

نام و نام خانوادگی:	برنام خالق متی	نام و نام خانوادگی:
درس / پایه: ریاضی گسسته / دوازدهم ریاضی	علوی	
نام طراح: آقای یاقونی		
نام آزمون: همگام ۱	مؤسسه علمی آموزشی علوی	
زمان: ۷۰ دقیقه		
تاریخ برگزاری آزمون: ۱۴۰۲/۰۸/۰۹		
پاسفنامه ریاضی گسسته پایه دوازدهم		ردیف
برهان خلف: فرض کنیم $\alpha - \beta$ گنگ نباشد، پس گویاست: (نمره ۰/۲۵)		۱
$\begin{aligned} \alpha - \beta &= \text{گویا} \Rightarrow 2\alpha = \text{گویا} \Rightarrow \alpha = \text{گویا} \\ \alpha + \beta &= \text{گویا} \end{aligned}$ (نمره ۰/۵) که با فرض در تناقض است، پس فرض خلف باطل است. (نمره ۰/۲۵) (فصل اول - درس اول - اثبات به روش برهان خلف) (متوسط)		۲
الف) نادرست، (نمره ۰/۲۵) مثال نقض: دو عدد $\sqrt{2}$ و $-\sqrt{2}$ (نمره ۰/۲۵) ب) نادرست، (نمره ۰/۲۵) مثال نقض: حاصل ضرب صفر در عدد $\sqrt{2}$ عدد صفر است که گویا است. (نمره ۰/۲۵) ب درست (نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۷۵) $a = 2k+1 \Rightarrow a^2 = (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 4k(k+1) + 1 = 4(2q) + 1 = 8q + 1$ ضرب دو عدد متوالی زوج است. (فصل اول - درس اول) (متوسط)		۳
$x^2 + y - xy \geq -y^2 + x - 1$ $\Leftrightarrow x^2 + y^2 + y - x - xy + 1 \geq 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2y - 2x - 2xy + 1 + 1 \geq 0$ همواره برقرار $\Leftrightarrow (x-y)^2 + (x-1)^2 + (y+1)^2 \geq 0$ (نمره ۰/۵) (نمره ۱) (فصل اول - درس اول - اثبات به روش بازگشتی) (متوسط)		۴
اگر p به صورتی غیر از صورت‌های گفته شده باشد باید به یکی از حالات $4k$ یا $4k+2$ نوشته شود که در این صورت زوج خواهد بود. که با توجه به $p \geq 5$ این حالات غیر ممکن هستند. (نمره ۱) (فصل اول - درس اول - استدلال) (آسان) در دو حالت اثبات می‌کنیم: (نمره ۱) $n = 2k \Rightarrow n^2 + 5n + 7 = (2k)^2 + 5(2k) + 7 = 4k^2 + 10k + 7 = 4k^2 + 10k + 6 + 1 = 2(2k^2 + 5k + 3) + 1 = 2q + 1$ (نمره ۱) $n = 2k+1 \Rightarrow n^2 + 5n + 7 = (2k+1)^2 + 5(2k+1) + 7 = 4k^2 + 4k + 1 + 10k + 5 + 7 = 4k^2 + 14k + 13 = 4k^2 + 14k + 12 + 1 = 2(2k^2 + 7k + 6) + 1 = 2q + 1$ (نمره ۱) (فصل اول - درس اول - اثبات با در نظر گرفتن همه حالات) (متوسط)		۵
$\begin{cases} 5 \mid 2k+1 \xrightarrow{\text{به توان دو می‌رسانیم}} 25 \mid 4k^2 + 4k + 1 \text{ (نمره ۰/۵)} \\ 5 \mid 2k+1 \xrightarrow{\times 5} 25 \mid 10k + 5 \text{ (نمره ۰/۵)} \end{cases} \Rightarrow 25 \mid 4k^2 + 14k + 6 \text{ (نمره ۱)}$ (فصل اول - درس دوم - بخش بذبری) (متوسط)		۶
$\begin{cases} n \mid 9k+7 \\ n \mid 7k+6 \end{cases} \Rightarrow n \mid 7(9k+7) - 9(7k+6) \Rightarrow n \mid -5 \Rightarrow n = 1 \text{ یا } n = 5 \text{ (نمره ۱)}$ (نمره ۰/۵) (نمره ۰/۵) (فصل اول - درس دوم - بخش بذبری) (متوسط)		۷

نام و نام خانوادگی:	برنام خالق متی	نام آزمون: همگام ۱
درس / پایه:	علوی	زمان: ۷۰ دقیقه
ریاضی گسسته / دوازدهم ریاضی	مؤسسه علمی آموزشی علوی	تاریخ برگزاری آزمون: ۱۴۰۲/۰۸/۰۹
نام طراح: آقای یاقونی	پاسخنامه ریاضی گسسته پایه دوازدهم	
ردیف	$\begin{cases} m = 17q + 5 \\ n = 17q' + 3 \end{cases} \Rightarrow 2m - 5n = 2(17q + 5) - 5(17q' + 3) \quad (۵/۰ \text{ نمره})$ $= 34q - 85q' - 5$ $= 34q - 85q' - 17 + 12 \quad (۵/۰ \text{ نمره})$ $= 17(2q - 5q' - 1) + 12 = 17k + 12 \quad (۱ \text{ نمره})$ بنابر این باقی مانده برابر ۱۲ است. (فصل اول - درس دوم - قضیه تقسیم) (متوسط)	
۹	۲m (الف) ۱ (ب) ۳m (پ) ۲a (ت) (هر مورد ۲۵/۰ نمره) (فصل اول - درس دوم - بخش پذیری ب.م.م و ک.م.م) (متوسط)	
۱۰	$\begin{cases} a = 7q + 5 \xrightarrow{\times 8} 8a = 56q + 40 \\ a = 8q' + 7 \xrightarrow{\times 7} 7a = 56q' + 49 \end{cases} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$ $\Rightarrow 8a - 7a = 56(q - q') - 9 \Rightarrow a = 56q'' - 9 \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$ $a = 56q'' - 56 + 47 \Rightarrow a = 56(q'' - 1) + 47 = 56k + 47 \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$ باقیمانده تقسیم برابر ۴۷ است. (فصل اول - درس دوم - قضیه تقسیم) (متوسط)	