

آزمون جامع دوره تابستان

جمعه ۱۴۰۲/۰۶/۰۳

یازدهم ریاضی - جامع تابستان

پاسخ نامه

آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی

ردیف	مواد امتحانی	از شماره	تا شماره
۱	حسابان ۱	۱	۱۵
۲	هندسه ۲	۱۶	۲۵
۳	آمار و احتمال	۲۶	۳۵
۴	فیزیک ۲	۳۶	۵۰
۵	شیمی ۲	۵۱	۶۰

$$\begin{cases} n = 14 \Rightarrow x = a_{14} = -7 + (14-1)(6) = 71 \\ n = -\frac{22}{3} \text{ غ ق ق } \end{cases}$$

(گروه مولفان علوی) (دنباله حسابی - مجموع جملات دنباله حسابی) (دشوار)

۶- گزینه «۳» -

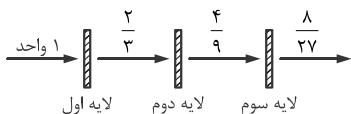
$$\frac{S_{2n}}{S_n} = q^{n+1} \Rightarrow \frac{S_6}{S_3} = q^4 + 1$$

$$\frac{153}{136} = q^4 + 1 \Rightarrow q^4 = \frac{17}{136} = \frac{1}{8} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a_m}{a_n} = q^{m-n} \Rightarrow \frac{a_7}{a_8} = q^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2 = 2^1 = 2^2$$

(گروه مولفان علوی) (دنباله هندسه - مجموع جملات دنباله هندسی) (متوسط)

۷- گزینه «۲» -



در برخورد اول $\frac{1}{3}$ حذف می شود، در برخورد دوم $\frac{2}{9}$ حذف می شود.

$$S = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{4}{27} + \dots > 0.8$$

$q = \frac{2}{3}$ دنباله هندسی با

$$\frac{1}{3} \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right) > 0.8 \Rightarrow 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n > 0.8 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^n < \frac{2}{10}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^n > 0.5 \Rightarrow n \geq 4$$

(گروه مولفان علوی) (دنباله هندسی - مجموع جملات دنباله هندسی) (متوسط)

۸- گزینه «۴» -

a_3, a_7, a_9 : سه جمله متوالی دنباله هندسی

$$(a_7)^2 = a_3 \times a_9 \Rightarrow (a_1 + 6d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 8d)$$

$$a_1^2 + 12a_1d + 36d^2 = a_1^2 + 10a_1d + 16d^2$$

$$2a_1d + 20d^2 = 0 \Rightarrow 2d(a_1 + 10d) = 0 \Rightarrow \begin{cases} d = 0 \Rightarrow \text{غ ق ق} \\ a_1 + 10d = 0 \Rightarrow a_{11} = 0 \end{cases}$$

روش اول:

$$S_{21} = \frac{n}{2}(a_1 + a_{21}) = \frac{21}{2}(2a_{11}) = 21 \times a_{11} = 21 \times 0 = 0$$

روش دوم:

$$S_{21} = \frac{21}{2}(2a_1 + 20d) = \frac{21}{2} \times 2(a_1 + 10d) = 21 \times 0 = 0$$

(گروه مولفان علوی) (دنباله هندسی و حسابی - مجموع جملات دنباله حسابی) (متوسط)

۹- گزینه «۱» -

$$(a_1, a_7, a_9), (a_4, a_5, a_6), (a_7, a_8, a_9)$$

سه جمله آخر سه جمله وسط سه جمله اول

$$(a_4 \times a_5 \times a_6)^2 = (a_1 \times a_7 \times a_9)(a_7 \times a_8 \times a_9)$$

$$(a_4 \times a_5 \times a_6)^2 = 12 \times 10 \times 8 = 3^2 \times 2^4 = 6^4$$

$$a_4 \times a_5 \times a_6 = 6^2 = 36$$

(گروه مولفان علوی) (دنباله هندسی - دنباله هندسی) (دشوار)

حسابان

۱- گزینه «۳» -

$$d = 6, a_1 = 3$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow \frac{n}{2}(6 + (n-1)6) > 300$$

$$\frac{n}{2}(6n) > 300 \Rightarrow 3n^2 > 300 \Rightarrow n^2 > 100 \Rightarrow n > 10 \Rightarrow n \geq 11$$

حداقل یازده جمله باید با هم جمع شوند.

(گروه مولفان علوی) (دنباله حسابی - مجموع جملات دنباله حسابی) (آسان)

۲- گزینه «۲» -

$$a_7 = -4, a_1 = 20$$

$$a_{10} - a_7 = (10-7)d \Rightarrow 20 + 4 + 6 = 3d \Rightarrow d = 8 \Rightarrow a_1 = -7$$

$$\text{فرد } S = a_1 + a_3 + \dots + a_{19} = \frac{10}{2}(2(-7) + (9)(6)) = 200$$

$$\text{زوج } S' = a_2 + a_4 + \dots + a_{20} = \frac{10}{2}(2(-4) + (9)(6)) = 230$$

$$\frac{S'}{S} = \frac{230}{200} = \frac{23}{20} = 1.15$$

(گروه مولفان علوی) (دنباله حسابی - مجموع جملات دنباله حسابی) (متوسط)

