فصل ۲

جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

۱۰۱. آ) زیگزاگ- خلاف جهت
ب) جریان الکتریکی
پ) خلاف جهت
ت) بار الکتریکی
ث) آمپرساعت
ج) ثابت می‌ماند

---

۱۰۲. آ) اختلاف پتانسیل
ب) نادرست
پ) سرعت سوق
ت) $10^{6}\ m/s$ - $10^{-4}\ m/s$ یا 10^{-5}
ث) نادرست
ج) نادرست
چ) بار الکتریکی- مدت زمان
ح) ۳۶۰۰
خ) آمپر

---

۱۰۳. آ) جریان الکتریکی متوسط: هنگامی که بار خالص Δq در بازهٔ زمانی Δt از مقطعی از رسانا می‌گذرد، نسبت $\frac{\Delta q}{\Delta t}$ را جریان الکتریکی متوسط می‌گویند. اگر این آهنگ ثابت باشد، جریان متوسط و جریان لحظه‌ای برابر است و داریم: $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$

ب) سرعت سوق: هنگامی که میدان الکتریکی را به دو سر یک رسانا اعمال می‌کنیم الکترون‌ها حرکت کاتوره‌ای خود را کمی تغییر می‌دهند و با سرعتی متوسط موسوم به سرعت سوق در خلاف جهت میدان به‌طور بسیار آهسته‌ای سوق پیدا می‌کنند که این موجب برقراری جریان الکتریکی در رسانا می‌شود.

پ) جریان مستقیم: جریانی است که در آن جهت جریان با زمان تغییر نمی‌کند و مقدار جریان ثابت می‌ماند.

---

۱۰۴. آ) در شکل (۲) شارش خالص بار از مقطع AA' صفر نیست، زیرا یک اختلاف پتانسیل در دو سر سیم و میدان الکتریکی درون آن ایجاد می‌شود و باعث حرکت الکترون‌های آزاد در سیم و ایجاد جریان می‌شود در حالی که در شکل (۱) به دلیل نبود اختلاف پتانسیل، الکترون‌ها به‌طور کاتوره‌ای در همهٔ جهت‌ها حرکت می‌کنند و بنابراین هیچ شارش خالص باری از مقطع AA' نداریم.

ب) افزایش دما آهنگ شارش بار را کاهش می‌دهد، زیرا با افزایش دما، اتم‌های رسانا نوسان‌های بیشتری دارند و الکترون‌های آزاد تعداد برخورد بیشتری با اتم‌های در حال نوسان دارند و باعث کاهش شارش الکترون‌ها در مدار می‌شود.

---

۱۰۵. آ) گزینهٔ «۱»: با توجه به شکل، جهت سرعت سوق الکترون به طرف راست می‌باشد و جهت جریان و میدان الکتریکی در خلاف جهت سرعت سوق الکترون می‌باشد، در نتیجه جهت جریان و میدان الکتریکی به سمت چپ می‌باشد.

ب) زیرا الکترون‌های آزاد داخل رسانا بسیار زیاد می‌باشند و هنگامی که با ایجاد اختلاف پتانسیل از یک‌سر سیم الکترون وارد می‌شود، به دلیل تعداد زیاد الکترون‌های آزاد از طرف دیگر سیم الکترون خارج می‌شود.

---

۱۰۶. آ) طبق رابطهٔ جریان الکتریکی متوسط داریم:

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=1min=60s]{\Delta q=24mC=24\times10^{-3}C} I=\frac{24\times10^{-3}}{60}=4\times10^{-4}A$$

ب) ۱) مقدار بار شارش شده از رابطهٔ $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ به راحتی قابل محاسبه است:

$$\Delta q=I\Delta t \xrightarrow[\Delta t=0/5h=0/5\times3600=1800s]{I=5A} \Delta q=5\times1800=9000C$$

