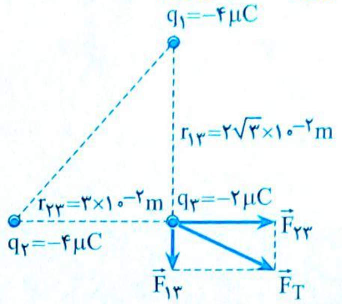
۲۴. مطابق شکل زیر، ابتدا نیروهایی که از طرف بارهای q_1 و q_2 بر بار q_3 وارد می‌شود را رسم می‌کنیم و سپس با استفاده از قانون کولن، اندازهٔ هر یک از نیروها را به دست می‌آوریم و در آخر با توجه به جهت نیروها بردار نیروی برایند را رسم و اندازهٔ آن را به دست می‌آوریم:



$$F_{13} = k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{12\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow F_{13} = 60\,N$$

$$F_{23} = k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = \frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{9\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow F_{23} = 80\,N$$

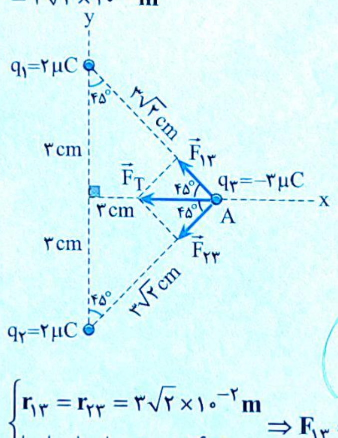
چون $\vec{F}_{13}$ بر $\vec{F}_{23}$ عمود است، با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس اندازهٔ برایند نیروها را به دست می‌آوریم:

$$F_T = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2} = \sqrt{60^2 + 80^2} \Rightarrow F_T = 100\,N$$

بردار برایند نیروها بر روی شکل رسم شده است.

۲۵. مطابق شکل زیر، ابتدا نیروهایی که از طرف بارهای q_1 و q_2 بر بار q_3 وارد می‌شود را رسم می‌کنیم و سپس با استفاده از قانون کولن، اندازهٔ هر یک از نیروها را به دست می‌آوریم و در آخر با توجه به جهت نیروها، بردار نیروی برایند را رسم و اندازهٔ آن را به دست می‌آوریم. دقت کنید، ابتدا باید فاصله بارهای q_1 و q_2 از بار q_3 را بدست آوریم:

$$r_{13} = r_{23} = \sqrt{3^2 + 3^2} \Rightarrow r_{13} = r_{23} = 3\sqrt{2}\,cm$$
$$= 3\sqrt{2}\times10^{-2}\,m$$



$$\begin{cases} r_{13} = r_{23} = 3\sqrt{2}\times10^{-2}\,m \\ |q_1| = |q_2| = 2\times10^{-6}\,C \end{cases} \Rightarrow F_{13} = F_{23}$$

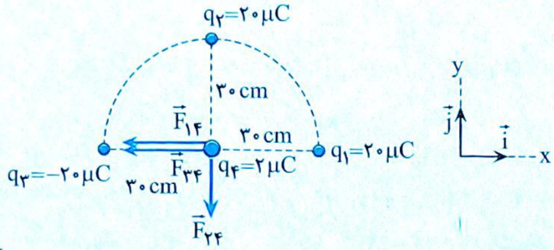
$$\Rightarrow F_{13} = F_{23} = k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times3\times10^{-6}}{\left(3\sqrt{2}\times10^{-2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow F_{13} = F_{23} = \frac{9\times6\times10^{-3}}{18\times10^{-4}} \Rightarrow F_{13} = F_{23} = 30\,N$$

با توجه به شکل $\vec{F}_{13}$ بر $\vec{F}_{23}$ عمود است. بنابراین با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس اندازهٔ برایند نیروها برابر است با:

$$F_T = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2} = \sqrt{30^2 + 30^2} \Rightarrow F_T = 30\sqrt{2}\,N$$

۲۶. مطابق شکل زیر، ابتدا نیروهایی که از طرف بارهای q_1 و q_2، q_3 بر بار q_4 وارد می‌شود را رسم می‌کنیم و سپس با استفاده از قانون کولن، اندازهٔ هر یک از نیروها را به دست می‌آوریم و با توجه به جهت نیروها، هر یک را بر حسب بردار یکه می‌نویسیم و در آخر آن‌ها را با هم جمع برداری می‌کنیم.



$$\begin{cases} r_{14} = r_{24} = r_{34} = 30\,cm = 3\times10^{-1}\,m \\ |q_1| = |q_2| = |q_3| = 20\times10^{-6}\,C \end{cases} \Rightarrow$$

$$F_{14} = F_{24} = F_{34} = k\frac{|q_1||q_4|}{r_{14}^2} \Rightarrow F_{14} = F_{24} = F_{34} \Rightarrow$$

$$F_{14} = F_{24} = F_{34} = \frac{9\times10^9\times20\times10^{-6}\times20\times10^{-6}}{9\times10^{-2}} \Rightarrow$$

$$F_{14} = F_{24} = F_{34} = 4\,N$$

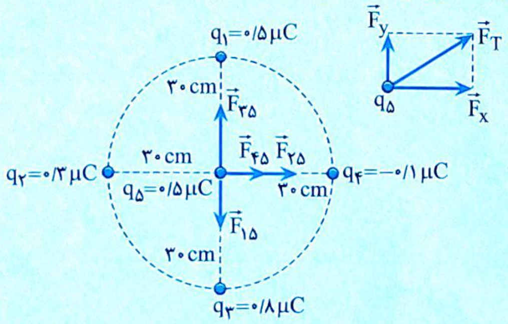
چون $\vec{F}_{14}$ و $\vec{F}_{34}$ در خلاف جهت محور x است، بر حسب بردار یکه برابر $\vec{F}_{14} = \vec{F}_{34} = -4\vec{i}$ و $\vec{F}_{24}$ که در خلاف جهت محور y است برابر $\vec{F}_{24} - 4\vec{j}$ است.