۳- گزینه «۲» -

$$2x = -3 + 7 \Rightarrow x = 2$$

$$-3, 2, 7, \dots \Rightarrow d = 5$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = -3 + 50 = 47$$

$$a_{20} = -3 + 19(5) = 92$$

$$m = 20 - 11 + 1 = 10$$

$$S_m = \frac{m}{2}(a_{11} + a_{20}) = \frac{10}{2}(47 + 92) = 695$$

(گروه مولفان علوی) (دنباله حسابی - مجموع جملات دنباله حسابی) (متوسط)

۴- گزینه «۴» -

$$S_{17} = 138 \Rightarrow \frac{17}{2}(2a_1 + 16d) = 138 \Rightarrow 17a_1 + 136d = 138$$

$$a_4 = 4 \Rightarrow a_1 + 3d = 4$$

$$\begin{cases} 17a_1 + 136d = 138 \\ a_1 + 3d = 4 \end{cases}$$

$$d = 3, a_1 = -5$$

$$S_{50} = \frac{50}{2}(2a_1 + 49d) = 25(-10 + 49(3)) = 3425$$

(گروه مولفان علوی) (دنباله حسابی - مجموع جملات دنباله حسابی) (آسان)

۵- گزینه «۱» -

حسابی: $-7, -1, 5, 11, \dots$

$$a_1 = -7, d = 6$$

$$S_n = 448 \Rightarrow \frac{n}{2}(2(-7) + (n-1)6) = 448$$

$$n(-14 + 6n - 6) = 896 \Rightarrow n(6n - 20) = 896$$

$$6n^2 - 20n - 896 = 0 \Rightarrow 3n^2 - 10n - 448 = 0$$

۱۰- گزینه «۱» -

$$a^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = +2 \text{ غ ق } 4, 2, 1, \dots \text{ نزولی} \\ a = -2 \text{ غ ق } 4, -2, 1, \dots \text{ غیرنزولی} \end{cases}$$

$$q = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow \frac{4(1-(-\frac{1}{2})^n)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{4(1-(-\frac{1}{2})^n)}{\frac{1}{2}}$$

$$1 - (-\frac{1}{2})^n = \frac{4}{2} \times \frac{2}{4} \Rightarrow (-\frac{1}{2})^n = 1 - \frac{2 \times 4}{4} = -\frac{2 \times 4}{4}$$

$$(-\frac{1}{2})^n = \frac{1}{2 \times 4} \Rightarrow n = 8$$

(گروه مولفان علوی) (دنباله هندسی - مجموع جملات دنباله هندسی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۲» -

دنباله حسابی: $\alpha + 3, 2, \beta - 1$

$$2(\alpha) = (\alpha + 3) + (\beta - 1) \Rightarrow \alpha + \beta = 2 \Rightarrow \frac{k+2}{2} = 2 \Rightarrow k = 2$$

دنباله هندسی: $\frac{k}{2}, k+1, \dots$

$$1, 3, \dots \Rightarrow q = 3$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_6 = \frac{1(1-3^6)}{1-3} = \frac{1 \times 728}{2} = 364$$

(گروه مولفان علوی) (دنباله هندسی، معادله درجه دوم - مجموع ریشه‌ها، مجموع جملات دنباله) (دشوار)

۱۲- گزینه «۴» -

ریشه‌ها عکس یکدیگر $\alpha \cdot \beta = 1$

$$\Rightarrow P = 1 \Rightarrow \frac{m^2 - 2}{m} = 1$$

$$\Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1: -x^2 + 3x - 1 = 0: \Delta = 5 > 0 \checkmark \\ m = 2: 2x^2 + 3x + 2 = 0: \Delta = -7 < 0 \end{cases}$$

$$-x^2 + 3x - 1 = 0 \Rightarrow \{\alpha, \beta\}$$

$$S = 3, P = 1$$

معادله جدید:

$$S' = x_1 + x_2 = 2\alpha + 1 + 2\beta + 1 = 2S + 2 = 6 + 2 = 8$$

معادله جدید:

$$P' = x_1 \cdot x_2 = (2\alpha + 1)(2\beta + 1) = 4P + 2S + 1 = 4 + 6 + 1 = 11$$

$$x^2 - 8x + 11 = 0$$

(گروه مولفان علوی) (معادله درجه دوم - رابطه بین ضرایب و ریشه‌ها) (متوسط)

۱۳- گزینه «۳» -

$$S = \alpha + \beta = 5; P = \alpha \cdot \beta = -2$$

$$A = \left(\frac{\alpha\beta+1}{\beta}\right)^2 + \left(\frac{\alpha\beta+1}{\alpha}\right)^2 = \left(\frac{-2+1}{\beta}\right)^2 + \left(\frac{-2+1}{\alpha}\right)^2$$

$$A = \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\alpha^2} \Rightarrow A = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2 \beta^2} = \frac{S^2 - 2P}{P^2}$$

$$A = \frac{25 + 4}{4} = \frac{29}{4}$$

(گروه مولفان علوی) (معادله درجه دوم - رابطه بین ضرایب و ریشه‌ها) (آسان)

