۱

گزینه ۲

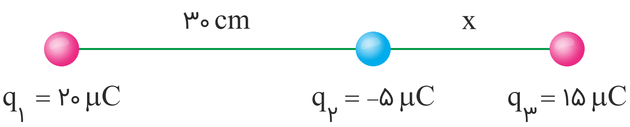
پایستگی بار الکتریکی : $q'_{۱} = q'_{۲} = \frac{q_{۱} + q_{۲}}{۲} = \frac{۴۰ - ۶۰}{۲} = \frac{-۲۰}{۲} = -۱۰\,nC$

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_{۱}q'_{۲}|}{|q_{۱}q_{۲}|} = \frac{۱۰ \times ۱۰}{۶۰ \times ۴۰} = \frac{۱}{۲۴} \Rightarrow F' = \frac{F}{۲۴}$$

۲

گزینه ۲

چون دو بار $q_{۱}$ و $q_{۲}$ ناهمنام‌اند پس بار سوم متعادل خارج از فاصلهٔ دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر قرار خواهد گرفت.

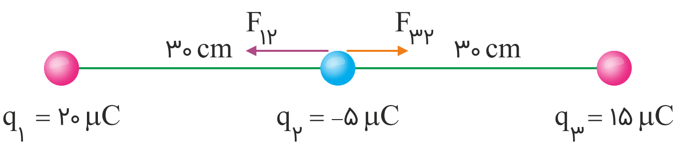


ابتدا فاصلهٔ x را به دست می‌آوریم:

شرط تعادل $q_{۳}$: $F_{۱۳} = F_{۲۳} \Rightarrow \cancel{k}\frac{q_{۱}\cancel{q_{۳}}}{(۳۰ + x)^{۲}} = \cancel{k}\frac{q_{۲}\cancel{q_{۳}}}{x^{۲}}$

$$\Rightarrow \frac{۲۰}{(۳۰ + x)^{۲}} = \frac{۵}{x^{۲}} \Rightarrow \frac{۲}{۳۰ + x} = \frac{۱}{x} \Rightarrow x = ۳۰\,cm$$

محاسبهٔ برآیند نیروهای وارد بر $q_{۲}$:



$$\left.\begin{aligned} F_{۱۲} &= k\frac{q_{۱}q_{۲}}{r^{۲}} = ۹۰ \times \frac{۲۰ \times ۵}{۳۰^{۲}} = ۱۰\,N \\ F_{۳۲} &= k\frac{q_{۲}q_{۳}}{r^{۲}} = ۹۰ \times \frac{۱۵ \times ۵}{۳۰^{۲}} = ۷/۵\,N \end{aligned}\right\} \Rightarrow F_{net} = ۱۰ - ۷/۵ = ۲/۵\,N$$

۳

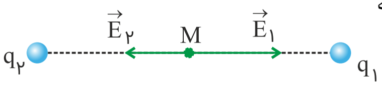
گزینه ۴

برای حل این سؤال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

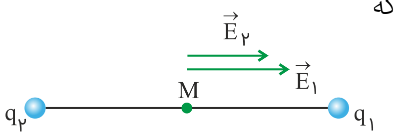
فرض می‌کنیم که میدان ناشی از بار $q_۱$ را با $E_۱$ و میدان ناشی از بار $q_۲$ را با $E_۲$ نمایش دهیم.

گزینه "۱": اگر $q_۱$ و $q_۲$ هر دو منفی باشند و $|q_۱| < |q_۲|$ مطابق رابطه $E = \frac{kq}{r^۲}$ داریم: $|E_۱| > |E_۲|$
که برآیند آن‌ها با شکل داده‌شده در سؤال صدق می‌کند.

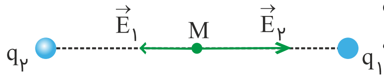
گزینه "۲": اگر $q_۱$ منفی و $q_۲$ مثبت باشد میدان ناشی از آن‌ها به صورت شکل زیر است که درنتیجه برآیند آن‌ها با شکل سؤال صدق می‌کند.



گزینه "۳": اگر $q_۱$ و $q_۲$ هر دو مثبت باشند، درصورتی‌که $|q_۲| < |q_۱|$ باشد:
که برآیند آن‌ها با شکل سؤال صدق می‌کند.



بنابراین گزینه "۴" صحیح است؛ یعنی بسته به شرایط، هرکدام از گزینه‌های دیگر می‌تواند درست باشد.