حال اگر بخواهیم مقدار بار شارش شده را برحسب آمپرساعت بیابیم کافی است در رابطهٔ بالا جریان را برحسب آمپر و زمان را برحسب ساعت جایگذاری کنیم:

$$\Delta q=I\Delta t \xrightarrow[\Delta t=0/5h=\frac{1}{2}h]{I=5A} \Delta q=5\times\frac{1}{2}=2/5Ah$$

۲) طبق اصل کوانتیده بودن بار الکتریکی، تعداد الکترون‌ها برابر است با:

$$q=ne \xrightarrow[e=1/6\times10^{-19}C]{q=9000C} n=\frac{9000}{1/6\times10^{-19}}=5/625\times10^{22}$$

---

۱۰۷. برای به‌دست آوردن تعداد الکترون‌های عبوری، ابتدا مقدار باری که از مدار آن می‌گذرد را می‌یابیم:

$$\Delta q=I\Delta t \xrightarrow[\Delta t=1h=3600s]{I=0/15mA=0/15\times10^{-3}A} \Delta q=0/15\times10^{-3}\times3600=0/54C$$

حال تعداد الکترون‌ها را می‌یابیم:

$$n=\frac{q}{e} \xrightarrow[e=1/6\times10^{-19}C]{q=0/54C} n=\frac{0/54}{1/6\times10^{-19}}=3/375\times10^{18}$$

برای محاسبهٔ مقدار انرژی که باتری به مدار می‌دهد، داریم:

$$\Delta U=q\Delta V \xrightarrow[\Delta V=3V]{q=0/54C} \Delta U=0/54\times3=1/62J$$

---

۱۰۸. ظرفیت باتری‌ها برحسب آمپرساعت بیان می‌شود که نشان‌دهندهٔ میزان بار الکتریکی است که در آنها ذخیره شده است.

مقدار باری که به ازای هر جریان از باتری گرفته می‌شود، از رابطهٔ $\Delta q=I\Delta t$ به‌دست می‌آید. در این باتری در دو مرحله از آن جریان با مدت زمان مشخص گرفته شده است، لذا طبق اصل پایستگی بار الکتریکی داریم:

$$\Delta q_t=\Delta q_1+\Delta q_2+\Delta q_{\text{باقیمانده}} \Rightarrow$$
$$\Delta q_t=I_1\Delta t_1+I_2\Delta t_2+\Delta q_{\text{باقیمانده}}$$
$$\xrightarrow[I_2=3A\ ,\ \Delta t_2=10h]{\Delta q_t=70Ah\ ,\ I_1=4A\ ,\ \Delta t_1=5h}$$
$$70=4\times5+3\times10+\Delta q_{\text{باقیمانده}} \Rightarrow$$
$$\Delta q_{\text{باقیمانده}}=70-20-30=20Ah$$

حال برای به‌دست آوردن مقدار بار باقیمانده برحسب کولن داریم:

$$\Delta q_{\text{باقیمانده}}=20Ah \xrightarrow{Ah=3600C} \Delta q_{\text{باقیمانده}}=20\times3600=7/2\times10^{4}C$$

---

۱۰۹. آ) ابتدا مقدار بار هر کره را پس از به تعادل رسیدن به‌دست می‌آوریم، طبق اصل پایستگی بار الکتریکی داریم:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} \xrightarrow[q_2=-16nC]{q_1=-4nC} q'_1 = q'_2 = \frac{-4-16}{2} = \frac{-20}{2} = -10nC$$

حال مقدار باری که در سیم جاری می‌شود که همان اختلاف بار کره‌ها قبل از تماس و بعد از تماس می‌باشد را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \Delta q_1 = q'_1 - q_1 = -4-(-10) = -4+10 = 6nC \\ \text{یا} \\ \Delta q_2 = q'_2 - q_2 = -16-(-10) = -16+10 = -6nC \end{cases}$$

حال طبق رابطهٔ جریان الکتریکی متوسط داریم:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=2\mu s=2\times10^{-6}s]{\Delta q=6nC=6\times10^{-9}C} I = \frac{6\times10^{-9}}{2\times10^{-6}} = 3\times10^{-3}A$$

ب) چون بار کرهٔ (۱) قبل از اتصال، کمتر از بار آن بعد از اتصال است لذا الکترون از کرهٔ (۲) به سمت کرهٔ (۱) رفته است. ولی دقت کنید که جهت جریان طبق قرارداد خلاف جهت حرکت الکترون‌هاست، لذا جهت جریان از کرهٔ (۱) به سمت کرهٔ (۲) می‌باشد.