۱۴- گزینه «۳» -

$$x^2 - 2x + \Delta m = x^2 + x + 2m \Rightarrow -3x = -3m$$

$$\Rightarrow x = m \text{ ریشه مشترک} \xrightarrow{\text{صدق ریشه}} x^2 + x + 2m = 0$$

$$m^2 + m + 2m = 0 \Rightarrow m^2 + 3m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ ق } 0 \\ m = -3 \checkmark \end{cases}$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 5 \\ x_3 = -3 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 2^2 + 5^2 = 29$$

(گروه مولفان علوی) (معادله درجه دوم - رابطه بین ضرایب و ریشه‌ها) (متوسط)

۱۵- گزینه «۲» - دو ریشه حقیقی و منفی:

$$\Delta > 0: (m+3)^2 + 4m > 0 \Rightarrow m^2 + 10m + 9 > 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc|c} m & -\infty & -9 & -1 & +\infty \\ & & + & - & + \\ & & \circ & \circ & \\ & & + & - & \end{array}$$

(I) رابطه: $m < -9 \cup m > -1$

$$S < 0: \frac{-(m+3)}{m} < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc|c} m & -\infty & -3 & 0 & +\infty \\ & & - & + & \\ & & \circ & \circ & \\ & & - & + & \end{array}$$

(II) رابطه: $m < -3 \cup m > 0$

(III) رابطه: $P > 0: \frac{-1}{m} > 0 \Rightarrow m < 0$

$$\xrightarrow{(I) \cap (II) \cap (III)} m < -9$$

(گروه مولفان علوی) (معادله درجه دوم - رابطه بین ضرایب و ریشه‌ها) (متوسط)

هندسه

۱۶- گزینه «۴» -

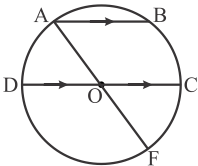
$$L = L' \Rightarrow \frac{\alpha}{36^\circ} (2\pi R) = \frac{\alpha'}{36^\circ} (2\pi R') \Rightarrow \alpha R = \alpha' R' \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{12^\circ}{45^\circ} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{S'}{S} = \frac{\pi R'^2}{\pi R^2} = \left(\frac{R'}{R}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{64}{9}$$

(گروه مولفان علوی) (طول کمان) (آسان)

۱۷- گزینه «۳» - می‌دانیم در یک دایره به شعاع R، وتر به طول $R\sqrt{3}$ ، کمانی به اندازه 120°

جدا می‌کند، در نتیجه داریم:



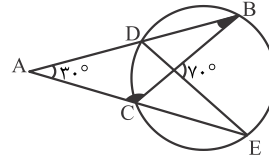
$$AB = R\sqrt{3} \Rightarrow \widehat{AB} = 120^\circ$$

$$AB \parallel DC \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\text{(زاویه مرکزی)} \widehat{AOD} = \widehat{AD} = 30^\circ$$

(گروه مولفان علوی) (کمان‌های محصور بین دو وتر موازی) (متوسط)

۱۸- گزینه «۲» -



$$\frac{1}{2}(\widehat{BE} + \widehat{DC}) = 70^\circ \Rightarrow \widehat{BE} + \widehat{DC} = 140^\circ$$

$$\frac{1}{2}(\widehat{BE} - \widehat{DC}) = 30^\circ \Rightarrow \widehat{BE} - \widehat{DC} = 60^\circ$$

$$2\widehat{BE} = 200^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BE} = 100^\circ, \widehat{DC} = 40^\circ$$

$$\hat{B} = \frac{1}{2}\widehat{DC} = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$$

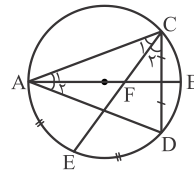
$$\hat{C} = 180^\circ - (20^\circ + 30^\circ) = 130^\circ$$

$$\text{مفاضل بزرگترین و کوچکترین زاویه} = 130^\circ - 20^\circ = 110^\circ$$

(گروه مولفان علوی) (زاویه وتری داخلی و خارجی) (متوسط)

۱۹- گزینه «۳» - می‌دانیم اگر قطر از دایره وتری غیر از قطر را نصف کند بر آن وتر عمود است و

کمان نظیر آن را نصف می‌کند.



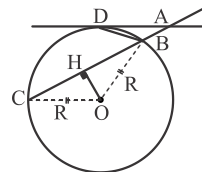
$$\widehat{BC} = \widehat{BD} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \text{AB نیمساز } \hat{A} \text{ است.}$$

$$\widehat{AE} = \widehat{ED} \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \Rightarrow \text{CE نیمساز } \hat{C} \text{ است.}$$

پس نقطه F محل هم‌رسی نیمسازهای $\triangle ACD$ است.

