} = \frac{\cancel{\pi} r}{\cancel{\pi}} = 3 \times 20 = 60m$$

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{مدت زمان}} = \frac{60}{4} = 15 \left(\frac{m}{s} \right) \xrightarrow{\times 3.6} 54 \frac{km}{h}$$



$$\text{جابه‌جایی} = 20 + 20 = 40$$

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان مصرف شده}} = \frac{40}{4} = 10 \frac{m}{s} \xrightarrow{\times 3.6} 36 \frac{km}{h}$$

توجه کنید که چون گزینه‌ها هم بر حسب $\frac{m}{s}$ و هم $\frac{km}{h}$ داده شده است، جواب را به $\frac{km}{h}$ نیز تبدیل کرده‌ایم.

۱۳ - گزینه ۴ با داشتن تندی متوسط و زمان حرکت می‌توانیم مسافت طی شده توسط دوند را محاسبه کنیم.

ابتدا زمان حرکت را به ثانیه تبدیل می‌کنیم:

$$4 \times 60 = 240s$$

با توجه به رابطه تندی متوسط:

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{زمان}} \Rightarrow \text{تندی متوسط} = \text{مسافت} \Rightarrow \text{مسافت طی شده توسط دونده} = 240 \times 0.5 = 120m$$

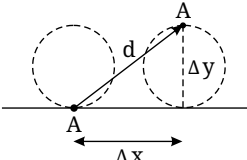


مسیر مستقیم میان دو نقطه A و B برابر است با جابه‌جایی دونده:

$$\Delta x = x_B - x_A = 60 - (-30) = 90m$$

اختلاف دو طول: $120 - 90 = 30m$

۱۴ - گزینه ۲ با توجه به شکل ابتدا جابه‌جایی این نقطه را حساب می‌کنیم.



$$\begin{cases} d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \\ \Delta x = \frac{1}{2}(2\pi r) = \pi r = 25\pi cm \\ \Delta y = 2r = 50cm \end{cases}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{(25\pi)^2 + (50)^2} = \sqrt{(25)^2(\pi^2 + 4)} = 25\sqrt{14}cm$$

با توجه به رابطه محاسبه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{25\sqrt{14}}{5} = 5\sqrt{14}cm/s$$

۱۵ - گزینه ۴ اگر جهت مثبت را به‌سوی بالا فرض کنیم و لحظه پرتاب جسم را لحظه صفر در نظر بگیریم، سرعت جسم در لحظه‌های $t_0 = 0s$ ، $t_1 = 1,25s$ و $t_2 = 3,75s$ به‌ترتیب برابر $v_0 = +20m/s$ ، $v_1 = 0m/s$ و $v_2 = -10m/s$ است.

$$\begin{cases} a_1 = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{0 - 20}{1,25 - 0} = -16m/s^2 \\ a_2 = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(-10) - 0}{3,75 - 1,25} = -4m/s^2 \end{cases} \Rightarrow |a_1 + a_2| = +20m/s^2$$

توجه: اگر جهت مثبت را به‌سوی پایین فرض می‌کنیم، a_1 و a_2 به‌ترتیب $+16$ و $+4$ متر بر مربع ثانیه می‌شود.

۱۶ - گزینه ۳ اندازه سرعت متوسط از تنیدی کوچکتر است. در نتیجه اندازه جابه‌جایی از مسافت پیموده شده کوچکتر است و الف درست نیست.

سرعت متوسط متحرک در سوی مخالف محور x است. پس جابه‌جایی متحرک نیز در سوی مخالف محور x است و ب درست است.

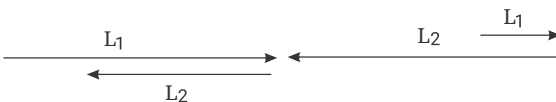
باتوجه به اینکه حرکت بر خط راست است و اندازه جابه‌جایی از مسافت پیموده شده کمتر است، جهت حرکت حداقل یک بار تغییر کرده است. پس ج درست است.

کل جابه‌جایی متحرک در سوی منفی محور x است. در نتیجه اگر در شروع حرکت متحرک در سوی مثبت محور x حرکت کند، باید تغییر جهت بدهد و یک بار دیگر از مبدأ حرکت (مکان اولیه) عبور کند؛ بنابراین د درست است.

پس موارد ب، ج و د درست هستند و پس پاسخ گزینه ۳ است.

۱۷ - گزینه ۳

فرض می‌کنیم فرد مسافت l_1 را در یک سو و مسافت l_2 را در سوی دیگر حرکت کرده است.



