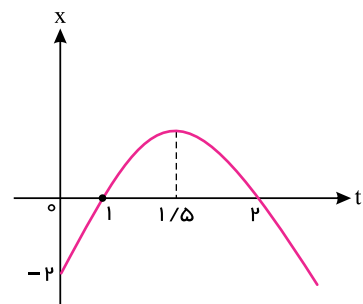


پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ نمودار معادله در $x - t$ سهمی است.

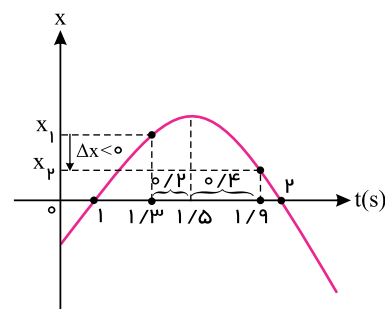
$$x = -t^2 + 3t - 2 = -(t - 1)(t - 2) \xrightarrow{x=0} \begin{cases} t_1 = 1s \\ t_2 = 2s \end{cases}$$



از آنجا که نمودار رسم شده یک سهمی است، با توجه به نقاط قرینه نسبت به راس سهمی، مکان تقریبی متعلق به هر لحظه را پیدا کرده، سپس علامت جابه‌جایی را تعیین می‌کنیم. برای این کار باید، یک به یک گزینه‌ها را بررسی کنیم:

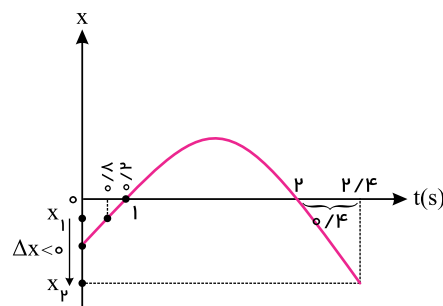
گزینه ۱:

$$\begin{cases} t_1 = 1,3s \\ t_2 = 1,9s \end{cases}$$



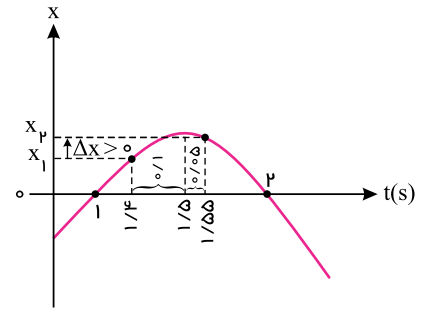
گزینه ۲:

$$\begin{cases} t_1 = 0,8s \\ t_2 = 2,4s \end{cases}$$



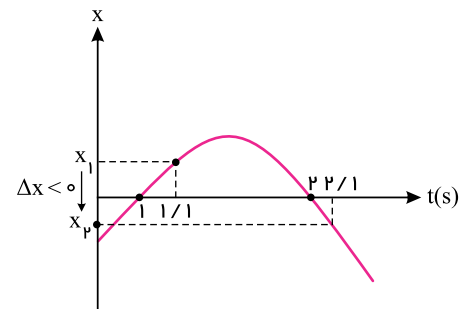
گزینه ۳:

$$\begin{cases} t_1 = 1,4s \\ t_2 = 1,55s \end{cases}$$



گزینه ۴:

$$\begin{cases} t_1 = 1,1 \text{ s} \\ t_2 = 2,1 \text{ s} \end{cases}$$



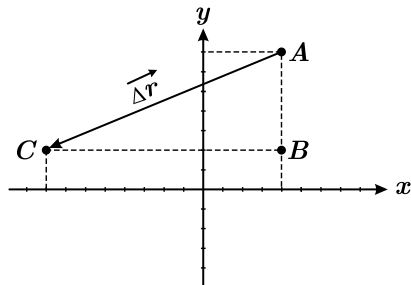
پس با توجه به آنچه در شکل‌ها می‌بینید فقط در بازه زمانی متعلق به گزینه ۳ جابه‌جایی در جهت محور ($\Delta x > 0$) است.

$$\Delta t_1 = 1,5 - 1,4 = 1 \text{ s}$$

$$\Delta t_2 = 1,55 - 1,5 - 0,05 \text{ s}$$

$$\Delta t_1 > \Delta t_2 \Rightarrow \Delta x > 0$$

۲ - گزینه ۳



$$\Delta r = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ m}$$

مسافت را زمانی می‌توان مشخص کرد که تمام مسیر حرکت مشخص باشد. توجه کنید که نقاط شروع و پایان هر بازه مشخص شده و چگونگی حرکت مشخص نیست.