(گروه مولفان علوی) (ویژگی قطر گذرنده از وسط وتر) (متوسط)

۲۰- گزینه «۲» - با فرض $\widehat{DAC} = x$ داریم:



$$\widehat{DBC} = \frac{1}{2}\widehat{DC} = 2x \Rightarrow \widehat{DC} = 4x$$

$$\widehat{DAC} = \frac{1}{2}(\widehat{DC} - \widehat{DB}) \Rightarrow x = \frac{1}{2}(4x - \widehat{DB}) \Rightarrow 2x = 4x - \widehat{DB} \Rightarrow \widehat{DB} = 2x$$

$$\widehat{CDB} = \widehat{DC} + \widehat{DB} = 4x + 2x = 6x$$

$$\text{مرکزی } \widehat{COB} = \widehat{CDB} = 6x$$

مثلث COB متساوی‌الساقین است، چون $OC = OB = R$ است، بنابراین در این مثلث

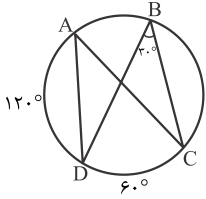
ارتفاع OH نیمساز زاویه \widehat{COB} می‌باشد، پس:

$$\widehat{COH} = \widehat{BOH} = \frac{1}{2}\widehat{COB} = \frac{1}{2}(6x) = 3x$$

$$\frac{\widehat{COH}}{\widehat{DAC}} = \frac{3x}{x} = 3$$

(گروه مولفان علوی) (زاویه بین مماس و قاطع، ویژگی قطر عمود بر وتر) (دشوار)

۲۱- گزینه «۱» -



$$\widehat{DBC} = \frac{1}{2}\widehat{DC} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{DC} = 60^\circ$$

$$\text{می‌دانیم کمان‌های نظیر وترهای مساوی با یکدیگر برابرند، بنابراین:}$$

$$\widehat{AC} \Rightarrow \widehat{ADC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AD} + \widehat{DC} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AD} + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 120^\circ$$

می‌دانیم کمان‌های نظیر وترهای مساوی با یکدیگر برابرند، بنابراین:

$$BC = BD \Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{BD} \Rightarrow \widehat{BC} = 120^\circ + \widehat{AB} \Rightarrow \widehat{BC} - \widehat{AB} = 120^\circ$$

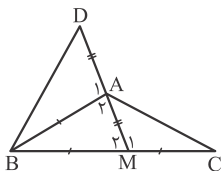
$$\widehat{BC} + \widehat{AB} = 180^\circ$$

$$2\widehat{BC} = 300^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 150^\circ, \widehat{AB} = 30^\circ$$

$$\widehat{ADB} = \frac{1}{2}\widehat{AB} = \frac{1}{2} \times 30^\circ = 15^\circ$$

(گروه مولفان علوی) (کمان‌های نظیر وترهای مساوی) (متوسط)

۲۲- گزینه «۳» -



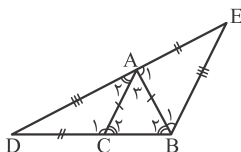
$$\left. \begin{array}{l} AD = MA \\ AB = MC \\ \hat{A}_2 = \hat{M}_2 \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{M}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle MCA \text{ (ض ز ض)} \Rightarrow \hat{ABD} = \hat{C}$$

$$\Rightarrow \hat{C} + \hat{D} = \hat{ABD} + \hat{D} = 61^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 = 61^\circ$$

$$BA = BM \xrightarrow{\hat{A}_2 = 61^\circ} \hat{M}_2 = 61^\circ \Rightarrow \hat{ABM} = 180^\circ - 2 \times 61^\circ = 58^\circ$$

(گروه مولفان علوی) (هم‌نهشتی مثلث‌ها) (دشوار)

۲۳- گزینه «۴» -



$$\triangle AEB \cong \triangle ACD \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \end{array} \right.$$

$$\hat{E} = 50^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 130^\circ \xrightarrow{\hat{B}_1 = \hat{A}_2} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 130^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 = 50^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{C}_2 = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$$

(گروه مولفان علوی) (هم‌نهشتی مثلث‌ها) (دشوار)

۲۴- گزینه «۲» - بیشترین مقدار ممکن برای a زمانی اتفاق می‌افتد که مقدار نسبت تشابه

$$\text{حداکثر باشد، این مقدار برابر است با } k = \frac{5}{9}$$

$$\frac{f}{b} = \frac{5}{9} = \frac{a}{9} \Rightarrow a = \frac{45}{9} = 5$$

(گروه مولفان علوی) (تشابه) (آسان)

۲۵- گزینه «۱» -

$$(\sim p \wedge r) \vee (p \wedge q) \equiv \frac{(T \wedge r)}{r} \vee \frac{(F \wedge F)}{F} \equiv r \vee F \equiv r$$

(سلیمی مجد) (فصل اول - درس ۱: آشنایی با منطق ریاضی - ترکیب گزاره‌ها) (متوسط)

۲۳- گزینه «۲» -

$$[(\sim p \vee r) \wedge (\sim r \Rightarrow \sim q)] \wedge r \equiv [(\sim p \vee r) \wedge (r \vee \sim q)] \wedge r$$

$$\equiv [r \vee (\sim p \wedge \sim q)] \wedge r \equiv r$$

قانون جذب

ارزش گزاره فوق با r برابر است، در جدول ارزش سه گزاره $\sim r$ سطر وجود دارد که r در حالت درست و $\sim r$ در حالت نادرست است.