برای محاسبهٔ برآیند نیروها می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{14} + \vec{F}_{24} + \vec{F}_{34} \Rightarrow \vec{F}_T = -4\vec{i} - 4\vec{j} - 4\vec{i}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_T = -8\vec{i} - 4\vec{j}\,(N)$$

۲۷. مطابق شکل زیر، ابتدا نیروهایی که از طرف هر یک از بارها بر بار q_5 وارد می‌شود را رسم می‌کنیم و سپس با استفاده از قانون کولن اندازهٔ هر یک از نیروها را به دست می‌آوریم و با توجه به جهت نیروها، اندازهٔ برایند نیروها را حساب می‌کنیم.



محاسبهٔ اندازهٔ نیروها:

$$F_{15} = k\frac{|q_1||q_5|}{r_{15}^2} \xrightarrow{r_{15}=30\,cm=3\times10^{-1}\,m}$$

$$F_{15} = \frac{9\times10^{9}\times0/5\times10^{-6}\times0/5\times10^{-6}}{9\times10^{-2}} = 25\times10^{-3}\,N$$

$$F_{25} = k\frac{|q_2||q_5|}{r_{25}^2} = \frac{9\times10^{9}\times0/3\times10^{-6}\times0/5\times10^{-6}}{9\times10^{-2}}$$

$$= 15\times10^{-3}\,N$$

$$F_{35} = k\frac{|q_3||q_5|}{r_{35}^2} = \frac{9\times10^{9}\times0/8\times10^{-6}\times0/5\times10^{-6}}{9\times10^{-2}}$$

$$= 40\times10^{-3}\,N$$

$$F_{45} = k\frac{|q_4||q_5|}{r_{45}^2} = \frac{9\times10^{9}\times0/1\times10^{-6}\times0/5\times10^{-6}}{9\times10^{-2}}$$

$$= 5\times10^{-3}\,N$$

محاسبهٔ اندازهٔ برایند نیروها:

ابتدا برایند نیروهای هم‌راستا را حساب می‌کنیم:

$$F_x = F_{25} + F_{45} = 15\times10^{-3} + 5\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow F_x = 20\times10^{-3}$$

$$F_y = F_{35} + F_{15} = 40\times10^{-3} - 25\times10^{-3}$$

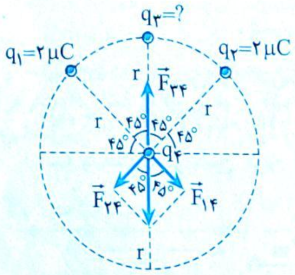
$$\Rightarrow F_y = 15\times10^{-3}$$

چون F_x و F_y بر هم عمودند، از رابطهٔ فیثاغورس استفاده می‌کنیم:

$$F_T = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2}} \Rightarrow F_T = \sqrt{\left(20\times10^{-3}\right)^2 + \left(15\times10^{-3}\right)^2}$$

$$\Rightarrow F_T = \sqrt{625\times10^{-6}} \Rightarrow F_T = 25\times10^{-3}\,N$$

۲۸. با توجه به شکل زیر، برای تعادل بار q_4، باید نیرویی که بار q_3 بر بار q_4 وارد می‌کند، هم‌اندازه، هم راستا و در سوی مخالف برایند نیروهایی باشد که بارهای q_1 و q_2 بر بار q_4 وارد می‌کنند. بنابراین با فرض این که بار q_4 مثبت باشد، باید بار q_3 منفی باشد تا در سوی مخالف برایند نیروهای بارهای q_1 و q_2 بر بار q_4 باشد. بنابراین با رسم نیروها می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} q_1 = q_2 = 2\mu C \\ r_{14} = r_{24} = r \end{cases} \Rightarrow F_{14} = F_{24} = k\frac{|q_1||q_4|}{r_{14}^2}$$

چون $\vec{F}_{14}$ و $\vec{F}_{24}$ بر هم عمودند، برایند آنها از رابطهٔ فیثاغورس به دست می‌آید و برابر است با:

$$F' = \sqrt{F_{14}^2 + F_{24}^2} \xrightarrow{F_{14}=F_{24}} F' = \sqrt{2}F_{14}$$

اکنون با داشتن برایند نیروهای $\vec{F}_{14}$ و $\vec{F}_{24}$ باید نیروی برایند آن‌ها را مساوی $\vec{F}_{34}$ قرار دهیم تا q_3 بدست آید:

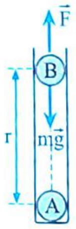
$$F_{34} = F' \xrightarrow{F'=\sqrt{2}F_{14}} F_{34} = \sqrt{2}F_{14} \Rightarrow k\frac{|q_4||q_3|}{r_{34}^2}$$

$$= \sqrt{2}\times k\frac{|q_1||q_4|}{r_{14}^2} \Rightarrow \frac{|q_3|}{r_{34}^2} = \sqrt{2}\frac{|q_1|}{r_{14}^2} \xrightarrow[|q_1|=2\mu C]{r_{34}=r_{14}=r}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_3|}{r^2} = \sqrt{2}\times\frac{2}{r^2} \Rightarrow |q_3| = 2\sqrt{2}\,\mu C$$

$$\xrightarrow{q_3<0} q_3 = -2\sqrt{2}\,\mu C$$

۲۹. برای حل این مسئله گلولهٔ معلق B را در نظر می‌گیریم. مطابق شکل زیر بر گلولهٔ B، نیروی وزن $(m\vec{g})$ و نیروی الکتریکی از طرف گلولهٔ A وارد می‌شود. چون این گلوله در حال تعادل است، باید برایند این نیروهای وارد بر آن صفر باشد. بنابراین می‌توان نوشت:



$$F = mg \xrightarrow{F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}}$$

$$k\frac{|q_A||q_B|}{r^2} = mg \xrightarrow[m=20g=20\times10^{-3}\,kg]{q_A=q_B=2\times10^{-6}}$$

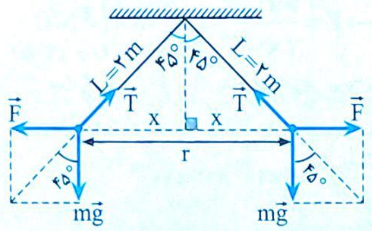
$$\frac{9\times10^{9}\times2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{r^2} = 20\times10^{-3}\times10$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{36\times10^{-3}}{2\times10^{-1}} \Rightarrow r^2 = 18\times10^{-2} = 9\times2\times10^{-2} \Rightarrow$$

$$r = 3\times\sqrt{2}\times10^{-1} \xrightarrow{\sqrt{2}=1/4} r = 3\times1/4\times10^{-1}$$

$$= 0/42\,m \xrightarrow{\times100} r = 42\,cm$$

۳۰. مطابق شکل زیر، نیروهای وارد بر هر گلوله را رسم می‌کنیم و سپس به صورت زیر جرم هر یک از دو گلوله را به دست می‌آوریم. دقت کنید، در ابتدا باید فاصلهٔ بین دو گلوله را حساب کنیم:



$$\sin 45 = \frac{x}{L} \xrightarrow{L=2m} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \sqrt{2}\,m$$

$$r = x + x = \sqrt{2} + \sqrt{2} \Rightarrow r = 2\sqrt{2}\,m$$

$$\tan 45 = \frac{F}{mg} \Rightarrow 1 = \frac{k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}}{mg} \Rightarrow mg = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$\xrightarrow[|q_1|=|q_2|=0/001C=10^{-3}C]{r=2\sqrt{2}m,\,1q} m\times10 = 9\times10^{9}\times\frac{10^{-3}\times10^{-3}}{(2\sqrt{2})^2}$$

$$\Rightarrow 10m = \frac{9\times10^{3}}{8} \Rightarrow m = \frac{9000}{80} \Rightarrow m = 112/5\,kg$$

۳۱. الف) برداری
ب) درست
پ) مستقل از
ت) مربع فاصله
ث) نادرست
ج) میدان الکتریکی
چ) نیرویی ـ بار مثبت
ح) نیوتون بر کولن (ولت بر متر)

---

۳۲. شعلهٔ شمع نزدیک‌تر، به سمت کلاهک کشیده می‌شود، در حالی که شعلهٔ شمع دورتر، تغییر چندانی نمی‌کند. زیرا، کلاهک مولد وان‌دوگراف بار منفی بزرگی دارد که یون‌های مثبت درون شعلهٔ شمع نزدیک‌تر را به سمت خود می‌کشد، در حالی‌که شمع دیگر در فاصلهٔ دوری از کلاهک قرار گرفته است که تحت تأثیر میدان الکتریکی ضعیف‌تری قرار می‌گیرد.

---

۳۳. الف) با داشتن q و $\vec{E}$ با استفاده از رابطهٔ $\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q}$، نیروی وارد بر بار الکتریکی را به دست می‌آوریم. در این رابطه q را با قید علامت در رابطه جای‌گذاری می‌کنیم:

$$q=-3\,mC=-3\times10^{-3}\,C \quad و \quad \vec{E}=12\times10^{4}\,\vec{i}-9\times10^{4}\,\vec{j}$$

$$\vec{F}=q\vec{E}\Rightarrow\vec{F}=-3\times10^{-3}\times\left(12\times10^{4}\,\vec{i}-9\times10^{4}\,\vec{j}\right)$$

$$\Rightarrow\vec{F}=-360\,\vec{i}+270\,\vec{j}$$

ب) اندازهٔ نیرو از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$F=\sqrt{F_x^{2}+F_y^{2}}\Rightarrow F=\sqrt{(-360)^{2}+(270)^{2}}$$

$$=\sqrt{4^{2}\times90^{2}+3^{2}\times90^{2}}=\sqrt{25\times90^{2}}$$

$$\Rightarrow F=450\,N$$

---

۳۴. الف) با داشتن F و q_0 به صورت زیر بزرگی میدان الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$E=\frac{F}{q_0}\xrightarrow[q_0=3\times10^{-8}C]{F=6\times10^{-5}N}E=\frac{6\times10^{-5}}{3\times10^{-8}}\Rightarrow E=2\times10^{3}\,N/C$$

