

|                             |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |  |                                 |  |
|-----------------------------|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|---------------------------------|--|
| نام و نام خانوادگی:         |  | برنام خالق متی                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |  | نام آزمون: همگام ۱              |  |
| درس / پایه:                 |  | علوی                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |  | زمان: ۷۵ دقیقه                  |  |
| ریاضی گسسته / دوازدهم ریاضی |  | مؤسسه علمی آموزشی علوی                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |  | تاریخ برگزاری آزمون: ۱۴۰۳/۰۸/۰۸ |  |
| نام طراح: آقای یاقوتی       |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |  |                                 |  |
| ردیف                        |  | پاسخنامه ریاضی گسسته پایه دوازدهم                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |  |                                 |  |
| ۱                           |  | <p>الف) نادرست است و مثال نقض <math>a = \sqrt{2}</math> و <math>b = -\sqrt{2}</math></p> <p>ب) درست</p> <p>پ) نادرست است و مثال نقض رابطه <math>5 \mid 6</math> است.</p> <p>ت) نادرست است و مثال نقض رابطه <math>6 \mid 2 \times 15</math> است که واضح است عدد ۶ هیچ کدام از اعداد ۲ و ۱۵ را عاد نمی‌کند.</p> <p>(۲ نمره) (فصل اول - ترکیبی) (متوسط)</p>                                                                                                                                                   |  |                                 |  |
| ۲                           |  | <p>برهان خلف: فرض کنیم عدد <math>\alpha - \beta</math> گنگ نباشد پس گویا است.</p> <p>گویا <math>\alpha = 2\alpha \Rightarrow</math> گویا <math>\alpha - \beta \Rightarrow</math> گویا <math>\alpha + \beta</math></p> <p>که با فرض در تناقض است پس فرض خلف باطل است.</p> <p>(۲ نمره) (فصل اول - درس اول) (متوسط)</p>                                                                                                                                                                                       |  |                                 |  |
| ۳                           |  | <p><math>x^2 + y^2 \geq (x-1)(y+1)</math></p> <p><math>\Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq xy + x - y - 1 \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 - 2x + 2y + 2 \geq 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow x^2 + x^2 + y^2 + y^2 - 2xy - 2x + 2y + 1 + 1 \geq 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 2y + 1) \geq 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (x-y)^2 + (x-1)^2 + (y+1)^2 \geq 0 \Rightarrow</math> همواره برقرار است.</p> <p>(۲ نمره) (فصل اول - درس اول) (متوسط)</p> |  |                                 |  |
| ۴                           |  | <p><math>a \mid b \Rightarrow b = aq \Rightarrow b + c = aq + aq' = a(q + q') = aq'' \Rightarrow a \mid b + c</math></p> <p><math>a \mid c \Rightarrow c = aq' \Rightarrow b + c = aq + aq' = a(q + q') = aq'' \Rightarrow a \mid b + c</math></p> <p>(۲ نمره) (فصل اول - درس دوم) (آسان)</p>                                                                                                                                                                                                              |  |                                 |  |
| ۵                           |  | <p><math>\begin{cases} a \mid 9k + 7 \\ a \mid 7k + 6 \end{cases} \Rightarrow a \mid 7(9k + 7) - 9(7k + 6) \Rightarrow a \mid -5 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } 5</math></p> <p>(۲ نمره) (فصل اول - درس دوم) (آسان)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                     |  |                                 |  |
| ۶                           |  | <p>الف) <math>m^2</math> (ب) ۱</p> <p>(۲ نمره) (فصل اول) (آسان)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |                                 |  |
| ۷                           |  | <p><math>a = 6q + 3 \xrightarrow{\times 5} 5a = 30q + 15 \Rightarrow 6a - 5a = 30q' - 30q - 3</math></p> <p><math>a = 5q' + 3 \xrightarrow{\times 6} 6a = 30q' + 12</math></p> <p><math>a = 30q' - 30q - 30 + 27</math></p> <p><math>a = 30(q' - q - 1) + 27 = 3q'' + 27</math></p> <p>بنابراین باقیمانده تقسیم عدد <math>a</math> بر <math>30</math> برابر <math>27</math> است.</p> <p>(۲ نمره) (فصل اول - درس دوم) (متوسط)</p>                                                                           |  |                                 |  |
| ۸                           |  | <p><math>\begin{cases} 7 \mid 2k + 1 \xrightarrow{\times 2} 49 \mid 4k^2 + 4k + 1 \\ 7 \mid 2k + 1 \xrightarrow{\times 7} 49 \mid 14k + 7 \end{cases}</math></p> <p><math>\Rightarrow 49 \mid 4k^2 + 4k + 1 - (14k + 7) \Rightarrow 49 \mid 4k^2 - 10k - 6</math></p> <p>(۲ نمره) (فصل اول - درس دوم) (متوسط)</p>                                                                                                                                                                                          |  |                                 |  |