(سلیمی مجد) (فصل اول - درس ۱: آشنایی با منطق ریاضی - ترکیب گزاره‌ها) (متوسط)

۳۴- گزینه «۱» - گزاره $p \Leftrightarrow q$ وقتی نادرست است که p و q یکی درست و دیگری نادرست باشد، پس $p \vee q \equiv T$ و $p \wedge q \equiv F$ خواهد بود.

$$[(p \wedge q) \Rightarrow r] \Leftrightarrow [r \Rightarrow (p \vee q)] \equiv T \Leftrightarrow T \equiv T$$

(سلیمی مجد) (فصل اول - درس ۱: آشنایی با منطق ریاضی - ترکیب گزاره‌ها) (دشوار)

۳۵- گزینه «۴» -

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$
د	د	د	د	ن	د
د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	ن	ن	د	د

با توجه به جدول بالا برای این که گزاره درست باشد باید p و q هر دو درست یا هر دو نادرست باشد، دو گزاره دو شرطی هم اگر هر دو درست یا هر دو نادرست باشد، ارزش آن درست است. (سلیمی مجد) (فصل اول - درس ۱: آشنایی با منطق ریاضی - ترکیب گزاره‌ها) (دشوار)

فیزیک

۲۶- گزینه «۲» - بعد از تماس دو کره مشابه رسانا، بارهای الکتریکی به‌طور مساوی در آن‌ها تقسیم می‌شوند.

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{-2 + 1}{2} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$q_2'' = q_1'' = \frac{q_2' + q_1'}{2} = \frac{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{2} = 0$$

(فضل‌یاب) (الکتریسته ساکن - بار الکتریکی) (متوسط)

۲۷- گزینه «۳» -

بنا به جدول سری الکتریسته مالشی (تریبو الکتریک)، پلاستیک پایین‌تر از پشم قرار دارد و الکترون خواهی بیش‌تری دارد.

(کتاب همراه علوی) (الکتریسته ساکن - بار الکتریکی) (آسان)

۲۸- گزینه «۴» -

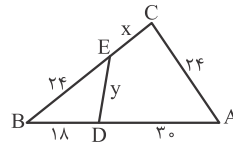
وقتی میله شیشه‌ای را با پارچه ابریشمی مالش می‌دهیم، میله دارای بار مثبت می‌شود و از آن‌جا که الکتروسکوپ دارای بار منفی است، با نزدیک کردن میله به الکتروسکوپ انحراف ورقه‌ها کاهش می‌یابد و اگر بار میله بیش‌تر باشد، امکان بسته شدن ورقه‌ها به‌طور کامل و یا حتی باز شدن دوباره آن‌ها با بار مثبت وجود دارد، بنابراین گزینه «۴» درست می‌باشد.

(فضل‌یاب) (الکتریسته ساکن - بار الکتریکی) (متوسط)

۳۹- گزینه «۲» - می‌دانیم تعداد الکترون انتقالی باید عدد صحیحی باشد، بنابراین گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم:

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e} \Rightarrow n \text{ باید عدد صحیح باشد.}$$

$$\text{غلط } n = \frac{q}{e} = \frac{7/2 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = 4/5 \text{ گزینه «۱»}$$



$$\left. \begin{aligned} \hat{E}CA = \hat{B}DE \\ \hat{B} = \hat{B} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{ZZ}} BDE \sim ABC \xrightarrow{\text{تناسب اضلاع}} \frac{DE}{AC} = \frac{BE}{AB} = \frac{BD}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{24} = \frac{24}{48} = \frac{18}{24+x} \Rightarrow y = 12, x = 12 \Rightarrow \frac{x}{y} = 1$$

(گروه مولفان علوی) (تشابه مثلث‌ها) (متوسط)

آمار و احتمال

۲۶- گزینه «۴» - در گزینه «۱» چون ارزش درستی و نادرستی آن مشخص نیست، گزاره محسوب نمی‌شود. گزینه «۲» جمله سوآلی و گزینه «۳» جمله خواهشی هستند و گزاره محسوب نمی‌شوند، گزینه «۴» گزاره است.

(سلیمی مجد) (فصل اول - درس ۱: آشنایی با منطق ریاضی - گزاره) (آسان)

۲۷- گزینه «۴» - دامنه x مضرب 7 است، تمام اعداد صحیح و دامنه x عدد اول است، مجموعه اعداد طبیعی است. اشتراک اعداد صحیح و اعداد طبیعی، اعداد طبیعی است.

مجموعه جواب x مضرب 7 مضارب صحیح 7 است. $\{0, \pm 7, \pm 14, \dots\}$ مجموعه جواب x عدد اول است، تمام اعداد اول. $\{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$ پس اشتراک آن‌ها فقط $\{7\}$ است، پس گزینه «۴» جواب مسأله است.

(سلیمی مجد) (فصل اول - درس ۱: آشنایی با منطق ریاضی - گزاره‌نما) (آسان)

۲۸- گزینه «۳» -

$$(p \wedge \sim q) \vee \sim p \equiv \frac{T}{(p \vee \sim p) \wedge (\sim q \vee \sim p)} \equiv \sim q \vee p$$

$$\sim q \vee \sim p \equiv F \Rightarrow \begin{cases} \sim q \equiv F \rightarrow q \equiv T \\ \sim p \equiv F \rightarrow p \equiv T \end{cases} \Rightarrow \sim p \wedge q \equiv F \wedge T \equiv F$$

(سلیمی مجد) (فصل اول - درس ۱: آشنایی با منطق ریاضی - ترکیب گزاره‌ها) (متوسط)