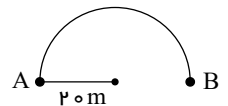
۳ - گزینه ۳

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20 - (-40)}{10} = \frac{60}{10} = 6 \text{ m/s}$$

۴ - گزینه ۴ مسافت طی شده برابر نصف محیط دایره و جابه‌جایی برابر قطر دایره است:

$$\text{مسافت طی شده} = \frac{\cancel{\pi} r}{\cancel{\pi}} = 3 \times 20 = 60 \text{ m}$$

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{مدت زمان}} = \frac{60}{4} = 15 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \xrightarrow{\times 3,6} 54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

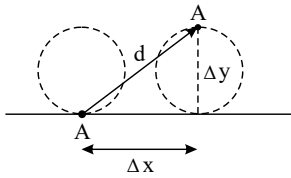


$$\text{جابه‌جایی} = 20 + 20 = 40$$

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان مصرف شده}} = \frac{40}{4} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \xrightarrow{\times 3,6} 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

توجه کنید که چون گزینه‌ها هم بر حسب $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ و هم $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ داده شده است، جواب را به $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ نیز تبدیل کرده‌ایم.

۵ - گزینه ۲ با توجه به شکل ابتدا جابه‌جایی این نقطه را حساب می‌کنیم.



$$\begin{cases} d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \\ \Delta x = \frac{1}{2}(2\pi r) = \pi r = 25\pi \text{ cm} \\ \Delta y = 2r = 50 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow d = \sqrt{(25\pi)^2 + (50)^2} = \sqrt{(25)^2(\pi^2 + 4)} = 25\sqrt{14} \text{ cm}$$

با توجه به رابطه محاسبه سرعت متوسط داریم:

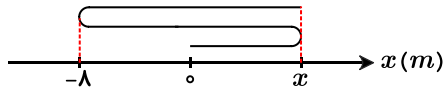
$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{25\sqrt{14}}{5} = 5\sqrt{14} \text{ cm/s}$$

۶ - گزینه ۴ با توجه به این که تندی متوسط اتومبیل را پس از طی مسافت ۴۵۵ km می دانیم، می توانیم زمان کل حرکت را محاسبه کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{t} \Rightarrow 35 = \frac{455}{t} \Rightarrow t = 13 \text{ h}$$

نیمه اول زمانی حرکت یعنی ۶٫۵ ساعت ابتدایی حرکت و چون ما اطلاعات کافی راجع به حرکت اتومبیل طی این مدت نداریم، نمی توان تندی متوسط آن را حساب کرد.

۷ - گزینه ۲ در حرکتی که می بینیم ابتدا متحرک از مبدأ به مکان x می رود؛ سپس از x به -۸ می رود و پس از آن از -۸ دوباره به x برمی گردد. بنابراین مسافت طی شده در این حرکت برابر است با:

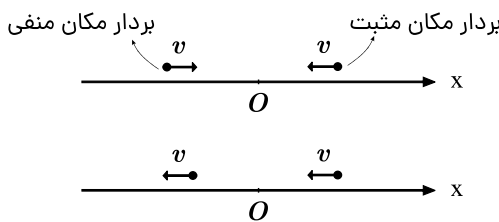


$$l = 3x + 16 = 43 \Rightarrow x = 9 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{12} - x_0}{12 - 0} = \frac{9 - 0}{12} = \frac{3}{4} \text{ m/s}$$

۸ - گزینه ۲

جمله الف صحیح است.



جمله ب نادرست است.

جمله ج نادرست است. اگر دوبار متحرک از یک نقطه عبور کند حداقل یکبار تغییر جهت داده است ولی تعداد تغییر جهت ها مشخص نیست.

جمله د نادرست است. اگر سرعت جسم مثبت باشد متحرک به سمت راست حرکت می کند و بردار مکان جسم افزایش می یابد ولی مقدار بردار مکان ممکن است کاهش یابد.

۹ - گزینه ۴ چون سرعت هر سه متحرک ثابت است، شتاب حرکت هر سه صفر می باشد.

