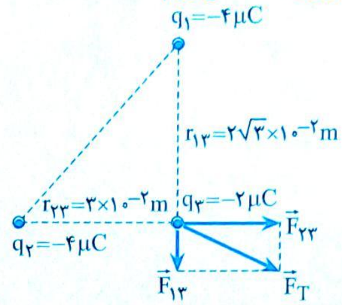
۲۴. مطابق شکل زیر، ابتدا نیروهایی که از طرف بارهای q_1 و q_2 بر بار q_3 وارد می‌شود را رسم می‌کنیم و سپس با استفاده از قانون کولن، اندازهٔ هر یک از نیروها را به دست می‌آوریم و در آخر با توجه به جهت نیروها بردار نیروی برایند را رسم و اندازهٔ آن را به دست می‌آوریم:



$$F_{13}=k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2}=\frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{12\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow F_{13}=60\,N$$

$$F_{23}=k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2}=\frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{9\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow F_{23}=80\,N$$

چون $\vec{F}_{13}$ بر $\vec{F}_{23}$ عمود است، با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس اندازهٔ برایند نیروها را به دست می‌آوریم:

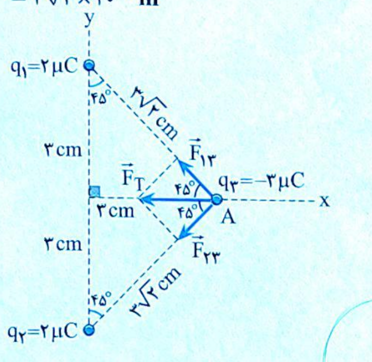
$$F_T=\sqrt{F_{13}^2+F_{23}^2}=\sqrt{60^2+80^2}\Rightarrow F_T=100\,N$$

بردار برایند نیروها بر روی شکل رسم شده است.

۲۵. مطابق شکل زیر، ابتدا نیروهایی که از طرف بارهای q_1 و q_2 بر بار q_3 وارد می‌شود را رسم می‌کنیم و سپس با استفاده از قانون کولن، اندازهٔ هر یک از نیروها را به دست می‌آوریم و در آخر با توجه به جهت نیروها، بردار نیروی برایند را رسم و اندازهٔ آن را به دست می‌آوریم. دقت کنید، ابتدا باید فاصله بارهای q_1 و q_2 از بار q_3 را بدست آوریم:

$$r_{13}=r_{23}=\sqrt{3^2+3^2}\Rightarrow r_{13}=r_{23}=3\sqrt{2}\,cm$$

$$=3\sqrt{2}\times10^{-2}\,m$$



$$\begin{cases}r_{13}=r_{23}=3\sqrt{2}\times10^{-2}\,m\\ |q_1|=|q_2|=2\times10^{-6}\,C\end{cases}\Rightarrow F_{13}=F_{23}$$

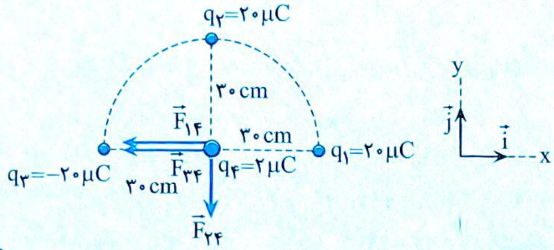
$$\Rightarrow F_{13}=F_{23}=k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2}=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times3\times10^{-6}}{\left(3\sqrt{2}\times10^{-2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow F_{13}=F_{23}=\frac{9\times6\times10^{-3}}{18\times10^{-4}}\Rightarrow F_{13}=F_{23}=30\,N$$

با توجه به شکل $\vec{F}_{13}$ بر $\vec{F}_{23}$ عمود است. بنابراین با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس اندازهٔ برایند نیروها برابر است با:

$$F_T=\sqrt{F_{13}^2+F_{23}^2}=\sqrt{30^2+30^2}\Rightarrow F_T=30\sqrt{2}\,N$$

۲۶. مطابق شکل زیر، ابتدا نیروهایی که از طرف بارهای q_1، q_2 و q_3 بر بار q_4 وارد می‌شود را رسم می‌کنیم و سپس با استفاده از قانون کولن، اندازهٔ هر یک از نیروها را به دست می‌آوریم و با توجه به جهت نیروها، هر یک را بر حسب بردار یکه می‌نویسیم و در آخر آن‌ها را با هم جمع برداری می‌کنیم.