۲۹- گزینه «۱» -

$$p \Rightarrow (p \wedge q) \equiv F \Rightarrow \begin{cases} p \equiv T \\ (p \wedge q) \equiv F \rightarrow (T \wedge q) \equiv F \rightarrow q \equiv F \end{cases}$$

$$(r \wedge q) \Rightarrow s \equiv (r \wedge F) \Rightarrow s \equiv F \Rightarrow s \equiv T$$

(سلیمی مجد) (فصل اول - درس ۱: آشنایی با منطق ریاضی - ترکیب گزاره‌ها) (متوسط)

۳۰- گزینه «۳» - اگر p عددی بر 6 بخش پذیر باشد و q عدد بر 2 بخش پذیر است و r عدد بر 3 بخش پذیر است.

$$\sim [p \Rightarrow (q \wedge r)] \equiv \sim [\sim p \vee (q \wedge r)] \equiv p \wedge (\sim q \vee \sim r)$$

عدد بر 6 بخش پذیر است و بر 2 یا بر 3 بخش پذیر نیست.

(سلیمی مجد) (فصل اول - درس ۱: آشنایی با منطق ریاضی - ترکیب گزاره) (متوسط)

۳۱- گزینه «۱» -

$$(p \vee q) \Leftrightarrow q \equiv [(p \vee q) \Rightarrow q] \wedge [q \Rightarrow (p \vee q)]$$

$$\equiv [\sim(p \vee q) \vee q] \wedge [\sim q \vee (p \vee q)] \equiv [(\sim p \wedge \sim q) \vee q] \wedge [\sim q \vee (p \vee q)]$$

$$\equiv [(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee q)] \wedge T \equiv \sim p \vee q$$

(سلیمی مجد) (فصل اول - درس ۱: آشنایی با منطق ریاضی - ترکیب گزاره‌ها) (متوسط)

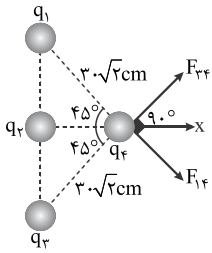
۳۲- گزینه «۱» -

$$\sim p \equiv T \rightarrow p \equiv F$$

$$(p \vee \sim q) \equiv T \rightarrow (F \vee \sim q) \equiv T \rightarrow \sim q \equiv T \rightarrow q \equiv F$$

۴۷- گزینه «۱» - با توجه به قانون کولن و یکسان بودن بارها و فاصله‌ها برای تعیین نیروهای

F_{14} و F_{24} می‌توان نوشت:



$$F_{14} = F_{24} = k \frac{q_1 q_4}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 2}{(3\sqrt{2})^2} \Rightarrow F_{14} = F_{24} = 1 \text{ N}$$

نیروی خالص حاصل از این دو نیرو منطبق بر محور X و در جهت مثبت آن است، پس می‌توان نوشت:

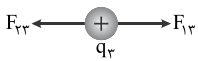
$$F_x = \sqrt{F_{14}^2 + F_{24}^2} = \sqrt{2} \text{ N} \Rightarrow \vec{F}_x = +\sqrt{2} \hat{i}$$

با توجه به مشخص بودن نیروی خالص وارد بر بار q_4 می‌توان نتیجه گرفت، نیروی وارد از طرف بار q_2 بر آن ۲ N است، پس داریم:

$$F_{24} = k \frac{q_2 q_4}{r^2} = 2 \Rightarrow 9 \times 10^9 \times \frac{|q_2| \times 2}{3^2} = 2 \Rightarrow |q_2| = 1 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q_2 = -1 \times 10^{-6} \text{ C}$$

(سراسری داخل کشور نوبت اول تجربی-۱۴۰۲) (الکتریسته ساکن- قانون کولن برآیند نیروهای الکتریکی) (دشوار)

۴۸- گزینه «۴» - برای پیدا کردن نیروی وارد بر بار q_3 باید برآیند نیروهای وارد بر آن از طرف q_1 و q_2 را حساب کنیم:



$$F_{13} = k \frac{|q_1| |q_3|}{r_{13}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{6^2} = 2 \times 10^{-3} \text{ N}$$

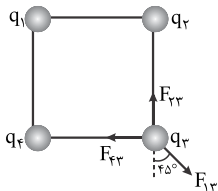
$$F_{23} = k \frac{|q_2| |q_3|}{r_{23}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{2^2} = 9 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$\vec{F}_3 = (-9 \times 10^{-3} \hat{i}) + (2 \times 10^{-3} \hat{i}) = -7 \times 10^{-3} \hat{i} \text{ یا } 7 \times 10^{-3} \text{ N}$$

(فضل‌یاب) (الکتریسته ساکن - برهم‌نهی نیروهای الکتروستاتیکی) (متوسط)

۴۹- گزینه «۲» -

بار q_1 بار q_3 را دفع می‌کند. فرض می‌کنیم که بار q_1 بار q_3 را دفع می‌کند. برای این‌که برآیند نیروهای وارد بر q_3 صفر شود، هریک از دو بار q_2 و q_4 باید بار q_3 را جذب کنند. پس علامت بارهای q_2 و q_4 قرینه علامت بار q_1 است، پس گزینه‌های «۳» و «۴» نادرست‌اند.