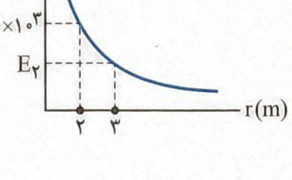
ب) با داشتن E و q به صورت زیر نیروی وارد بر بار q را به دست می‌آوریم:

$$F=Eq\xrightarrow[E=2\times10^{3}\frac{N}{C}]{q=12\times10^{-8}C}F=2\times10^{3}\times12\times10^{-8}$$

$$\Rightarrow F=24\times10^{-5}\,N$$

---

۳۵. ابتدا از روی نمودار، معلومات سوال را می‌نویسیم و سپس با استفاده از رابطهٔ مقایسه‌ای میدان الکتریکی، E_2 را بدست می‌آوریم:



$$\begin{cases}r_1=2\,m\Rightarrow E_1=2\times10^{3}\,N/C\\ r_2=3\,m\Rightarrow E_2=?\end{cases}$$

$$E=k\frac{|q|}{r^{2}}\xrightarrow{q=\text{ثابت}}\frac{E_2}{E_1}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{2}\Rightarrow\frac{E_2}{2\times10^{3}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{2}$$

$$\Rightarrow\frac{E_2}{2\times10^{3}}=\frac{4}{9}\Rightarrow E_2=\frac{8}{9}\times10^{3}\,N/C$$

برای به دست آوردن بار q، اندازه‌های r_1 و E_1 و یا r_2 و E_2 را در نظر می‌گیریم و به صورت زیر، بار q را حساب می‌کنیم:

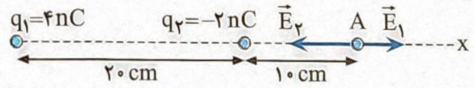
$$E_1=k\frac{|q|}{r_1^{2}}\Rightarrow2\times10^{3}=\frac{9\times10^{9}\times|q|}{4}\Rightarrow|q|=\frac{8}{9}\times10^{-6}\,C$$

$$|q|=\frac{8}{9}\,\mu C$$

---

۳۶. الف) ابتدا اندازه و جهت میدان الکتریکی هر یک از بارها را در نقطهٔ A تعیین می‌کنیم و سپس با توجه به جهت دستگاه مختصات انتخاب شده و جهت میدان‌ها، هر یک از میدان‌ها را برحسب بردار یکه نوشته و در آخر برایند آن‌ها را به دست می‌آوریم:

رسم میدان‌ها:



محاسبهٔ اندازهٔ میدان الکتریکی هر یک از بارها:

$$E_1=k\frac{|q_1|}{r_1^{2}}\xrightarrow[|q_1|=4nC=4\times10^{-9}C]{r_1=30cm=3\times10^{-1}m}$$

$$E_1=\frac{9\times10^{9}\times4\times10^{-9}}{9\times10^{-2}}=400\,N/C$$

$$\xrightarrow{\vec{E}_1\ \text{در خلاف جهت محور}\ x}\vec{E}_1=400\,\vec{i}$$

$$E_2=k\frac{|q_2|}{r_2^{2}}\xrightarrow[|q_2|=2\,nC=2\times10^{-9}C]{r_2=10cm=10^{-1}m}$$

$$E_2=\frac{9\times10^{9}\times2\times10^{-9}}{10^{-2}}=1800\,N/C$$

$$\xrightarrow{\vec{E}_2\ \text{در جهت محور}\ x}\vec{E}_2=-1800\,\vec{i}$$

محاسبهٔ برایند میدان‌های الکتریکی:

$$\vec{E}_A=\vec{E}_1+\vec{E}_2\Rightarrow\vec{E}_A=400\,\vec{i}-1800\,\vec{i}\Rightarrow\vec{E}_A=-1400\,\vec{i}$$

ب) با استفاده از قانون کولن اندازه نیروی بین دو بار را به دست می‌آوریم:

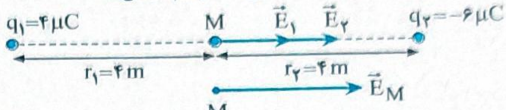
$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^{2}}\xrightarrow{r=20cm=2\times10^{-1}m}$$

$$F=\frac{9\times10^{9}\times4\times10^{-9}\times2\times10^{-9}}{4\times10^{-2}}\Rightarrow F=18\times10^{-7}\,N$$

چون بارها ناهمنام‌اند، نوع نیروی بین آن‌ها جاذبه است.

