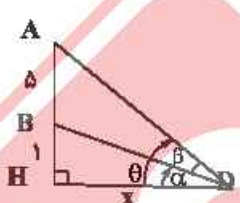


|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  |                        |  |                                 |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|------------------------|--|---------------------------------|--|
| نام و نام خانوادگی:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  | برنام خالق متی         |  | نام آزمون: همگام ۲              |  |
| درس / پایه:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  | علوی                   |  | زمان: ۷۵ دقیقه                  |  |
| حسابان ۲ / دوازدهم ریاضی                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |  | مؤسسه علمی آموزشی علوی |  | تاریخ برگزاری آزمون: ۱۴۰۳/۰۹/۱۳ |  |
| نام طراح: آقای میرزایی                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |  |                        |  |                                 |  |
| پایه هفتم حسابان پایه دوازدهم                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |  |                        |  |                                 |  |
| ردیف                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |  |                        |  |                                 |  |
| ۱                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |                        |  |                                 |  |
| <div><div><p>رسم شکل ۱ نمره</p></div><div><math display="block">f(x) = \begin{cases} (x-1)^3 + 1 &amp; x &gt; 1 \\ 2 &amp; -1 \leq x \leq 1 \\ 3^{-x} - 1 &amp; x &lt; -1 \end{cases}</math><p>۵/۰ نمره) f اکیداً نزولی <math>x \in (-\infty, -1] \Rightarrow</math></p><p>۵/۰ نمره) f اکیداً صعودی <math>x \in (1, +\infty) \Rightarrow</math></p></div></div>                                                                                    |  |                        |  |                                 |  |
| (فصل اول - درس دوم) (متوسط)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |                        |  |                                 |  |
| الف) اثبات (برهان خلف)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |  |                        |  |                                 |  |
| فرض کنید $a \geq b$ بنابراین $a < b$ می باشد، از طرفی چون f روی بازه مذکور اکیداً نزولی است بنابراین داریم: $a < b \Rightarrow f(a) > f(b)$ این خلاف $f(a) \leq f(b)$ موجود در صورت مسئله است. پس از این تناقض نتیجه می شود:                                                                                                                                                                                                                       |  |                        |  |                                 |  |
| $f(a) \leq f(b) \Rightarrow a \geq b$ f اکیداً نزولی                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |  |                        |  |                                 |  |
| ۱/۲۵ نمره)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |                        |  |                                 |  |
| ۲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |                        |  |                                 |  |
| ب) تابع $y = (\frac{1}{3})^x$ تابعی اکیداً نزولی در دامنه خود می باشد. (۲۵/۰ نمره)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |  |                        |  |                                 |  |
| بنابیه قضیه اثبات شده در قسمت «الف» و در کتاب درسی داریم:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |  |                        |  |                                 |  |
| <p><math>y = (\frac{1}{3})^x</math></p> <p>۲۵/۰ نمره) <math>f(a) \leq f(b) \Rightarrow a \geq b</math> اکیداً نزولی</p> <p>۲۵/۰ نمره) <math>(\frac{1}{3})^{3x-2} \leq (\frac{1}{3})^{6x} \Rightarrow 3x-2 \geq 6x \Rightarrow x \leq -\frac{2}{3} \Rightarrow x \in (-\infty, -\frac{2}{3}]</math> (۲۵/۰ نمره)</p> <p>۲۵/۰ نمره) <math>-3x \geq 2 \Rightarrow x \leq -\frac{2}{3} \Rightarrow x \in (-\infty, -\frac{2}{3}]</math> (۲۵/۰ نمره)</p> |  |                        |  |                                 |  |
| (فصل اول - درس دوم) (متوسط)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |                        |  |                                 |  |
| ۳                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |                        |  |                                 |  |
| الف) $x-2=0 \Rightarrow x=2: P(2)=0$ (۲۵/۰ نمره)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |                        |  |                                 |  |
| $8+7m+2=0 \Rightarrow m=-5$ (۲۵/۰ نمره)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |  |                        |  |                                 |  |
| $P(x)=x^3-5x+2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  |                        |  |                                 |  |
| $x+1=0 \Rightarrow x=-1$ (۲۵/۰ نمره): $r = \frac{P(-1)}{(-1)} = \frac{(-1)^3 - 5(-1) + 2}{(-1)} = \frac{-1+5+2}{(-1)} = \frac{6}{(-1)} = -6$ (۲۵/۰ نمره)                                                                                                                                                                                                                                                                                           |  |                        |  |                                 |  |