۴

گزینه ۲

ابتدا بار هر یک از دو ذره را پس از انتقال بار حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} q'_۱ = q_۱ - \frac{۱}{۴}q_۱ = \frac{۳}{۴}q_۱ = \frac{۳}{۴} \times ۸ = ۶\ \mu C \\ q'_۲ = q_۲ + \frac{۱}{۴}q_۱ = q_۲ + ۲\ \mu C \end{cases}$$

حال به کمک قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F' = \frac{۱۵۰}{۱۰۰}F \Rightarrow k\frac{q'_۱q'_۲}{r'^۲} = \frac{۱۵۰}{۱۰۰}k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}$$

$$\Rightarrow ۶ \times (q_۲ + ۲) = \frac{۱۵}{۱۰} \times ۸ \times q_۲ \Rightarrow q_۲ + ۲ = ۲q_۲ \Rightarrow q_۲ = ۲\ \mu C$$

۵

گزینه ۴

بار $q_۳$ در حدفاصل دو بار همنام و در نزدیکی بار $q_۱$ که کوچک‌تر است در حال تعادل است.

$$F_{۱۳} = F_{۲۳} \Rightarrow \frac{kq_۱q_۳}{AC^۲} = \frac{kq_۲q_۳}{CB^۲} \Rightarrow \frac{q_۲}{q_۱} = (\frac{CB}{AC})^۲ \Rightarrow \frac{۴}{۲} = (\frac{AB - ۲۰}{۲۰})^۲$$

$$\Rightarrow \sqrt{۲} = \frac{AB - ۲۰}{۲۰} \Rightarrow ۲۰\sqrt{۲} = AB - ۲۰$$

$$\Rightarrow AB = ۲۰ + ۲۰\sqrt{۲}\ cm \Rightarrow AB = ۲۰(۱ + \sqrt{۲})\ cm$$

$$AB = \frac{۲۰(۱ + \sqrt{۲})}{۱۰}\ dm = ۲(۱ + \sqrt{۲})\ dm$$

۶

گزینه ۴

شرط آن‌که گلولهٔ B در حالت تعادل باشد، صفر بودن برآیند نیروهای وارد بر آن است، به گلولهٔ B یک نیروی دافعه از طرف گلولهٔ A وارد می‌شود و یک نیروی جاذبهٔ گرانشی زمین رو به پایین وارد می‌گردد که اندازهٔ این دو نیرو باید باهم مساوی باشند تا یکدیگر را خنثی کنند:

$$F_{\text{نیروی کولنی}} = W_{\text{وزن}}$$

$$\frac{kq_Aq_B}{\underbrace{r^۲}_{\text{فاصلهٔ بین دو گلولهٔ B,A}}} = mg \Rightarrow \frac{۹\times ۱۰^۹ \times ۰/۱ \times ۱۰^{-۶} \times ۰/۱ \times ۱۰^{-۶}}{r^۲} = ۳/۶ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰$$

$$\Rightarrow r^۲ = ۲۵ \times ۱۰^{-۴} \Rightarrow r = ۵ \times ۱۰^{-۲} = ۵\,cm$$

۷

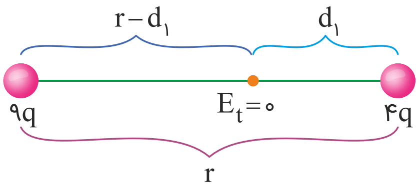
گزینه ۱

چون برآیند نیروهای وارد بر بار $q_۱$ صفر است، نیرویی که از طرف بارهای $q_۲$ و $q_۳$ به آن وارد می‌شود، باید در خلاف جهت یکدیگر و باهم اندازه باشد، بنابراین $q_۲$ و $q_۳$ ناهمنام هستند. (رد گزینهٔ "۲" و "۴") همچنین برآیند نیروهای وارد بر بار $q_۳$ صفر است، پس داریم:

$$F_{۱۳} = F_{۲۳} \Rightarrow \frac{k|q_۱||q_۳|}{(r+x)^۲} = \frac{k|q_۲||q_۳|}{x^۲} \xrightarrow{|q_۱| = \frac{۹}{۴}|q_۲|} \frac{\frac{۹}{۴}}{(r+x)^۲} = \frac{۱}{x^۲} \Rightarrow \frac{x}{r} = ۲$$