در اینجا نسبت l_1 (فاصله نقطه شروع تا تغییر جهت) به l_2 (فاصله نقطه تغییر جهت تا پایان) مطلوب است.

$$\begin{cases} l = l_1 + l_2 \Rightarrow \frac{l}{d} = \frac{l_1 + l_2}{|l_1 - l_2|} = 9 \Rightarrow \frac{l_1 + l_2}{l_1 - l_2} = \pm 9 \\ d = |l_1 - l_2| \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} l_1 + l_2 = +9(l_1 - l_2) \Rightarrow 10l_2 = 8l_1 \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{5}{4} \\ l_1 + l_2 = -9(l_1 - l_2) \Rightarrow 10l_1 = 8l_2 \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{4}{5} \end{cases}$$

۱۸ - گزینه ۲

$$(a_{av})_{0s-10s} = \frac{v_{10} - v_0}{10s - 0s} = -4 \Rightarrow v_{10} - v_0 = -20 \frac{m}{s} \quad (1)$$

$$(a_{av})_{10s-12s} = \frac{v_{12} - v_{10}}{12s - 10s} = 2 \Rightarrow v_{12} - v_{10} = 4 \frac{m}{s} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow (v_{12} - v_{10}) + (v_{10} - v_0) = 4 + (-20) \Rightarrow v_{12} - v_0 = -16 \Rightarrow (a_{av})_{0s-12s} = \frac{v_{12} - v_0}{12s - 0s} = -\frac{16}{12} \frac{m}{s^2}$$

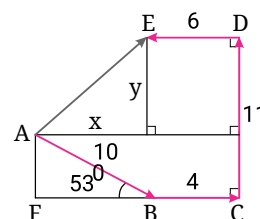
$$\Rightarrow (a_{av})_{0s-12s} = -\frac{4}{3} \frac{m}{s^2}$$



چون $\vec{a}_{av}$ ها و $\vec{v}$ ها همگی در امتداد محور x بودند.

۱۹ - گزینه ۴ بردار جابه‌جایی به مسیر حرکت بستگی ندارد و برابر برداری است که ابتدا را به انتها متصل می‌کند.

به وسیله روابط مثلثاتی، طول پاره‌خط AE قابل محاسبه است.



$$AF = 10 \sin 53^\circ = 10 \times 0.8 = 8 \text{ km}$$

$$y = CD - AF = 11 - 8 = 3 \text{ km}$$

$$FB = 10 \cos 53^\circ = 10 \times 0.6 = 6 \text{ km}$$

$$DE + x = FC = FB + BC \Rightarrow 6 + x = 6 + 4 \Rightarrow x = 4 \text{ km}$$

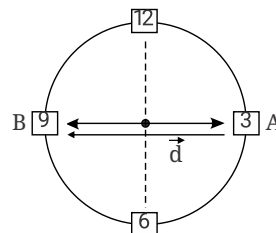
$$AE = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ km}$$

۲۰ - گزینه ۴ با توجه به شکل زیر، در بازه زمانی $15'$ تا $3:45'$ نوک عقربه در مدت $\Delta t = 30 \text{ min}$ از نقطه A به نقطه B می‌رود. در این مدت جابه‌جایی نوک عقربه برابر با $d = 10 \text{ cm}$ است. بنابراین با استفاده از رابطه سرعت متوسط به صورت زیر اندازه آن را حساب می‌کنیم:

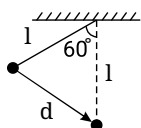
$$|\vec{d}| = d = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$\Delta t = 30 \text{ min} = \frac{1}{2} \text{ h}$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{0.1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow v_{av} = 0.2 \text{ m/h}$$



۲۱ - گزینه ۲ با توجه به شکل روبه‌رو، اندازه جابه‌جایی آونگ برابر طول نخ آونگ است. (قاعده مثلث متساوی‌الساقینی که زاویه راس آن 60° باشد با ساق مثلث برابر است.)



$$d = l = 64 \text{ cm} = 0.64 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{0.64 \text{ m}}{0.4 \text{ s}} = 1.6 \text{ m/s}$$

۲۲ - گزینه ۳ در مدت یک ساعت عقربه دقیقه‌شمار یک دور، یعنی معادل محیط دایره و عقربه ساعت‌شمار $\frac{1}{12}$ دور، یعنی $\frac{1}{12}$ محیط دایره می‌چرخند. تندی متوسط نوک عقربه دقیقه‌شمار و ساعت‌شمار را به ترتیب S_1 و S_2 فرض می‌کنیم.

$$\begin{cases} s_1 = \frac{l_1}{\Delta t} = \frac{2\pi R_1}{\Delta t} \\ s_2 = \frac{l_2}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{12}(2\pi R_2)}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \frac{s_1}{s_2} = \frac{R_1}{R_2} = 12 \times \frac{2}{12} = 20$$

۲۳ - گزینه ۱

طبق رابطه تندی متوسط:

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{مدت زمان}} = \bar{S} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow d = \bar{S} \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = 1 \times 60 = 60 \text{ ثانیه}$$

$$d = 4 \times 60 = 240 \text{ m}$$

۲۴ - گزینه ۳ سرعت لحظه‌ای، سرعت متوسط و جابه‌جایی کمیت‌هایی برداری‌اند، در حالی که تندی لحظه‌ای، تندی متوسط و مسافت کمیت عددی‌اند.

۲۵ - گزینه ۴ جابه‌جایی این متحرک، وتر دایره است و البته قاعده یک مثلث متساوی‌الساقینی که زاویه راس آن 60° است. بنابراین:

$$\Delta r = r_1 = r_2 = r$$

$$V_{av} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{r}{\Delta t} = \frac{12}{0.2} = 6 \text{ m/s}$$

