۹۱. الف) منفی – زیرا به پایانهٔ منفی مولد متصل است.
ب) برابر – زیرا در این لحظه خازن کاملاً پر می‌شود و مانع عبور جریان می‌گردد.
پ) کم‌تر – زیرا با کاهش مساحت مشترک صفحات خازن ظرفیت خازن کاهش می‌یابد و بنا به رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$، چون V ثابت است، با کاهش ظرفیت خازن انرژی آن نیز کاهش می‌یابد.

---

۹۲. وقتی فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن را دو برابر کنیم، طبق رابطهٔ $C=k\varepsilon_0\frac{A}{d}$، ظرفیت خازن نصف می‌شود. بنابراین با توجه به رابطهٔ $U=\frac{q^2}{2C}$، چون Q ثابت مانده و C نصف شده است، انرژی ذخیره شده در خازن دو برابر خواهد شد، در نتیجه، وقتی دو صفحهٔ آن را به هم وصل می‌کنیم جرقهٔ حاصل بزرگ‌تر از حالت قبل می‌شود.

---

۹۳. الف) بار الکتریکی ثابت می‌ماند. وقتی خازن را پر نموده و سپس از باتری جدا کنیم، با تغییر هر یک از عوامل مؤثر در ظرفیت خازن، ظرفیت خازن تغییر می‌کند، اما بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند.

ب) ظرفیت خازن افزایش می‌یابد. بنابه رابطهٔ $C=k\varepsilon_0\frac{A}{d}$، با وارد کردن دی‌الکتریک بین صفحه‌های خازن، چون مقدار k زیاد می‌شود، ظرفیت خازن نیز زیاد خواهد شد.

پ) اختلاف پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. بنا به رابطهٔ $V=\frac{Q}{C}$، چون Q ثابت و C افزایش یافته است، باید V که با C رابطهٔ عکس دارد، کاهش یابد.

ت) انرژی خازن کاهش می‌یابد. بنا به رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$، با ثابت ماندن Q و افزایش C، باید U کاهش یابد.

---

۹۴. الف) ولتاژ خازن ثابت می‌ماند. زیرا خازن به همان مولد متصل است.
ب) ظرفیت خازن ۲ برابر می‌شود. زیرا:

$$C=\varepsilon_0\frac{A}{d}\xrightarrow{\text{ثابت } A}\frac{C_2}{C_1}=\frac{d_1}{d_2}\xrightarrow{d_2=\frac{1}{2}d_1}$$

$$\frac{C_2}{C_1}=\frac{d_1}{\frac{1}{2}d_1}\Rightarrow C_2=2C_1$$

پ) بار الکتریکی خازن ۲ برابر می‌شود. زیرا:

$$Q=CV\xrightarrow{V=\text{ثابت}}\frac{Q_2}{Q_1}=\frac{C_2}{C_1}\Rightarrow$$

$$\frac{Q_2}{Q_1}=\frac{2C_1}{C_1}\Rightarrow Q_2=2Q_1$$

ت) انرژی ذخیره شده در خازن ۲ برابر می‌شود. زیرا:

$$U=\frac{1}{2}CV^2\xrightarrow{V=\text{ثابت}}\frac{U_2}{U_1}=\frac{C_2}{C_1}\xrightarrow{C_2=2C_1}$$

$$\frac{U_2}{U_1}=\frac{2C_1}{C_1}\Rightarrow U_2=2U_1$$

ث) میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه‌های خازن ۲ برابر می‌شود.

$$E=\frac{V}{d}\xrightarrow{V=\text{ثابت}}\frac{E_2}{E_1}=\frac{d_1}{d_2}\xrightarrow{d_2=\frac{1}{2}d_1}$$

$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{d_1}{\frac{1}{2}d_1}\Rightarrow E_2=2E_1$$

---

۹۵. الف) با داشتن مقدار A، k و d با استفاده از رابطهٔ $C=k\varepsilon_0\frac{A}{d}$، ظرفیت خازن را حساب می‌کنیم:

$$A=5cm^2\xrightarrow{1cm^2=10^{-4}m^2}A=5\times10^{-4}m^2,k=4$$

$$d=0/1mm\xrightarrow{1mm=10^{-3}m}d=0/1\times10^{-3}=10^{-4}m$$

$$C=k\varepsilon_0\frac{A}{d}=4\times9\times10^{-12}\times\frac{5\times10^{-4}}{10^{-4}}\Rightarrow C=180\times10^{-12}F$$