۱۰ - گزینه ۱ ابتدا با تعیین شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ سرعت جسم در لحظه های مشخص شده را حساب می کنیم:

$$\left. \begin{aligned} t = 3 \text{ s} \Rightarrow v_3 = \frac{13 - 9}{3} = \frac{4}{3} \text{ m/s} \\ t = 15 \text{ s} \Rightarrow v_{15} = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - \frac{4}{3}}{15 - 3} = \frac{-\frac{4}{3}}{12} \Rightarrow a_{av} = -\frac{1}{9} \text{ m/s}^2$$

۱۱ - گزینه ۳ با توجه به رابطه شتاب متوسط می توان نوشت:

$$\Delta v_A = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \Delta t_A = 8 \text{ s} \Rightarrow (a_{av})_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t_A} = \frac{10}{8} = 1.25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta v_B = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \Delta t_B = 4 \text{ s} \Rightarrow (a_{av})_B = \frac{\Delta v_B}{\Delta t_B} = \frac{10}{4} = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین، شتاب متوسط خودروی B، دو برابر شتاب متوسط خودروی A است.

۱۲ - گزینه ۲

با توجه به نمودار در لحظه های $t_1 = 1 \text{ s}$ و $t_2 = 4 \text{ s}$ مکان متحرک در $X_1 = 0$ و $X_2 = -6$ است.

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-6 - 0}{4 - 1} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۳ - گزینه ۱ مسافت طی شده همواره مثبت است. هم چنین هنگامی اندازه بردار جابه جایی با مسافت طی شده برابر است که متحرک روی مسیری مستقیم حرکت کند و تغییر جهت ندهد. از طرفی چون جابه جایی و مسافت هم علامت هستند، بنابراین نمودار گزینه ۱ می تواند مربوط به این حرکت باشد.

دقت کنید در نمودار گزینه های ۳، ۴ و ۵ متحرک تغییر جهت می دهد و در نمودار گزینه ۲، جابه جایی منفی است.

۱۴ - گزینه ۲ تک تک موارد را بررسی می کنیم:

(آ) بردار مکان ($\vec{x}$) همواره مقدار مثبت است (بالای محور t) پس تغییر جهت نداده است. X

(ب) جهت حرکت علامت بردار سرعت است که در نمودار مکان - زمان برابر با شیب نمودار در بازه زمانی ۰ تا t_2 ابتدا (از ۰ تا t_1) شیب نمودار منفی است (نزولی) پس جهت حرکت در سوی منفی محور x هاست و سپس (از t_1 تا t_2) شیب نمودار مثبت (صعودی) است و جهت حرکت در سوی مثبت محور x هاست. X

(پ) سرعت متوسط ($\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$) در بازه ۰ تا t_2 برابر صفر است چون جابجایی صفر است. ۰ $\Delta x = x_{t_2} - x_0 = 0$ ✓

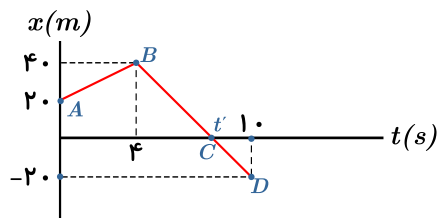


ت) تندی متوسط ($\bar{s} = \frac{d}{t}$) زمانی برابر سرعت متوسط ($\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$) است که مسافت و اندازه جابجایی با هم برابر باشند که شرط آن این است که جهت حرکت تغییر نکند و چون در بازه t_p تا t_f جهت حرکت (که همان شیب نمودار مکان - زمان است) ابتدا منفی (t_p تا t_f) و سپس مثبت (t_f تا t_p) است بنابراین جهت حرکت (در t_p) عوض شده و تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط برابر نیست. ✓

۱۵ - گزینه ۴

الف) درست؛ وقتی متحرک از مبدأ عبور می کند، بردار مکان تغییر علامت می دهد. با استفاده از تشابه $\frac{t' - 4}{10 - t'} = \frac{40}{20}$ به دست می آید.

ب) درست؛

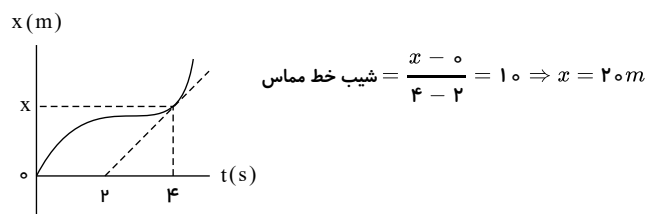


$$s_{av} = \frac{l_{AB} + l_{BD}}{t_{AD}} = \frac{20 + 60}{10} = 8 \frac{m}{s}$$

ج) درست؛ در بازه زمانی $4 \leq t \leq 8$ سرعت منفی و بردار مکان مثبت است.