---

۳۷. الف) ابتدا اندازه و جهت میدان الکتریکی هر یک از بارها را در نقطهٔ M وسط خط واصل دو ذرهٔ باردار تعیین می‌کنیم و سپس با توجه به جهت میدان‌ها اندازهٔ برایندشان را حساب می‌کنیم. دقت کنید چون فاصلهٔ دو بار ۸m است، فاصلهٔ نقطهٔ M از هر یک از بارها ۴m می‌باشد. رسم میدان‌ها:



محاسبهٔ اندازهٔ میدان الکتریکی هر یک از بارها:

$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} \xrightarrow[r_1=4m]{|q_1|=4\times10^{-6}C} E_1=\frac{9\times10^{9}\times4\times10^{-6}}{16}$$

$$\Rightarrow E_1 = 2250\frac{N}{C}$$

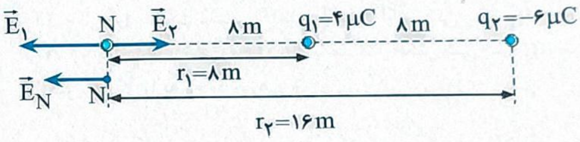
$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2} \xrightarrow[r_2=4m]{|q_2|=6\times10^{-6}C} E_2=\frac{9\times10^{9}\times6\times10^{-6}}{16}$$

$$\Rightarrow E_2 = 3375\,N/C$$

محاسبه برایند میدان‌ها: چون $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ هم‌جهت و به طرف راست‌اند، برایند آن‌ها نیز به طرف راست می‌باشد و اندازهٔ آن برابر است با:

$$E_M = E_2 + E_1 = 3375 + 2250 \Rightarrow E_M = 5625\frac{N}{C}$$

ب) نقطه‌ای که ۸m از بار q_1 و ۱۶m از بار q_2 فاصله داشته باشد، الزاماً در طرف چپ بار q_1 و خارج از فاصله بین دو بار و روی امتداد خط واصل قرار دارد. بنابراین با توجه به شکل زیر می‌توان نوشت:



$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{9\times10^{9}\times4\times10^{-6}}{64} \Rightarrow E_1 = 562/5\frac{N}{C}$$

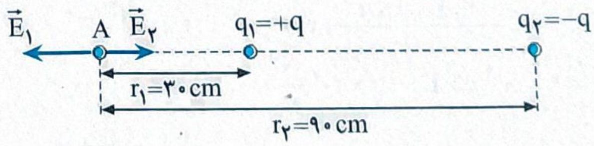
$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2} = \frac{9\times10^{9}\times6\times10^{-6}}{16\times16} \Rightarrow E_2 = 210/9\frac{N}{C}$$

چون در نقطهٔ N، میدان‌ها در دو سوی مخالف هم‌اند، برای محاسبهٔ اندازهٔ برایند میدان‌ها، باید از تفریق E_1 و E_2 استفاده کنیم.

$$E_N = E_1 - E_2 = 562/5 - 210/9 \Rightarrow E_N = 351/6\frac{N}{C}$$

با توجه به شکل، جهت برایند میدان‌های الکتریکی به طرف چپ می‌باشد.

۳۸. ابتدا جهت میدان‌های الکتریکی هر یک از بارها را در نقطهٔ A رسم می‌کنیم. با توجه به شکل در نقطهٔ A میدان‌ها در دو سوی مخالف‌اند. از طرف دیگر چون بارها هم‌اندازه و فاصلهٔ بار منفی q از نقطهٔ A بیش‌تر از فاصلهٔ بار +q از این نقطه است، میدان الکتریکی بار +q بزرگ‌تر می‌باشد. بنابراین می‌توان نوشت:



$$E_T = E_1 - E_2 \xrightarrow{E=k\frac{|q|}{r^2}} E_T = k\frac{|q_1|}{r_1^2} - k\frac{|q_2|}{r_2^2}$$

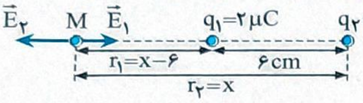
$$\xrightarrow{|q_1|=|q_2|=q} E_T = k\left(\frac{q}{r_1^2} - \frac{q}{r_2^2}\right)$$

$$\xrightarrow[E_T=9\times10^{4}N/C]{r_1=3\times10^{-1}m\ ,\ r_2=9\times10^{-1}m}$$

$$= 9\times10^{9}\times\left(\frac{q}{9\times10^{-2}} - \frac{q}{81\times10^{-2}}\right) \Rightarrow 10^{-5} = \frac{9q-q}{81\times10^{-2}}$$

$$81\times10^{-7} = 8q \Rightarrow q = \frac{81}{8}\times10^{-7}C$$

۳۹. چون دو بار الکتریکی ناهمنام‌اند، در نقطه‌ای خارج از فاصلهٔ بین دو بار و روی امتداد خط واصل آن‌ها و نزدیک به بار با اندازهٔ کمتر، برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار صفر می‌شود. بنابراین، با توجه به شکل زیر اندازهٔ میدان‌ها را مساوی هم قرار می‌دهیم و فاصلهٔ بار q_2 را حساب می‌کنیم:



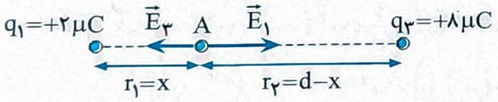
$$E_1 = E_2 \Rightarrow k\frac{|q_1|}{r_1^2} = k\frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{2}{(x-6)^2} = \frac{18}{x^2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{(x-6)^2} = \frac{9}{x^2} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{1}{x-6} = \frac{3}{x}$$

$$\Rightarrow 3x - 18 = x \Rightarrow 2x = 18 \Rightarrow x = 9\,cm$$

۴۰. الف) چون در محل بار q_3 برایند میدان‌های الکتریکی صفر است و این نقطه خارج از فاصلهٔ بین دو بار q_1 و q_2 و روی امتداد خط واصل آن‌ها واقع است باید بارهای q_1 و q_2 ناهمنام باشند. بنابراین با توجه به این‌که q_1 مثبت است، باید علامت بار q_2 منفی باشد.