چون برآیند نیروها صفر است، پس برآیند دو نیروی F_{23} و F_{43} باید هم‌اندازه با F_{13} و در خلاف جهت آن باشد، پس برآیند دو نیروی F_{23} و F_{43} باید روی نیمساز زاویه آن‌ها قرار بگیرد. در نتیجه دو نیروی F_{23} و F_{43} باید هم‌اندازه با هم باشند. اندازه برآیند دو نیروی F_{23} و F_{43} را با F_{13} قرار می‌دهیم:

درست ۳ = $\frac{q}{e} = \frac{4/8 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}}$ گزینه «۲»

غلط ۵/۲ = $\frac{q}{n} = \frac{4 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}}$ گزینه «۳»

غلط ۵/۳ = $\frac{q}{n} = \frac{5/6 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}}$ گزینه «۴»

(فضل‌یاب) (الکتریسته ساکن - بار الکتریکی) (متوسط)

۴۰- گزینه «۱» -

نیروی وارد بر هر گلوله از رابطه $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ محاسبه می‌شود، بنابراین با دو برابر شدن بار هر کدام از گلوله‌ها، نیروی وارد بر هر دو گلوله دو برابر می‌شود.

(فضل‌یاب) (الکتریسته ساکن - قانون کولن) (متوسط)

۴۱- گزینه «۳» - بعد از اتصال دو کره به یکدیگر بارها بین دو کره تقسیم می‌شوند.

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{8 + 4}{2} = 6 \mu\text{C}$$

حال نسبت نیروها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{q'_A q'_B}{q_A q_B} = \frac{6 \times 6}{8 \times 4} = \frac{36}{32} = \frac{9}{8}$$

(فضل‌یاب) (الکتریسته ساکن - قانون کولن) (متوسط)

۴۲- گزینه «۴» -

بار الکتریکی اتم خنثی صفر است. اتم یک بار یونیده باری برابر $1e = q$ و اتم دو بار یونیده باری برابر با $2e = q$ دارد. هسته اتم اکسیژن باری برابر با $8e$ پروتون دارد، بنابراین گزینه «۴» درست می‌باشد.

(فضل‌یاب) (الکتریسته ساکن - بار الکتریکی) (متوسط)

۴۳- گزینه «۲» - با مالش ماده B با D، چون D به انتهای منفی جدول نزدیک‌تر است، بار آن منفی می‌شود و اندازه آن برابر است با:

$$q = -ne = -5 \times 10^{10} \times 1/6 \times 10^{-19} = -8 \times 10^{-9} = -8 \text{ nC}$$

(فضل‌یاب) (الکتریسته ساکن - بار الکتریکی) (متوسط)

۴۴- گزینه «۲» - با استفاده از قانون کولن رابطه بین نیروی الکتریکی در دو حالت را می‌یابیم:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{r}{1/2r}\right)^2 = \frac{1}{1/4} = 4 \Rightarrow F_2 = 4 F_1$$

برای محاسبه درصد تغییرات نیرو می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta F}{F_1} \times 100 = \frac{F_2 - F_1}{F_1} \times 100 = \left(\frac{4F_1 - F_1}{F_1}\right) \times 100 = \left(\frac{3F_1}{F_1}\right) \times 100 = 300\%$$

(سراسری داخل کشور ریاضی - ۱۴۰۱) (الکتریسته ساکن - قانون کولن) (آسان)

۴۵- گزینه «۳» - طبق قانون کولن داریم:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow 9 \times 10^9 \times \frac{q_1 q_2 \times 10^{-12}}{3^2} \Rightarrow q_1 q_2 = 3$$

از طرفی جمع دو بار برابر ۴ میکروکولن است، بنابراین:

$$\begin{aligned} q_1 + q_2 &= 4 \Rightarrow q_1 = 1 \mu\text{C} \\ q_1 q_2 &= 3 \Rightarrow q_2 = 3 \mu\text{C} \end{aligned}$$

(فضل‌یاب) (الکتریسته ساکن - قانون کولن) (متوسط)

۴۶- گزینه «۴» - برای گلوله‌ای که معلق می‌باشد، باید برآیند نیروها صفر باشد؛ یعنی:

$$F_e = w \Rightarrow k \frac{qQ}{h^2} = w \Rightarrow h^2 = k \frac{qQ}{w} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{kqQ}{w}}$$

(فضل‌یاب) (الکتریسته ساکن - قانون کولن) (متوسط)

۵۷- گزینه «۴» - عدد کوانتومی $l = 1$ نشان دهنده زیرلایه p است، پس داریم:

گروه هفدهم، دوره چهارم $\Rightarrow 4p^5, 3s^2, 3d^1, 4s^2, 3p^6, 3s^2, 2p^6, 2s^2, 1s^2$: آرایش الکترونی (سراسری خارج از کشور تجربی - ۹۱ با تغییر) (پایه دهم - فصل اول - آرایش الکترونی) (متوسط)

۵۸- گزینه «۲» - بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$l = 3 \xrightarrow{\text{زیرلایه f}} 4l + 2 = 14e$$

گزینه «۲»:

$$n = 5, l = 1 \xrightarrow{\Delta p} 4l + 2 = 6e$$

گزینه «۳»:

$$n = 3 \rightarrow 2n^2 = 18e$$

گزینه «۴»:

$$n = 4, l = 2 \xrightarrow{fd} 4l + 2 = 16e$$

(کتاب همراه علوی با تغییر) (پایه دهم - فصل اول - اعداد کوانتومی) (دشوار)