$$\begin{cases}r_{14}=r_{24}=r_{34}=30\,cm=3\times10^{-1}\,m\\ |q_1|=|q_2|=|q_3|=20\times10^{-6}\,C\end{cases}\Rightarrow$$

$$F_{14}=F_{24}=F_{34}=k\frac{|q_1||q_4|}{r_{14}^2}\Rightarrow F_{14}=F_{24}=F_{34}\Rightarrow$$

$$F_{14}=F_{24}=F_{34}=\frac{9\times10^9\times20\times10^{-6}\times20\times10^{-6}}{9\times10^{-2}}\Rightarrow$$

$$F_{14}=F_{24}=F_{34}=4\,N$$

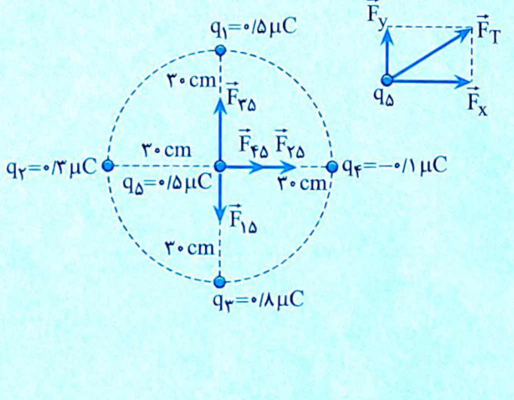
چون $\vec{F}_{14}$ و $\vec{F}_{34}$ در خلاف جهت محور x است، بر حسب بردار یکه برابر $\vec{F}_{14}=\vec{F}_{34}=-4\vec{i}$ و $\vec{F}_{24}$ که در خلاف جهت محور y است برابر $\vec{F}_{24}-4\vec{j}$ است.

برای محاسبهٔ برآیند نیروها می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_T=\vec{F}_{14}+\vec{F}_{24}+\vec{F}_{34}\Rightarrow\vec{F}_T=-4\vec{i}-4\vec{j}-4\vec{i}$$

$$\Rightarrow\vec{F}_T=-8\vec{i}-4\vec{j}\,(N)$$

۲۷. مطابق شکل زیر، ابتدا نیروهایی که از طرف هر یک از بارها بر بار q_5 وارد می‌شود را رسم می‌کنیم و سپس با استفاده از قانون کولن اندازهٔ هر یک از نیروها را به دست می‌آوریم و با توجه به جهت نیروها، اندازهٔ برایند نیروها را حساب می‌کنیم.



محاسبهٔ اندازهٔ نیروها:

$$F_{15}=k\frac{|q_1||q_5|}{r_{15}^2}\xrightarrow{r_{15}=30cm=3\times10^{-1}m}$$

$$F_{15}=\frac{9\times10^{9}\times0/5\times10^{-6}\times0/5\times10^{-6}}{9\times10^{-2}}=25\times10^{-3}N$$

$$F_{25}=k\frac{|q_2||q_5|}{r_{25}^2}=\frac{9\times10^{9}\times0/3\times10^{-6}\times0/5\times10^{-6}}{9\times10^{-2}}$$

$$=15\times10^{-3}N$$

$$F_{35}=k\frac{|q_3||q_5|}{r_{35}^2}=\frac{9\times10^{9}\times0/8\times10^{-6}\times0/5\times10^{-6}}{9\times10^{-2}}$$

$$=40\times10^{-3}N$$

$$F_{45}=k\frac{|q_4||q_5|}{r_{45}^2}=\frac{9\times10^{9}\times0/1\times10^{-6}\times0/5\times10^{-6}}{9\times10^{-2}}$$

$$=5\times10^{-3}N$$

محاسبهٔ اندازهٔ برایند نیروها:

ابتدا برایند نیروهای هم‌راستا را حساب می‌کنیم:

$$F_x=F_{25}+F_{45}=15\times10^{-3}+5\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow F_x=20\times10^{-3}$$

$$F_y=F_{35}+F_{15}=40\times10^{-3}-25\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow F_y=15\times10^{-3}$$

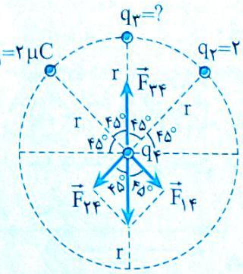
چون F_x و F_y بر هم عمودند، از رابطهٔ فیثاغورس استفاده می‌کنیم:

$$F_T=\sqrt{F_x^{\,2}+F_y^{\,2}}\Rightarrow F_T=\sqrt{\left(20\times10^{-3}\right)^2+\left(15\times10^{-3}\right)^2}$$

$$\Rightarrow F_T=\sqrt{625\times10^{-6}}\Rightarrow F_T=25\times10^{-3}N$$

---

۲۸. با توجه به شکل زیر، برای تعادل بار q_4، باید نیرویی که بار q_3 بر بار q_4 وارد می‌کند، هم‌اندازه، هم راستا و در سوی مخالف برایند نیروهایی باشد که بارهای q_1 و q_2 بر بار q_4 وارد می‌کنند. بنابراین با فرض این که بار q_4 مثبت باشد، باید بار q_3 منفی باشد تا در سوی مخالف برایند نیروهای بارهای q_1 و q_2 بر بار q_4 باشد. بنابراین با رسم نیروها می‌توان نوشت:



$$\begin{cases}q_1=q_2=2\mu C\\ r_{14}=r_{24}=r\end{cases}\Rightarrow F_{14}=F_{24}=k\frac{|q_1||q_4|}{r_{14}^2}$$