۸ گزینه ۱

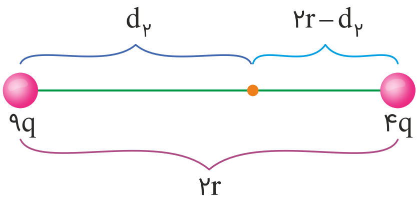
حالت اول:



$$Eq_1 = Eq_2 \Rightarrow \frac{k4q}{d_1^2} = \frac{k9q}{(r-d_1)^2} \Rightarrow \frac{2}{d_1} = \frac{3}{r-d_1} \Rightarrow 3d_1 = 2r - 2d_1$$

$$\Rightarrow 5d_1 = 2r \Rightarrow d_1 = \frac{2}{5}r$$

حالت دوم:



$$Eq_1 = Eq_2 \Rightarrow \frac{k4q}{(2r-d_2)^2} = \frac{k9q}{d_2^2} \Rightarrow \frac{2}{2r-d_2} = \frac{3}{d_2} \Rightarrow 2d_2 = 6r - 3d_2$$

$$\Rightarrow 5d_2 = 6r \Rightarrow d_2 = \frac{6}{5}r$$

$$\Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{\frac{6}{5}r}{\frac{2}{5}r} = 3$$

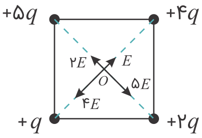
۹ گزینه ۳

$$F = k\frac{qq'}{d^2} \Rightarrow F' = k\frac{3q \times (\frac{2}{3}q')}{(\frac{d}{4})^2} = \cancel{3} \times \frac{2}{\cancel{3}} \times 16 \times k\frac{qq'}{d^2} = 32F$$

۱۰

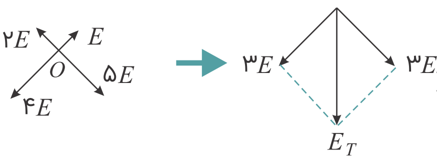
گزینه ۴

با توجه به رابطهٔ $E = k\dfrac{|q|}{r^۲}$ و یکسان بودن فاصلهٔ بارها$(r_۱ = r_۲ = r_۴ = r_۵ = r)$ تا مرکز مربع خواهیم داشت:



$$\begin{cases} E = kq/r^۲ \\ E_۲ = \dfrac{k(۲q)}{r^۲} = ۲E \\ E_۴ = \dfrac{k(۴q)}{r^۲} = ۴E \\ E_۵ = \dfrac{k(۵q)}{r^۲} = ۵E \end{cases}$$

بنابراین اگر برآیند آن‌ها را در نقطه O رسم کنیم، خواهیم داشت:



$$E_T = \sqrt{(۳E)^۲ + (۳E)^۲} = \sqrt{۱۸E^۲} = ۳\sqrt{۲}E$$

۱۱

گزینه ۴

پس از تماس دو کرهٔ فلزی هم‌اندازه و مشابه، بارهای آن‌ها باهم برابر می‌شوند، پس:

$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{q_۱ + q_۲}{۲} = \frac{۱۵ + ۵}{۲} = ۱۰\,\mu C$$

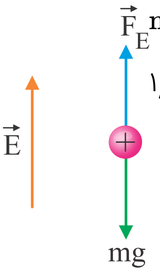
$$F = \frac{kq_۱q_۲}{r^۲} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{q'_۱q'_۲}{q_۱q_۲} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^۲ \xrightarrow{r=r'} \frac{F'}{F} = \frac{۱۰ \times ۱۰}{۵ \times ۱۵} = \frac{۴}{۳}$$

$$\Rightarrow \Delta F = F' - F = \frac{۴}{۳}F - F \Rightarrow \Delta F = \frac{۱}{۳}F \times \%۱۰۰ \Rightarrow \Delta F = \%۳۳F$$

۱۲

گزینه ۳

چون ذره معلق و در حالت تعادل است، باید نیروی الکتریکی وارد بر ذره مطابق شکل زیر خلاف جهت نیروی وزن، یعنی سمت بالا باشد. چون بار پروتون مثبت است و می‌دانیم نیروی وارد از طرف میدان بر بار مثبت هم‌جهت با میدان الکتریکی است، بنابراین جهت میدان نیز به سمت بالا می‌باشد.



$$mg = F_E = E|q|$$

$$۱/۶ \times ۱۰^{-۲۷} \times ۱۰ = E \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow E = \frac{۱/۶ \times ۱۰^{-۲۶}}{۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}} = ۱۰^{-۷}\,N/C$$

۱۳ گزینه ۲

گام اول

چند درصد از بار $q_۲$ را به $q_۱$ منتقل کنیم تا در همان فاصله، نیروی دافعهٔ بین بارهای الکتریکی بیشینه شود؟ ← هرگاه مجموع دو کمیت ثابت باشد، حاصل‌ضرب آن‌ها زمانی بیشینه خواهد بود که دو مقدار باهم برابر باشند.