---

۱۱۰. طبق رابطهٔ جریان الکتریکی متوسط داریم:

آ) ۳ ثانیهٔ اول یعنی بازهٔ زمانی صفر تا ۳s:

$$q(t) = -t^2 + 4t + 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow q_1 = -0^2 + 4\times0 + 5 = 5C \\ t_2 = 3s \Rightarrow q_1 = -3^2 + 4\times3 + 5 = 8C \end{cases}$$

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow I = \frac{8-5}{3-0} = \frac{3}{3} = 1A$$

ب) در بازهٔ $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 5s$ داریم:

$$q(t) = -t^2 + 4t + 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow q_1 = -2^2 + 4\times2 + 5 = 9C \\ t_2 = 5s \Rightarrow q_1 = -5^2 + 4\times5 + 5 = 0C \end{cases}$$

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow I = \frac{0-9}{5-2} = \frac{-9}{3} = -3A$$

منفی بودن مقدار جریان متوسط بدین معناست که جهت آن، در خلاف جهت مثبت فرض شده برای معادلهٔ بار الکتریکی و جریان است.

---

۱۱۱. آ) مقاومت — ب) نادرست
پ) کمتر — ت) نادرست
ث) ثابت می‌ماند — ج) نادرست
چ) ولت بر آمپر — ح) نادرست
خ) می‌کنند — د) نادرست
ذ) نادرست — ر) غیراهمی
ز) نادرست — ژ) نمی‌کند

---

۱۱۲. آ) اهمی — ب) مقاومت الکتریکی، ولت بر آمپر
پ) مستقیم — ت) عکس مقاومت
ث) دمای ثابت یا رسانای اهمی

---

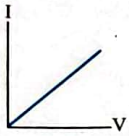
۱۱۳. آ) قانون اهم (دمای ثابت): هنگامی که جریان عبوری از یک رسانا با اختلاف پتانسیل اعمال شده به دو سر آن، رابطهٔ مستقیمی داشته باشد در این صورت می‌گوییم رسانا از قانون اهم پیروی کرده است.

ب) مقاومت الکتریکی: الکترون‌های آزاد هنگام حرکت در رسانا همیشه با نوعی مقاومت روبه‌رو هستند که در این حالت اصطلاحاً می‌گوییم رسانا دارای مقاومت الکتریکی است.

پ) رسانای غیراهمی: رساناهایی که از قانون اهم پیروی نمی‌کنند را رسانای غیراهمی می‌گویند.

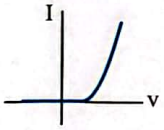
---

۱۱۴. آ) در مقاومت اهمی که از قانون اهم پیروی می‌کند، رابطهٔ جریان برحسب اختلاف پتانسیل به‌صورت خطی می‌باشد که شیب این نمودار عکس مقاومت می‌باشد و نمودار به‌صورت خط راستی است که از مبدأ عبور می‌کند.



$$I = \frac{1}{R}(V)$$

در مقاومت‌های غیراهمی که از قانون اهم پیروی نمی‌کنند مانند دیود نورگسیل، رابطهٔ جریان و ولتاژ به‌صورت خطی نمی‌باشد و به‌عنوان مثال نمودار جریان برحسب ولتاژ دیود نورگسیل به‌صورت زیر می‌باشد.



ب) مقاومت اهمی از قانون اهم پیروی می‌کنند و رابطهٔ جریان و ولتاژ به‌صورت خطی می‌باشد در حالی که در مقاومت غیراهمی رابطهٔ جریان و ولتاژ به‌صورت خطی نمی‌باشد.