د) درست؛ در بازه زمانی $0 \leq t \leq 4$ سرعت مثبت است.

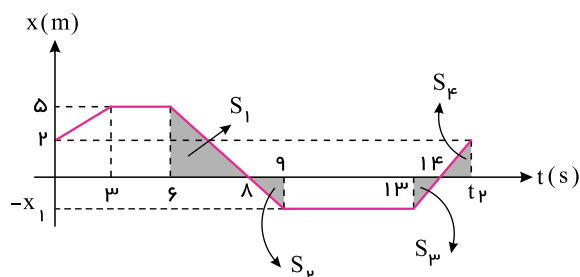
۱۶ - گزینه ۳ می دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است. با توجه به اینکه سرعت در لحظه $t = 4s$ برابر با $10 \frac{m}{s}$ است، پس شیب خط مماس رسم شده برابر با ۱۰ است. پس می توان نوشت:



با استفاده از رابطه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - 0}{4 - 0} = \frac{20}{4} = 5 \frac{m}{s}$$

۱۷ - گزینه ۴ ابتدا از تشابه دو مثلث هاشور خورده، به دست می آید.



$$\frac{5}{x_1} = \frac{2}{1} \Rightarrow x_1 = 2,5 \Leftarrow S_2, S_1 \text{ تشابه}$$

$$\frac{2,5}{2} = \frac{14 - 13}{t_p - 14} \Rightarrow t_p = 14,8s \Leftarrow S_4, S_5 \text{ تشابه}$$

در زمان هایی شیب نمودار مثبت است، سرعت مثبت بوده و تندی و سرعت مثبت است:

$$0 \leq t \leq 3 \Rightarrow \Delta t_1 = 3$$

$$13 \leq t \leq t_p = 14,8 \Rightarrow \Delta t_p = 1,8$$

$$\text{کل} = \Delta t_1 + \Delta t_p = 3 + 1,8 = 4,8s$$

$$\Delta t' = (6 - 3) + (13 - 9) = 7s$$

$$\frac{\Delta t'}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{7}{4,8} = \frac{70}{48} = \frac{35}{24}$$

زمان هایی که ایستاده است:

۱۸ - گزینه ۱ با نوشتن رابطه سرعت متوسط و تندی متوسط و تقسیم آن ها بر یکدیگر داریم:



$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{v_{av}}{s_{av}} \right| &= \left| \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t}}{\ell} \right| = \left| \frac{\Delta x}{\ell \Delta t} \right| \\ \Delta x &= x_f - x_i = -10 - 10 = -20m \\ \ell &= 3 + 5 + 12 + 10 = 30m \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left| \frac{v_{av}}{s_{av}} \right| = \left| \frac{-20}{30} \right| = \left| \frac{v_{av}}{s_{av}} \right| = \frac{2}{3}$$

۱۹ - گزینه ۱ بررسی گزاره‌ها در بازه زمانی t_1 تا t_2 :

الف) درست.

ب) مسافت طی شده توسط متحرک B بیشتر از متحرک A است، بنابراین تندی متوسط متحرک B نیز بیشتر از متحرک A است. (نادرست)

پ) تندی متحرک A ثابت است، ولی تندی متحرک B ثابت نیست و متحرک B در یک لحظه تغییر جهت داده است ($s_B = 0 \rightarrow s_A > s_B$)؛ بنابراین تندی متحرک B در تمام لحظات از متحرک A بیشتر نیست. (نادرست)

ت) شیب خط مماس بر منحنی B در لحظه t_p ، بیشتر از شیب نمودار A است؛ در نتیجه سرعت B در این لحظه بیشتر است. (درست)

۲۰ - گزینه ۳ شیب خط مماس بر نمودار در لحظه صفر باید صفر (حال سکون) باشد و پس از لحظه صفر در لحظات بعدی باید شیب خط مماس (سرعت لحظه‌ای) منفی باشد. دقت شود که گزینه ۱ اصلاً نمی‌تواند نمودار مکان یک متحرک باشد به دلیل اینکه قسمتی از نمودار به شکل خط عمود رسم شده بیانگر این است که متحرک در یک لحظه در مکان‌های مختلف است که امکان‌پذیر نیست.