گام دوم

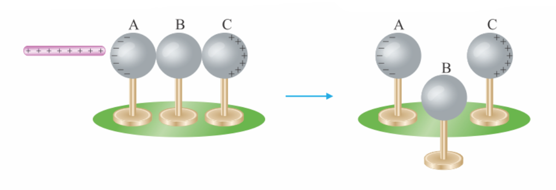
مقدار ثابت $= ۳q_۱ = q_۱ + ۲q_۱ = (q_۱ + q_۲)_{\text{حالت اول}}$

بنابراین در حالت دوم، بارها باهم برابر هستند و مقدارشان $q'_۱ = q'_۲ = \frac{۳q_۱}{۲}$ است. درنتیجه درصد تغییرات بار $q_۲$ برابر است با:

$$\frac{\Delta q_۲}{q_۲} \times ۱۰۰ = \frac{q'_۲ - q_۲}{q_۲} \times ۱۰۰ = \frac{\frac{۳q_۱}{۲} - ۲q_۱}{۲q_۱} \times ۱۰۰ = -\%۲۵$$

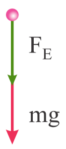
۱۴ گزینه ۴

با نزدیک کردن میلهٔ باردار، الکترون‌های آزاد به نزدیک‌ترین نقطه به میله می‌آیند و بنابراین دورترین نقطه بار مثبت پیدا می‌کند. حال با خارج کردن کرهٔ B اتصال دو کرهٔ A و C از هم جداشده و با دور کردن میله، کرهٔ A بار منفی و کرهٔ C بار مثبت پیدا خواهد کرد.



۱۵ گزینه ۱

اگر جهت میدان قائم و رو به بالا باشد پس نیرویی که به بار منفی وارد می‌کند قائم و رو به پایین خواهد بود. بنابراین داریم:



$$F_E + mg = ma \Rightarrow a = \frac{F_E + mg}{m}$$

$$\Rightarrow a = \frac{(۴ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۰^{+۳}) + (۰/۲ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰)}{۰/۲ \times ۱۰^{-۳}} = \frac{۶ \times ۱۰^{-۳}}{۲ \times ۱۰^{-۴}} = ۳۰\, m/s^۲$$

از آنجایی که جهت برآیند نیرو به سمت پایین است، جهت بردار شتاب نیز به سمت پایین خواهد بود.

۱۶ گزینه ۲

می‌دانیم هر چه از یک بار دور می‌شویم، اندازهٔ میدان کوچک‌تر می‌شود و هر چه میدان کمتر شود، تراکم خطوط میدان کاهش می‌یابد، بنابراین با حرکت از $q_۱$ به $q_۲$ ابتدا تراکم خطوط کمترشده و اندازهٔ میدان کاهش و سپس دوباره تراکم خطوط بیشترشده و اندازهٔ میدان افزایش می‌یابد.

۱۷

گزینه ۲

$$E = \frac{k|q|}{r^{۲}} \Rightarrow E_{۲} - E_{۱} = ۱/۵ \times ۱۰^{۴} \Rightarrow \frac{k|q|}{۱۰۰ \times ۱۰^{-۴}} - \frac{k|q|}{۱۶۰۰ \times ۱۰^{-۴}}$$

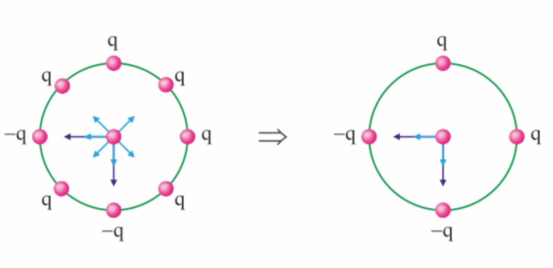
$$= ۱۰^{۲}k|q|(۱ - \frac{۱}{۱۶}) = \frac{۱۵۰۰}{۱۶}k|q| = ۱/۵ \times ۱۰^{۴} \Rightarrow k|q| = ۱۶۰$$

$$E = \frac{k|q|}{۲^{۲}} = \frac{۱۶۰}{۴} = ۴۰\,N/C$$

۱۸

گزینه ۳

ابتدا نیروهای وارد بر بار q مرکز دایره را رسم می‌کنیم.