ب) با داشتن C و V، با استفاده از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$، انرژی خازن را به دست می‌آوریم:

$$U=\frac{1}{2}CV^2\xrightarrow{V=10^3V}U=\frac{1}{2}\times180\times10^{-12}\times10^6$$

$$\Rightarrow U=9\times10^{-5}J$$

---

۹۶. الف) بنا به رابطهٔ $\sigma=\frac{Q}{A}$، برای به دست آوردن چگالی سطحی بار الکتریکی باید Q و A را داشته باشیم. چون Q مجهول است، ابتدا با استفاده از رابطهٔ $C=k\varepsilon_0\frac{A}{d}$، ظرفیت خازن را به دست می‌آوریم:

$$A=400cm^2=400\times10^{-4}=4\times10^{-2}m^2$$

و $k=1$ و $d=0/3mm=3\times10^{-4}m$

$$C=k\varepsilon_0\frac{A}{d}\Rightarrow C=1\times9\times10^{-12}\times\frac{4\times10^{-2}}{3\times10^{-4}}\Rightarrow C=12\times10^{-10}F$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $Q=CV$، بار الکتریکی خازن را حساب می‌کنیم.

$$Q=CV\xrightarrow{V=24V}Q=12\times10^{-10}\times24$$

$$\Rightarrow Q=288\times10^{-10}C$$

و در آخر، چگالی سطحی بار الکتریکی برابر است با:

$$\sigma=\frac{Q}{A}\Rightarrow\sigma=\frac{288\times10^{-10}}{4\times10^{-2}}\Rightarrow\sigma=72\times10^{-8}C/m^2$$

روش دوم: چون در این سوال برای انرژی خازن به ظرفیت آن نیاز داریم، از روش اول هم استفاده نمودیم. در غیر این صورت، به صورت زیر چگالی سطحی بار الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$\sigma=\frac{Q}{A}\xrightarrow{Q=CV}\sigma=\frac{CV}{A}\xrightarrow{C=k\varepsilon_0\frac{A}{d}}$$

$$\sigma=\frac{k\varepsilon_0\frac{A}{d}\times V}{A}\Rightarrow\sigma=\frac{k\varepsilon_0V}{d}$$

$$\xrightarrow[V=24V,\varepsilon_0=9\times10^{-12}\frac{F}{m}]{k=1,d=3\times10^{-4}m}\sigma=\frac{1\times9\times10^{-12}\times24}{3\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow\sigma=72\times10^{-8}\frac{C}{m^2}$$

ب) با داشتن C و V با استفاده از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$، انرژی خازن را حساب می‌کنیم:

$$U=\frac{1}{2}CV^2\xrightarrow[V=24V]{C=12\times10^{-10}F}$$

$$U=\frac{1}{2}\times12\times10^{-10}\times24^2\Rightarrow U=3456\times10^{-10}J$$

CamScanner

۹۷. الف) چون C و V معلوم‌اند، با استفاده از $U=\frac{1}{2}CV^2$، انرژی ذخیره شده در خازن را حساب می‌کنیم:

$$U=\frac{1}{2}CV^2 \xrightarrow{C=50\mu F,\ V=10V} U=\frac{1}{2}\times 50\times 100 \Rightarrow U=2500\mu J$$

ب) روش اول: ابتدا بار اولیهٔ خازن را به دست می‌آوریم و سپس ۵۰ درصد آن را کم می‌کنیم و با بار جدید، انرژی آن را حساب می‌کنیم. دقت کنید، ظرفیت خازن ثابت و به بار و ولتاژ آن بستگی ندارد.

$$Q_1=CV_1 \xrightarrow[V_1=10]{C=50\mu F} Q_1=50\times 10 \Rightarrow Q_1=500\mu C$$

اگر ۵۰ درصد انرژی خازن را تخلیه کنیم، نصف بار خازن یعنی $Q_2=250\mu C$ باقی می‌ماند بنابراین در این حالت انرژی خازن برابر است با:

$$U_2=\frac{Q_2^2}{2C} \Rightarrow U_2=\frac{250\times 250}{2\times 50}$$

$$\Rightarrow U_2=625\mu J=6/25\times 10^{-4}J$$

روش دوم: بدون محاسبهٔ بار نیز می‌توان انرژی خازن را حساب نمود. وقتی ۵۰ درصد بار خازن را تخلیه کنیم، چون ظرفیت خازن ثابت است، الزاماً ۵۰ درصد ولتاژ آن نیز کاهش می‌یابد. بنابراین ولتاژ خازن از $V_1=10V$ به $V_2=5V$ می‌رسد. در این حالت انرژی خازن برابر است با:

$$U_2=\frac{1}{2}CV_2^2 \Rightarrow U_2=\frac{1}{2}\times 50\times 5^2$$

$$\Rightarrow U_2=625\mu J=6/25\times 10^{-4}J$$

---

۹۸. الف) چون V و C معلوم‌اند، با استفاده از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$ انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن را به دست می‌آوریم:

$$U=\frac{1}{2}CV^2 \xrightarrow{C=660\times 10^{-6}F,\ V=330V} U=\frac{1}{2}\times 660\times 10^{-6}\times (330)^2 \Rightarrow U=35/9J$$