چون $\vec{F}_{14}$ و $\vec{F}_{24}$ بر هم عمودند، برایند آنها از رابطهٔ فیثاغورس به دست می‌آید و برابر است با:

$$F'=\sqrt{F_{14}^2+F_{24}^2}\xrightarrow{F_{14}=F_{24}}F'=\sqrt{2}F_{14}$$

اکنون با داشتن برایند نیروهای $\vec{F}_{14}$ و $\vec{F}_{24}$ باید نیروی برایند آن‌ها را مساوی $\vec{F}_{34}$ قرار دهیم تا q_3 بدست آید:

$$F_{34}=F'\xrightarrow{F'=\sqrt{2}F_{14}}F_{34}=\sqrt{2}F_{14}\Rightarrow k\frac{|q_4||q_3|}{r_{34}^2}$$

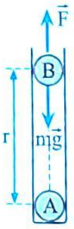
$$=\sqrt{2}\times k\frac{|q_1||q_4|}{r_{14}^2}\Rightarrow\frac{|q_3|}{r_{34}^2}=\sqrt{2}\frac{|q_1|}{r_{14}^2}\xrightarrow[|q_1|=2\mu C]{r_{34}=r_{14}=r}$$

$$\Rightarrow\frac{|q_3|}{r^2}=\sqrt{2}\times\frac{2}{r^2}\Rightarrow|q_3|=2\sqrt{2}\,\mu C$$

$$\xrightarrow{q_3<0}q_3=-2\sqrt{2}\,\mu C$$

---

۲۹. برای حل این مسئله گلولهٔ معلق B را در نظر می‌گیریم. مطابق شکل زیر بر گلولهٔ B، نیروی وزن $(m\vec{g})$ و نیروی الکتریکی از طرف گلولهٔ A وارد می‌شود. چون این گلوله در حال تعادل است، باید برایند این نیروهای وارد بر آن صفر باشد. بنابراین می‌توان نوشت:



$$F=mg\xrightarrow{F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}}$$

$$k\frac{|q_A||q_B|}{r^2}=mg\xrightarrow[m=20g=20\times10^{-3}kg]{q_A=q_B=2\times10^{-6}}$$

$$\frac{9\times10^{9}\times2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{r^2}=20\times10^{-3}\times10$$

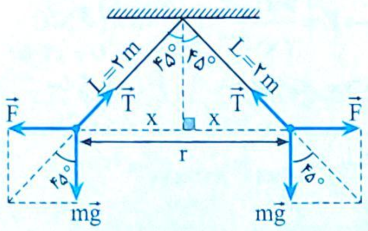
$$\Rightarrow r^2=\frac{36\times10^{-3}}{2\times10^{-1}}\Rightarrow r^2=18\times10^{-2}=9\times2\times10^{-2}\Rightarrow$$

$$r=3\times\sqrt{2}\times10^{-1}\xrightarrow{\sqrt{2}=1/4}r=3\times1/4\times10^{-1}$$

$$=0/42m\xrightarrow{\times100}r=42cm$$

---

۳۰. مطابق شکل زیر، نیروهای وارد بر هر گلوله را رسم می‌کنیم و سپس به صورت زیر جرم هر یک از دو گلوله را به دست می‌آوریم. دقت کنید، در ابتدا باید فاصلهٔ بین دو گلوله را حساب کنیم:



$$\sin45=\frac{x}{L}\xrightarrow{L=2m}\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{x}{2}\Rightarrow x=\sqrt{2}\,m$$

$$r=x+x=\sqrt{2}+\sqrt{2}\Rightarrow r=2\sqrt{2}m$$

$$\tan45=\frac{F}{mg}\Rightarrow1=\frac{k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}}{mg}\Rightarrow mg=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$\xrightarrow[|q_1|=|q_2|=0/001C=10^{-3}C]{r=2\sqrt{2}m,1q}m\times10=9\times10^{9}\times\frac{10^{-3}\times10^{-3}}{(2\sqrt{2})^2}$$

$$\Rightarrow10m=\frac{9\times10^{3}}{8}\Rightarrow m=\frac{9000}{80}\Rightarrow m=112/5kg$$