$$F = \frac{k|q_{۱}||q_{۲}|}{r^{۲}} \Rightarrow F_{\text{افقی}} = ۲ \times \frac{۹ \times ۱۰^{۹} \times ۲ \times ۱۰^{-۶} \times ۲ \times ۱۰^{-۶}}{۴ \times ۱۰^{-۴}} = ۱۸۰\,N$$

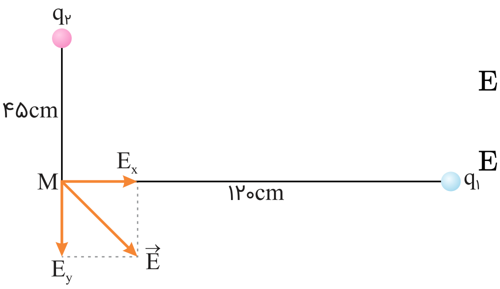
$$F_{\text{قائم}} = ۲ \times \frac{۹ \times ۱۰^{۹} \times ۲ \times ۱۰^{-۶} \times ۲ \times ۱۰^{-۶}}{۴ \times ۱۰^{-۴}} = ۱۸۰\,N$$

$$\vec{F}_{net} = -۱۸۰\vec{i} - ۱۸۰\vec{j}$$

۱۹

گزینه ۲

با رسم بردار میدان داده شده در نقطهٔ M، با بررسی جهت بردارها در راستای بارهای $q_{۱}$ و $q_{۲}$ مشخص می‌شود که $q_{۱} < ۰$ و $q_{۲} > ۰$ است. میدان حاصل از هر کدام از بارها را داریم، پس:



$$E_{۱} = E_{a} = \frac{kq_{۱}}{r_{۱}^{۲}} \Rightarrow ۴/۵ \times ۱۰^{۵} = \frac{kq_{۱}}{(۱/۲)^{۲}} \Rightarrow kq_{۱} = ۱۲ \times ۱۲ \times ۴۵ \times ۱۰^{۲} \quad (۱)$$

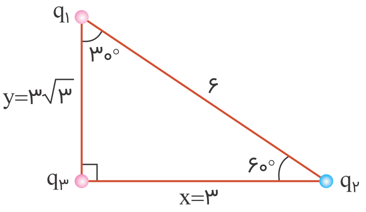
$$E_{۲} = E_{y} = \frac{kq_{۲}}{r_{۲}^{۲}} \Rightarrow ۸ \times ۱۰^{۵} = \frac{kq_{۲}}{(۰/۴۵)^{۲}} \Rightarrow kq_{۲} = ۸ \times ۴۵ \times ۴۵ \times ۱۰^{۱} \quad (۲)$$

خواسته سوال $\frac{q_{۱}}{q_{۲}}$ است پس از رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$|\frac{kq_{۱}}{kq_{۲}}| = \frac{۱۲ \times ۱۲ \times \cancel{۴۵} \times ۱۰^{۲}}{۸ \times \cancel{۴۵} \times ۴۵ \times ۱۰^{۱}} = ۴ \Rightarrow \frac{q_{۱}}{q_{۲}} = -۴$$

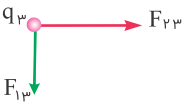
۲۰ گزینه ۲

برای محاسبهٔ برآیند نیروهای وارد بر q_3 ابتدا باید شکل نیروها مشخص شود.



$$\begin{cases} y = 6 \times \sin 60^\circ = 6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \\ x = 6 \times \sin 30^\circ = 6 \times \dfrac{1}{2} = 3 \end{cases}$$

درنتیجه شکل نیروهای وارد بر q_3:



دو نیروی F_{23} و F_{13} به‌صورت عمود بر هم بر q_3 وارد می‌شوند.

$$F_{13} = k\frac{q_1 q_3}{y^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{0/1 \times 10 \times 10^{-12}}{(3\sqrt{3})^2 \times 10^{-4}} = \frac{10}{3}\,(N)$$

$$F_{23} = k\frac{q_2 q_3}{x^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 0/1 \times 10^{-12}}{(3)^2 \times 10^{-4}} = 1\,(N)$$

برآیند دو نیروی عمود بر هم : $F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{\frac{100}{9} + \frac{9}{9}} = \sqrt{\frac{109}{9}} = \frac{\sqrt{109}}{3}\,(N)$