ب) برای محاسبهٔ بار q_2، ابتدا از شرط صفر شدن میدان الکتریکی در مکان بار q_2 استفاده می‌کنیم و فاصلهٔ بین دو بار را به‌دست می‌آوریم:

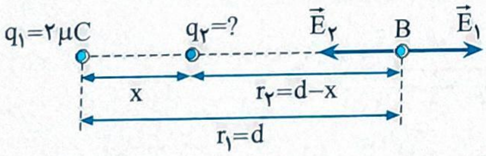


$$E_1 = E_3 \Rightarrow K\frac{|q_1|}{r_1^2} = K\frac{|q_3|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{8}{(d-x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{d-x} \Rightarrow 2x = d - x$$

$$\Rightarrow 3x = d \Rightarrow x = \frac{d}{3}$$

اکنون از شرط صفر شدن میدان الکتریکی در مکان بار q_3 استفاده می‌کنیم و اندازهٔ بار q_2 را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید، در قسمت (الف) نشان دادیم q_2 منفی است.

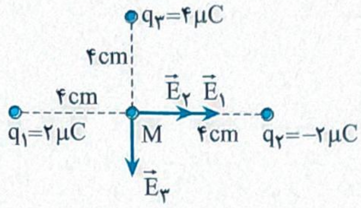


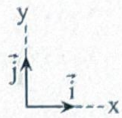
$$E_1 = E_2 \Rightarrow K\frac{|q_1|}{r_1^2} = K\frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{2}{d^2} = \frac{|q_2|}{(d-x)^2}$$

$$\xrightarrow{x=\frac{d}{3}} \frac{2}{d^2} = \frac{|q_2|}{(d-\frac{d}{3})^2} \Rightarrow \frac{2}{\cancel{d^2}} = \frac{|q_2|}{\frac{4}{9}\cancel{d^2}}$$

$$\Rightarrow |q_2| = \frac{8}{9} \xrightarrow{q_2<0} q_2 = -\frac{8}{9}\mu C$$

۴۱. ابتدا اندازه و جهت میدان الکتریکی هر یک از بارها را در نقطهٔ M به دست می‌آوریم و سپس با توجه به جهت آن‌ها، برایندشان را حساب می‌کنیم.





$$\begin{cases} r_1 = r_2 = 4\times10^{-2}\,m \\ |q_1| = |q_2| = 2\times10^{-6}\,C \end{cases} \Rightarrow E_1 = E_2 = k\frac{|q_1|}{r_1^2}$$

$$= \frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}}{16\times10^{-4}} \Rightarrow E_1 = E_2 = \frac{9}{8}\times10^7\,N/C$$

$$\xrightarrow{\text{در جهت محور x}\ \vec{E}_2\,,\,\vec{E}_1} \begin{cases} \vec{E}_1 = \frac{9}{8}\times10^7\,\vec{i}\,(N/C) \\ \vec{E}_2 = \frac{9}{8}\times10^7\,\vec{i}\,(N/C) \end{cases}$$

$$E_3 = k\frac{|q_3|}{r_3^2} \xrightarrow[|q_3|=4\times10^{-6}C]{r_3=4\times10^{-2}m}$$

$$E_3 = \frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}}{16\times10^{-4}} = \frac{9}{4}\times10^7\,N/C$$

$$\xrightarrow{\text{در خلاف جهت محور y}\ \vec{E}_3} \vec{E}_3 = -\frac{9}{4}\times10^7\,\vec{j}\,(N/C)$$

برایند میدان‌ها برابر است با:

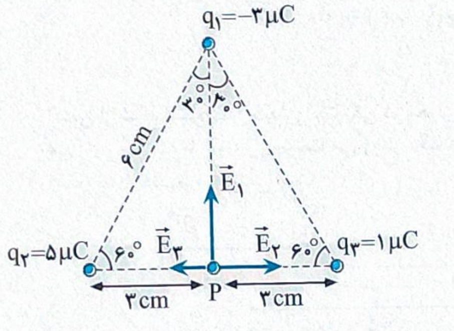
$$\vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \frac{9}{8}\times10^7\,\vec{i} + \frac{9}{8}\times10^7\,\vec{i} - \frac{9}{4}\times10^7\,\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_M = \left(\frac{9}{4}\vec{i} - \frac{9}{4}\vec{j}\right)\times10^7$$

$$\Rightarrow \vec{E}_M = (2/25\,\vec{i} - 2/25\,\vec{j})\times10^7\,(N/C)$$

---

۴۲. الف) در شکل زیر میدان الکتریکی هر یک از بارها رسم شده است.