---

۱۱۵. آ) در نمودار اختلاف پتانسیل برحسب جریان (V-I) طبق رابطهٔ قانون اهم $R = \frac{V}{I}$ شیب نمودار V-I برابر مقاومت رسانا است و هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، مقاومت آن وسیله بیش‌تر است. پس در این نمودار $R_A > R_B$ است.

ب) در نمودار جریان برحسب اختلاف پتانسیل (I-V) طبق رابطهٔ قانون اهم $R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{I}{V}$ شیب نمودار I-V برابر عکس مقاومت است و هرچه شیب نمودار بیش‌تر باشد، نتیجه می‌گیریم مقاومت آن وسیله کم‌تر است. $R_2 < R_1$

پ) ۱) نمودار (ب) از قانون اهم پیروی می‌کند.

۲) مس یک رسانا است که از قانون اهم پیروی می‌کند، لذا نمودار (ب) مربوط به مس است.

۳) نمودار (الف) مربوط به یک دیود نوری است.

---

۱۱۶. ابتدا مقاومت رشته لامپ را با استفاده از رابطهٔ قانون اهم می‌یابیم:

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow[I=۰/۳A]{V=۱/۵V} R=\frac{۱/۵}{۰/۳}=۵\Omega$$

حال با به‌دست آوردن مقاومت، به ازای ولتاژ $۱/۲V$ جریان را محاسبه می‌کنیم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow I=\frac{V}{R}\xrightarrow[R=۵\Omega]{V=۱/۲V} I=\frac{۱/۲}{۵}=۰/۲۴A$$

---

۱۱۷. آ) برای به‌دست آوردن مقاومت لامپ طبق رابطهٔ قانون اهم و با توجه به نمودار، به ازای ولتاژ $۱۶V$ و جریان $۴A$ داریم:

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow[I=۴A]{V=۱۶V} R=\frac{۱۶}{۴}=۴\Omega$$

حال برای به‌دست آوردن مقدار V که به ازای آن، جریان $۱/۵A$ می‌باشد، داریم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow V=RI\xrightarrow[I=۱/۵A]{R=۴\Omega} V=۴\times۱/۵=۶V$$

ب) برای به‌دست آوردن شدت جریان به ازای ولتاژ $۲۴V$ داریم:

$$I=\frac{V}{R}\xrightarrow[R=۴\Omega]{V=۲۴V} I=\frac{۲۴}{۴}=۶A$$

پ) ابتدا به ازای $V=۳۶V$ جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{V}{R}\xrightarrow[R=۴\Omega]{V=۳۶V} I=\frac{۳۶}{۴}=۹A$$

حال طبق رابطهٔ $\Delta q=It$ مقدار بار عبوری و سپس از رابطهٔ $q=ne$ تعداد الکترون عبوری را می‌یابیم:

$$\Delta q=It\xrightarrow[t=۵min=۳۰۰s]{I=۹A}\Delta q=۹\times۳۰۰=۲۷۰۰C$$

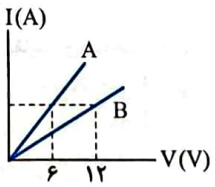
$$n=\frac{q}{e}\xrightarrow[e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C]{q=۲۷۰۰C} n=\frac{۲۷۰۰}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۱/۶۸۷۵\times۱۰^{۲۲}$$

---

۱۱۸. با استفاده از رابطهٔ قانون اهم داریم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=\frac{V_B}{V_A}\times\frac{I_A}{I_B}\xrightarrow[V_A=۶V\ ,\ V_B=۱۲V]{I_A=I_B=I}$$

$$\frac{R_B}{R_A}=\frac{۱۲}{۶}\times۱=۲$$



---

۱۱۹. ابتدا با توجه به رابطهٔ قانون اهم برای مقاومت $R_۲$، مقدار $V_۱$ را می‌یابیم:

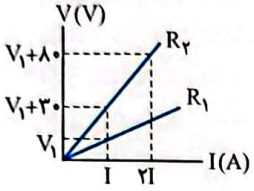
$$V=RI\Rightarrow\frac{V'_۲}{V_۲}=\frac{I'_۲}{I_۲}\xrightarrow[I'_۲=۲I\ ,\ I_۲=I]{V'_۲=V_۱+۸۰(V)\ ,\ V_۲=V_۱+۳۰(V)}$$

$$\frac{V_۱+۸۰}{V_۱+۳۰}=\frac{۲I}{I}\Rightarrow V_۱+۸۰=۲V_۱+۶۰\Rightarrow V_۱=۲۰V$$

حال به ازای جریان I برای دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ داریم:

$$\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{R_۲}{R_۱}\times\frac{I_۲}{I_۱}\xrightarrow[V_۱=V_۱\ ,\ I_۲=I_۱=I]{V_۲=V_۱+۳۰(V)}$$

$$\frac{V_۱+۳۰}{V_۱}=\frac{R_۲}{R_۱}\times۱\xrightarrow{V_۱=۲۰V}\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{۲۰+۳۰}{۲۰}=\frac{۵}{۲}$$



---

۱۲۰. در نمودار V-I شیب خط نمودار برابر مقاومت است:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow \text{شیب نمودار}=R$$

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{\text{شیب نمودار A}}{\text{شیب نمودار B}}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{\tan A}{\tan B}\xrightarrow[\hat{B}=۶۰^\circ]{\hat{A}=۴۵^\circ}$$

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{\tan ۴۵^\circ}{\tan ۶۰^\circ}=\frac{۱}{\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

---

۱۲۱. آ) درست
ب) طول، سطح مقطع و جنس
پ) مستقیم- وارون
ت) افزایش
ث) افزایش- کاهش
ج) $\frac{۱}{۱۶}$
چ) ۴

---

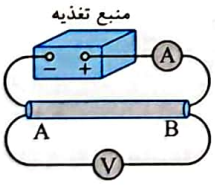
۱۲۲. آ) مقاومت الکتریکی قطعه‌ای از فلز به طول یک متر و سطح مقطع یک متر مربع، مقاومت ویژهٔ آن فلز نامیده می‌شود و یکای آن در SI، $\Omega.m$ است.

ب) (۱) مستقیم (۲) سطح مقطع (۳) جنس

پ) طول، سطح مقطع و جنس و دمای رسانا

---

۱۲۳. آ) ابتدا با استفاده از یک منبع تغذیه، آمپرسنج، ولت‌سنج، سیم‌های رابط و قطعه سیم‌هایی که می‌خواهیم مقاومت آنها را به‌دست آوریم، مطابق شکل زیر مدار را می‌بندیم.



آزمایش شامل سه مرحله است.

نخست قطعه سیم‌هایی مثلاً از جنس کنستانتان (یا نیکروم) با قطر یکسان ولی طول‌های معین متفاوت را در مدار قرار می‌دهیم و با استفاده از قانون اهم، مقاومت هر کدام از سیم‌ها را با استفاده از عددی که آمپرسنج و ولت‌سنج نشان می‌دهد محاسبه می‌کنیم و از این قسمت درمی‌یابیم که مقاومت سیم با طول آن رابطهٔ مستقیم دارد.

در مرحلهٔ دوم، آزمایش را با سیم‌هایی با طول یکسان ولی قطرهای معین متفاوت انجام می‌دهیم مانند حالت اول از این مرحله درمی‌یابیم که مقاومت سیم با مساحت مقطع آن رابطهٔ معکوس دارد.

مرحلهٔ سوم آزمایش را با دو قطعه سیم هم‌طول و با قطر یکسان انجام می‌دهیم که این بار جنس یکی از آنها کنستانتان و دیگری نیکروم است از این مرحله مشابه حالت اول با استفاده از قانون اهم و اعداد آمپرسنج و ولت‌سنج درمی‌یابیم که مقاومت سیم‌ها به جنس آنها نیز بستگی دارد.