۵۹- گزینه «۱» - از آن جا که زیرلایه $3p$ حداکثر گنجایش ۶ الکترون دارد، زیرلایه $3d$ هم باید ۶ الکترون داشته باشد؛ بنابراین آرایش الکترونی عنصر مورد نظر به صورت زیر بوده و عدد اتمی آن ۲۶ است (رد گزینه‌های «۳» و «۴»).

$$1s^2 / 2s^2, 2p^6 / 3s^2, 3p^6, 3d^6 / 4s^2$$

برای پیدا کردن عنصر دوم، آرایش الکترونی $21Sc$ و $24Cr$ را رسم می‌کنیم و شمار الکترون‌های زیرلایه‌های $3d$ و $4s$ آن‌ها را بررسی می‌کنیم.



(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۵ با تغییر) (پایه دهم - فصل اول - آرایش الکترونی) (دشوار)

۶۰- گزینه «۱» - در هر دوره جدول دوره‌ای، از راست به چپ با افزایش شعاع اتمی، تمایل به پذیرش الکترون کاهش و در هر گروه از پایین به بالا با کاهش شعاع اتمی، تمایل به جذب الکترون افزایش می‌یابد.

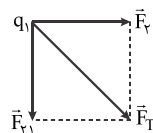
(کتاب همراه علوی با تغییر) (پایه یازدهم - فصل اول - شعاع اتمی) (متوسط)

$$\sqrt{F_{11}^2 + F_{22}^2} = F_{12} \xrightarrow{F_{12} = F_{21}} \sqrt{F_{11}^2 + F_{22}^2} = F_{12} \Rightarrow \sqrt{2} F_{12} = F_{12}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} k \frac{|q_1||q_2|}{a^2} = k \frac{|q_1||q_2|}{(a\sqrt{2})^2} \Rightarrow \sqrt{2} |q_2| = \frac{|q_1|}{2} \Rightarrow |q_2| = \frac{\sqrt{2}}{4} |q_1|$$

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۱۴۰۰) (الکتریسته ساکن - قانون کولن برابند نیروهای الکتریکی) (متوسط)

۵۰- گزینه «۴» - چون اندازه بارها و فاصله از بار q_1 یکسان است، بنابراین اندازه نیروهای \vec{F}_{21} برابرند.



$$F_{21} = F_{12} = \frac{9 \cdot qq'}{36} = 40 \text{ N}$$

$$F_T = \sqrt{F_{11}^2 + F_{22}^2} = \sqrt{40^2 + 40^2} = 40\sqrt{2} \text{ N}$$

(کتاب همراه علوی) (الکتریسته ساکن - بار الکتریکی - قانون کولن برابند نیروهای الکتریکی) (متوسط)

شیمی

۵۱- گزینه «۱» -

$$3 = \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} \Rightarrow \text{Na}_3\text{P} \Rightarrow \text{سدیم فسفید}$$

بررسی گزینه‌ها:

$$3 = \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} \Rightarrow \text{Li}_3\text{N} \Rightarrow \text{لیتیم نیتريد: گزینه «۱»}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} \Rightarrow \text{AlF}_3 \Rightarrow \text{آلومینیم فلورید: گزینه «۲»}$$

$$1 = \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} \Rightarrow \text{CaO} \Rightarrow \text{کلسیم اکسید: گزینه «۳»}$$

$$2 = \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} \Rightarrow \text{K}_2\text{S} \Rightarrow \text{پتاسیم سولفید: گزینه «۴»}$$

(طاوسی) (پایه دهم - فصل اول - فرمول‌نویسی و نام‌گذاری) (متوسط)

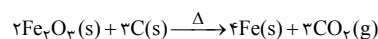
۵۲- گزینه «۲» - عنصر $15P$ با $7N$ در یک گروه و با $16S$ در یک دوره قرار دارد.

(طاوسی) (پایه دهم - فصل اول - آرایش الکترونی) (متوسط)

۵۳- گزینه «۴» - عناصر $24Cr$ و $25Mn$ دارای زیرلایه $3d^5$ (نیمه‌پر) هستند.

(طاوسی) (پایه دهم - فصل اول - دنیای رنگی با عنصرهای دسته d) (متوسط)

۵۴- گزینه «۳» -

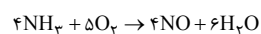


$$? \text{ ton Fe} = 1 \text{ ton Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ ton}} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{4 \text{ mol Fe}}{2 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}$$

$$\times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ ton}}{1000 \text{ kg}} = 0.7 \text{ ton Fe}$$

(نمونه حل شده کتاب درسی) (پایه یازدهم - فصل اول - استوکیومتری واکنش) (دشوار)

۵۵- گزینه «۱» -



(تمرین کتاب درسی) (پایه دهم - فصل دوم - موازنه واکنش‌های شیمیایی) (متوسط)

۵۶- گزینه «۳» - عنصر $32Ge$ ، رسانایی الکتریکی کمی دارد.

(طاوسی) (پایه یازدهم - فصل اول - الگوها و روندها در رفتار مواد و عنصرها) (آسان)