ب) در ابتدا فاصله بار q_1 از نقطه P را به دست می‌آوریم. چون نقطهٔ P در وسط خط واصل دو بار q_2 و q_3 قرار دارد، فاصلهٔ بارهای q_2 و q_3 از نقطهٔ P برابر 3cm است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\sin60 = \frac{r_1}{r_{12}} \xrightarrow{r_{12}=6cm} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{r_1}{6}$$

$$\Rightarrow r_1 = 3\sqrt{3}\,cm = 3\sqrt{3}\times10^{-2}\,m$$

$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} \xrightarrow[r_1=3\sqrt{3}\times10^{-2}m]{|q_1|=3\times10^{-6}C} E_1 = \frac{9\times10^9\times3\times10^{-6}}{9\times3\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow E_1 = 10^7\,\frac{N}{C}$$

$$\xrightarrow{\text{در جهت محور y}\ \vec{E}_1} \vec{E}_1 = 10^7\,\vec{j}\,(N/C)$$

$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2} \xrightarrow[r_2=3\times10^{-2}m]{|q_2|=5\times10^{-6}C} E_2 = \frac{9\times10^9\times5\times10^{-6}}{9\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow E_2 = 5\times10^7\,\frac{N}{C}$$

$$\xrightarrow{\text{در جهت محور x}\ \vec{E}_2} \vec{E}_2 = 5\times10^7\,\vec{i}\,(N/C)$$

$$E_3 = k\frac{|q_3|}{r_3^2} \xrightarrow[r_3=3\times10^{-2}m]{|q_3|=1\times10^{-6}C} E_3 = \frac{9\times10^9\times10^{-6}}{9\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow E_3 = 10^7\,N/C$$

$$\xrightarrow{\text{در خلاف جهت x}\ \vec{E}_3} \vec{E}_3 = -10^7\,\vec{i}\,(N/C)$$

برایند میدان‌ها برابر است با:

$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 10^7\,\vec{j} + 5\times10^7\,\vec{i} - 10^7\,\vec{i} \Rightarrow$$

$$\vec{E}_P = +4\times10^7\,\vec{i} + 10^7\,\vec{j}\,(N/C)$$

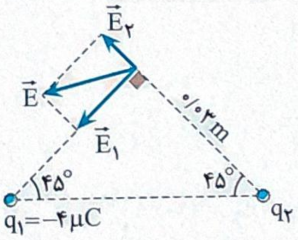
اندازه برایند میدان‌ها برابر است با:

$$E_P = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{16\times10^{14} + 10^{14}}$$

$$\Rightarrow E_P = \sqrt{17}\times10^7\,N/C$$

---

۴۳. الف- بار q_2 مثبت است. زیرا باید میدان الکتریکی بار q_2 در نقطهٔ A رو به خارج باشد تا برایند آن با میدان الکتریکی بار q_1، میدان الکتریکی $\vec{E}$ را به وجود آورد.



ب) برای محاسبهٔ اندازهٔ بار q_2 باید اندازه میدان الکتریکی $\vec{E}_2$ را داشته باشیم. به همین منظور ابتدا اندازه میدان الکتریکی $\vec{E}_1$ را با استفاده از رابطهٔ $E = k\frac{|q_1|}{r_1^2}$ به دست می‌آوریم و سپس با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس $E^2 = E_1^2 + E_2^2$، اندازهٔ E_2 را حساب می‌کنیم.

$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} \xrightarrow[r_1=0/03m=3\times10^{-2}m]{|q_1|=4\times10^{-6}C} E_1 = \frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}}{9\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow E_1 = 4\times10^7\,\frac{N}{C}$$

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 \xrightarrow{E=5\times10^7 N/C} 25\times10^{14} = 16\times10^{14} + E_2^2$$

$$\Rightarrow E_2^2 = 9\times10^{14} \Rightarrow E_2 = 3\times10^7\,\frac{N}{C}$$

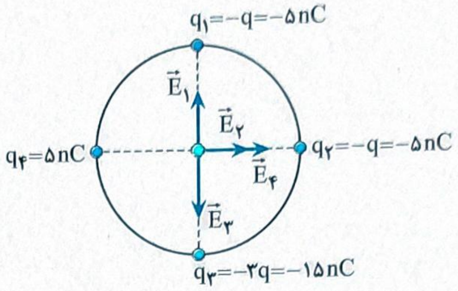
محاسبهٔ بار q_2:

$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2} \xrightarrow[r_2=3\times10^{-2}m]{E_2=3\times10^7 N/C} 3\times10^7 = \frac{9\times10^9\times|q_2|}{9\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow |q_2| = 3\times10^{-6} = 3\mu C \xrightarrow{q_2>0} q_2 = 3\mu C$$

---

۴۴. الف) ابتدا اندازه و جهت میدان الکتریکی هر یک از بارها را در مرکز دایره تعیین و سپس با توجه به جهت دستگاه مختصات انتخاب شده و جهت میدان‌ها، هر یک از میدان‌ها را بر حسب بردار یکه نوشته و بردار برایند آن‌ها را به‌دست می‌آوریم.



$$\begin{cases}|q_1|=|q_2|=|q_4|=5\times10^{-9}C\\ r_1=r_2=r_4=1m\end{cases}$$

$$\Rightarrow E_1=E_2=E_4=k\frac{|q|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{5\times10^{-9}}{1}=45\,N/C$$