ب) همان‌طور که می‌دانیم در نمودار I-V شیب خط نمودار برابر عکس مقاومت است، لذا با توجه به نمودار داریم:

شیب نمودار A > شیب نمودار B

$$\Rightarrow \frac{1}{R_B} > \frac{1}{R_A} \Rightarrow R_A > R_B \qquad (1)$$

حال طبق رابطهٔ مقایسه‌ای مقاومت یک رسانا برحسب مشخصات فیزیکی آن داریم:

$$R = \rho\frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow[L_A=L_B \text{ هردو هم‌طول}]{\rho_A=\rho_B \text{ جنس یکسان}} \frac{R_A}{R_B} = 1 \times 1 \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{A_B}{A_A} > 1 \Rightarrow A_B > A_A$$

یعنی سطح مقطع رسانای B بزرگتر است.

---

۱۲۴. چون طول و جنس هر دو مقاومت یکسان است، لذا مقاومتی که سطح مقطع بیشتری دارد، طبق رابطهٔ $R = \rho\frac{L}{A}$ اندازهٔ آن کوچکتر است، یعنی $R_1 < R_2$. پس هنگامی که دو سر هر یک را به اختلاف پتانسیل ثابتی وصل کنیم، طبق رابطهٔ قانون اهم چون جریان با عکس مقاومت رابطهٔ مستقیم دارد، از مقاومتی که کوچکتر است جریان بیشتری عبور می‌کند، لذا $I_1 > I_2$. به‌طور کلی هرچه سطح مقطع بیشتر باشد، جریان بیشتری از آن عبور خواهد کرد.

---

۱۲۵. طبق رابطهٔ مقاومت الکتریکی با مشخصات هندسی و جنس آن داریم:

$$R = \rho\frac{L}{A} \xrightarrow[A=10^{-5}m^2]{R=25\Omega \,,\, L=12/5km=12/5\times10^{3}m}$$

$$25 = \rho \times \frac{12/5\times10^{3}}{10^{-5}} \Rightarrow \rho = \frac{25\times10^{-5}}{12/5\times10^{3}} = 2\times10^{-8}\,\Omega.m$$

---

۱۲۶. طبق رابطهٔ $R = \rho\frac{L}{A}$ داریم:

$$R = \rho\frac{L}{A} \xrightarrow[r_2=3mm=3\times10^{-3}m \,,\, r_1=1mm=10^{-3}m]{\rho=2/8\times10^{-8}\Omega.m \,,\, L=2/4m \,,\, A=\pi(r_2^2-r_1^2)}$$

$$R = \frac{2/8\times10^{-8}\times2/4}{3\times((3\times10^{-3})^2-(10^{-3})^2)} = \frac{2/8\times2/4\times10^{-8}}{3\times(9\times10^{-6}-10^{-6})}$$

$$= \frac{2/8\times2/4\times10^{-8}}{3\times8\times10^{-6}} = 2/8\times10^{-3}\,\Omega$$

دقت کنید که در این‌جا چون لوله توخالی است، مساحت آن را به‌صورت $A = \pi(r_2^2 - r_1^2)$ حساب کردیم.

---

۱۲۷. طبق رابطهٔ مقاومت الکتریکی با ابعاد هندسی و جنس آن داریم:

$$R = \rho\frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow[L_A=L_B \text{ هردو هم‌طول}]{\rho_A=\rho_B \text{ هردو هم‌جنس}} \frac{R_A}{R_B} = \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow[A_B=\pi((r_{B2})^2-(r_{B1})^2)]{A_A=\pi r_A^2} \frac{R_A}{R_B} = \frac{\pi((r_{B2})^2-(r_{B1})^2)}{\pi r_A^2}$$

$$\xrightarrow[r_A=\frac{d_A}{2}=\frac{2}{2}=1mm]{r_{B2}=2mm \,,\, r_{B1}=1mm} \frac{R_A}{R_B} = \frac{(2)^2-(1)^2}{1^2} = \frac{4-1}{1} = 3$$