ب) با استفاده از رابطهٔ $P=\frac{U}{t}$، توان متوسط خروجی فلاش را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{U}{t} \xrightarrow[U=35/9J]{t=1ms=10^{-3}s} P=\frac{35/9}{10^{-3}}$$

$$\Rightarrow P=35/9\times 10^3 W$$

---

۹۹. ابتدا با استفاده از رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$، انرژی اولیهٔ خازن را به دست می‌آوریم:

$$Q_2=Q_1+\frac{20}{100}Q_1=Q_1+\frac{1}{5}Q_1$$

$$\Rightarrow Q_2=\frac{6}{5}Q_1 \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1}=\frac{6}{5}$$

$$U=\frac{Q^2}{2C} \xrightarrow{C=\text{ثابت}} \frac{U_2}{U_1}=\left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^2 \xrightarrow{U_2=U_1+16}$$

$$\frac{U_1+16}{U_1}=\left(\frac{6}{5}\right)^2 \Rightarrow \frac{U_1+16}{U_1}=\frac{36}{25}$$

$$\Rightarrow 25U_1+400=36U_1 \Rightarrow 11U_1=400 \Rightarrow U_1=\frac{400}{11}\mu J$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $U_1=\frac{Q_1^2}{2C}$، بار Q_1 را حساب می‌کنیم:

$$U_1=\frac{Q_1^2}{2C} \xrightarrow{C=22\mu F} \frac{400}{11}=\frac{Q_1^2}{2\times 22} \Rightarrow Q_1^2=4\times 400$$

$$\Rightarrow Q_1=2\times 20 \Rightarrow Q_1=40\mu C$$

---

۱۰۰. الف) چون انرژی خازن افزایش یافته است، لذا بار آن نیز افزایش یافته است. یعنی $Q'=Q+3$ است. بنابراین با استفاده از رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$، به صورت زیر Q را حساب می‌کنیم:

$$\Delta U=U'-U \Rightarrow \Delta U=\frac{Q'^2}{2C}-\frac{Q^2}{2C}$$

$$\Rightarrow \Delta U=\frac{1}{2C}\left(Q'^2-Q^2\right) \Rightarrow \Delta U=\frac{1}{2C}(Q'-Q)(Q'+Q)$$

$$\xrightarrow[Q'=Q+3\times 10^{-3}C]{\Delta U=8J,\ C=12\times 10^{-6}F}$$

$$8=\frac{1}{2\times 12\times 10^{-6}}\times\left(Q+3\times 10^{-3}-Q\right)\left(Q+3\times 10^{-3}+Q\right)$$

$$\Rightarrow 16\times 12\times 10^{-6}=3\times 10^{-3}\times\left(2Q+3\times 10^{-3}\right)$$

$$\Rightarrow 64\times 10^{-3}=2Q+3\times 10^{-3} \Rightarrow 61\times 10^{-3}=2Q$$

$$\Rightarrow Q=30/5\times 10^{-3}C \Rightarrow Q=30/5mC$$

ب) در واقع کار انجام شده توسط نیروهای خارجی صرف افزایش انرژی خازن می‌شود. بنابراین باید انرژی خازن در دو حالت را به دست آوریم و اختلاف آن‌ها را حساب کنیم. انرژی خازن در حالت اول برابر است با:

$$U_1=\frac{1}{2}C_1V_1^2 \xrightarrow[V_1=50V]{C_1=10nF}$$

$$U_1=\frac{1}{2}\times 10\times 2500 \Rightarrow U_1=12500nJ$$

بار خازن درحالت اول برابر است با:

$$Q_1=C_1V=10\times 50 \Rightarrow Q_1=500nC$$

در حالت دوم که $300nC$ بار منفی از صفحهٔ مثبت جدا کرده و به صفحهٔ منفی خازن منتقل نموده‌ایم، بار خازن افزایش و اندازهٔ آن برابر $Q_2=500+300=800nC$ می‌شود در این حالت انرژی خازن برابر است با:

$$U_2=\frac{Q_2^2}{2C}=\frac{800\times 800}{2\times 10} \Rightarrow U_2=32000nJ$$

می‌بینیم انرژی خازن از $U_1=12500nJ$ به $U_2=32000nJ$ رسیده است. اختلاف این دو انرژی توسط نیروی خارجی مصرف شده است. یعنی:

$$W=\Delta U=U_2-U_1 \Rightarrow W=32000-12500$$

$$\Rightarrow W=19500nJ=1/95\times 10^{-5}J$$