$\vec{E}_1$ در جهت محور y و $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_4$ در جهت محور x است. بنابراین داریم:

$$\Rightarrow \vec{E}_1=45\vec{j}\,(N/C)\,,\ \vec{E}_2=\vec{E}_4=45\vec{i}\,(N/C)$$

$$E_3=k\frac{q_3}{r_3^2}\xrightarrow[r_3=1m]{q_3=15\times10^{-9}C}$$

$$E_3=9\times10^9\times\frac{15\times10^{-9}}{1}=135\,N/C$$

$$\Rightarrow E_3=135\,N/C$$

$$\xrightarrow{\vec{E}_3\ \text{در خلاف جهت محور}\ y}\vec{E}_3=-135\vec{j}\,(N/C)$$

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3+\vec{E}_4=45\vec{j}+45\vec{i}-135\vec{j}+45\vec{i}\Rightarrow$$

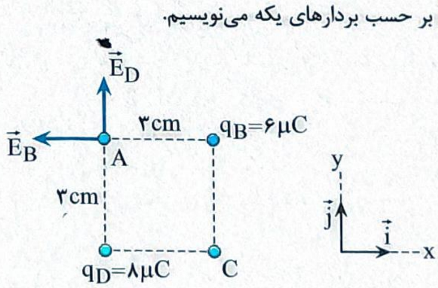
$$\vec{E}=90\vec{i}-90\vec{j}\,(N/C)$$

ب) بزرگی میدان الکتریکی برایند برابر است با:

$$E=\sqrt{E_x^2+E_y^2}=\sqrt{90^2+90^2}\Rightarrow E=90\sqrt{2}\,\frac{N}{C}$$

---

۴۵. الف) ابتدا میدان الکتریکی هر یک از بارها را در نقطه A رسم می‌کنیم و سپس اندازهٔ هر یک از میدان‌ها را به دست می‌آوریم و با توجه به جهتشان آن‌ها را بر حسب بردارهای یکه می‌نویسیم.



$$E_B=k\frac{|q_B|}{r_B^2}\xrightarrow[r_B=3\times10^{-2}m]{|q_B|=6\times10^{-6}C}E_B=\frac{9\times10^9\times6\times10^{-6}}{9\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow E_B=6\times10^7\,\frac{N}{C}$$

$$\xrightarrow{\vec{E}_B\ \text{در خلاف جهت محور}\ x}\vec{E}_B=-6\times10^7\vec{i}\,(N/C)$$

$$E_D=k\frac{|q_D|}{r_D^2}\xrightarrow[r_D=3\times10^{-2}m]{|q_D|=8\times10^{-6}C}E_D=\frac{9\times10^9\times8\times10^{-6}}{9\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow E_D=8\times10^7\,\frac{N}{C}$$

$$\xrightarrow{\vec{E}_D\ \text{در جهت محور}\ x}\vec{E}_D=8\times10^7\vec{j}\,(N/C)$$

بردار برایند میدان‌های الکتریکی برابر است با:

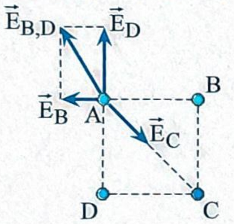
$$\vec{E}_T=\vec{E}_B+\vec{E}_D=-6\times10^7\vec{i}+8\times10^7\vec{j}$$

اندازهٔ برایند میدان‌ها برابر است با:

$$E_T=\sqrt{E_x^2+E_y^2}=\sqrt{\left(-6\times10^7\right)^2+\left(8\times10^7\right)^2}$$

$$=\sqrt{36\times10^{14}+64\times10^{14}}=\sqrt{100\times10^{14}}\Rightarrow E_T=10^8\,N/C$$

ب) خیر – در صورتی میدان الکتریکی در نقطهٔ A صفر می‌شود که میدان الکتریکی $\vec{E}_C$ هم اندازه و در سوی مخالف برایند میدان‌های $\vec{E}_B$ و $\vec{E}_D$ باشد. چون $E_B \neq E_D$ است، برایند آن‌ها در راستای $\vec{E}_C$ قرار نمی‌گیرند.



۴۶.

الف) بزرگ‌تر	ب) به سمت خارج از بار
پ) نمی‌کنند - یک	ت) درست
ث) مماس	ج) دو قطبی الکتریکی
چ) الکتریکی	ح) فضا و سه بعد

---

۴۷. الف) ۱- بار q_C مثبت است. زیرا خطوط میدان الکتریکی از آن خارج می‌شود. بار q_B منفی است. زیرا خطوط میدان به آن وارد می‌شود. بار q_A منفی است. زیرا خطوط میدان آن توسط خطوط میدان بار q_B دفع شده است.

الف) ۲- بار $|q_C|>|q_A|=|q_B|$، زیرا تراکم خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار q_C بیش‌تر از تراکم خطوط اطراف بارهای q_A و q_B است. در ضمن تراکم خطوط اطراف بارهای q_A و q_B یکسان می‌باشد.

ب) ۱- *میزان تراکم خطوط میدان در هر ناحیه از فضا نشان دهندهٔ اندازهٔ میدان در آن ناحیه است؛ هر جا خطوط میدان الکتریکی متراکم تر باشد، اندازهٔ میدان بیش‌تر است.

* خطوط میدان برآیند هرگز یکدیگر را قطع نمی‌کنند. یعنی از هر نقطهٔ فضا فقط یک خط میدان الکتریکی می‌گذرد.