---

۱۲۸. کمیت‌های مربوط به تنگستن را با W و پلاتین را با Pt نشان می‌دهیم:

$$\frac{R_{Pt}}{R_W} = \frac{\rho_{Pt}}{\rho_W} \times \frac{L_{Pt}}{L_W} \times \frac{A_W}{A_{Pt}} \xrightarrow{A=\frac{\pi}{4}d^2}$$

$$\frac{R_{Pt}}{R_W} = \frac{\rho_{Pt}}{\rho_W} \times \frac{L_{Pt}}{L_W} \times \left(\frac{d_W}{d_{Pt}}\right)^2 \xrightarrow[\rho_{Pt}=2\rho_W]{L_W=3L_{Pt} \,,\, d_W=2d_{Pt}}$$

$$\frac{R_{Pt}}{R_W} = \frac{2\rho_W}{\rho_W} \times \frac{L_{Pt}}{3L_{Pt}} \times \left(\frac{2d_{Pt}}{d_{Pt}}\right)^2 = 2\times\frac{1}{3}\times(2)^2 = \frac{8}{3}$$

---

۱۲۹. با توجه به رابطهٔ چگالی، چون جنس و جرم هر دو سیم یکسان است، لذا حجم آنها نیز یکسان است:

$$m_A = m_B \Rightarrow \rho_A V_A = \rho_B V_B \xrightarrow{\rho_A=\rho_B \text{ چگالی هر دو یکسان}}$$

$$V_A = V_B \xrightarrow{V=LA} L_A A_A = L_B A_B$$

$$\Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{A_B}{A_A} \qquad (1)$$

حال طبق رابطهٔ مقایسه‌ای مقاومت داریم:

$$R = \rho\frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow[\frac{L_A}{L_B}=\frac{A_B}{A_A}]{\rho_A=\rho_B \text{ هردو مسی‌اند}} \frac{R_A}{R_B} = 1\times\frac{A_B}{A_A}\times\frac{A_B}{A_A} = \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2$$

$$\xrightarrow{A=\frac{\pi}{4}d^2} \frac{R_A}{R_B} = \left(\left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2\right)^2 \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^4$$

$$\xrightarrow{R_A=16R_B} 16 = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^4 \xrightarrow{16=2^4} \frac{d_B}{d_A} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \frac{1}{2}$$

---

۱۳۰. مقاومت هر دو سیم یکسان است، لذا داریم:

$$R_{Cu} = R_{Al} \Rightarrow \rho_{Cu}\frac{L_{Cu}}{A_{Cu}} = \rho_{Al}\frac{L_{Al}}{A_{Al}}$$

$$\xrightarrow[\rho_{Cu}=\frac{1}{2}\rho_{Al}]{L_{Al}=L_{Cu}} \frac{1}{2}\rho_{Al}\frac{L_{Al}}{A_{Cu}} = \rho_{Al}\frac{L_{Al}}{A_{Al}} \Rightarrow$$

$$A_{Al} = 2A_{Cu}$$

حال طبق رابطهٔ چگالی، جرم سیم‌ها را می‌یابیم:

$$\frac{m_{Al}}{m_{Cu}} = \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} \times \frac{V_{Al}}{V_{Cu}} \xrightarrow{V=AL}$$

$$\frac{m_{Al}}{m_{Cu}} = \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} \times \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} \times \frac{L_{Al}}{L_{Cu}}$$

$$\xrightarrow[A_{Al}=2A_{Cu}\ ,\ L_{Al}=L_{Cu}]{\rho_{Al}=2/7\,g/cm^3\ ,\ \rho_{Cu}=9\,g/cm^3}$$

$$\frac{m_{Al}}{m_{Cu}} = \frac{2/7}{9} \times \frac{2A_{Cu}}{A_{Cu}} \times \frac{L_{Cu}}{L_{Cu}} \Rightarrow \frac{m_{Al}}{m_{Cu}} = \frac{2/7}{9} \times 2 \times 1 = 0/6$$

$$m_{Al} = 0/6\, m_{Cu}$$