| ب) $x^5 - 2x^3 = (x-2)(x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16)$ (۷۵/۰ نمره)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |                        |  |                                 |  |
| (فصل اول - درس دوم) (متوسط)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |                        |  |                                 |  |
| ضابطه نمودار $f(x) = a \sin(bx) + c$ است. (۲۵/۰ نمره)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  |                        |  |                                 |  |
| $\max = 3 \Rightarrow  a  + c = 3$ (۲۵/۰ نمره)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |  |                        |  |                                 |  |
| $\Rightarrow  a  = 2$ (۲۵/۰ نمره), $c = 1$ (۲۵/۰ نمره)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |  |                        |  |                                 |  |
| $\min = -1 \Rightarrow - a  + c = -1$ (۲۵/۰ نمره)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |                        |  |                                 |  |
| $T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = \pi \Rightarrow  b  = 2$ (۲۵/۰ نمره)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |  |                        |  |                                 |  |
| a و b مختلف‌العلامه هستند، پس داریم: (۲۵/۰ نمره)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |                        |  |                                 |  |
| $f(x) = 2 \sin(-2x) + 1$ یا $f(x) = -2 \sin(2x) + 1$ (۲۵/۰ نمره)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |                        |  |                                 |  |
| (نوشتن یک ضابطه کافی است.) (فصل دوم - درس اول) (متوسط)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |  |                        |  |                                 |  |
| ۵                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |                        |  |                                 |  |
| <p>ترسیم ۲۵/۰ نمره</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |  |                        |  |                                 |  |
| $x \in [-\pi, -\frac{\pi}{2}]$ اکیداً صعودی (۲۵/۰ نمره)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |  |                        |  |                                 |  |
| $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ اکیداً صعودی (۲۵/۰ نمره)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |                        |  |                                 |  |
| $x \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$ اکیداً صعودی (۲۵/۰ نمره)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  |                        |  |                                 |  |
| (فصل دوم - درس اول) (متوسط)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |                        |  |                                 |  |

|                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                         |
|---------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| نام و نام خانوادگی:             | برنام خالق متی                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | نام و نام خانوادگی:                     |
| نام آزمون: همگام ۲              | علوی                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | درس / پایه:<br>حسابان ۲ / دوازدهم ریاضی |
| زمان: ۷۵ دقیقه                  | مؤسسه علمی آموزشی علوی                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | نام طراح: آقای میرزایی                  |
| تاریخ برگزاری آزمون: ۱۴۰۳/۰۹/۱۳ | پایه هفتم حسابان پایه دوازدهم                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | ردیف                                    |
| ۶                               | الف) ۱۴ (ب) $\frac{1}{5}$ (پ) $x \neq k + \frac{1}{4} (k \in \mathbb{Z})$ یا $\mathbb{R} - \{x   x = k + \frac{1}{4}\}$ (ت) $\frac{7}{3}$<br>(هر مورد ۰/۲۵ نمره) (فصل اول - درس دوم - فصل دوم - درس اول) (آسان)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                         |
| ۷                               | $\Delta DBH : \tan \alpha = \frac{1}{x}$ (نمره ۰/۲۵)<br>$\Delta DAH : \tan \theta = \frac{6}{x}$ (نمره ۰/۲۵)<br>$\hat{\beta} = \hat{\theta} - \hat{\alpha}$<br>$\tan \hat{\beta} = \tan(\hat{\theta} - \hat{\alpha}) = \frac{\tan \hat{\theta} - \tan \hat{\alpha}}{1 + \tan \hat{\theta} \cdot \tan \hat{\alpha}}$ (نمره ۰/۵) $\tan \hat{\beta} = \frac{\frac{6}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{6}{x} \cdot \frac{1}{x}}$ (نمره ۰/۲۵)<br>$\tan \hat{\beta} = \frac{\frac{5}{x}}{\frac{x^2 + 6}{x^2}} = \frac{5x}{x^2 + 6}$ (نمره ۰/۲۵)<br>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | (فصل دوم - درس دوم) (متوسط)             |
| ۸                               | الف) $\tan 3x = -\tan x$<br>$\tan 3x = \tan(-x)$ (نمره ۰/۲۵) $\Rightarrow 3x = k\pi - x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4}$ (نمره ۰/۲۵)<br>جوابها در بازه $\{0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi\}$ (نمره ۰/۵)<br>ب) $\sin 2x - 2\sin x (\sin x \cos x) = 0 \Rightarrow \sin 2x - 2\sin x \cos x = 0$ (نمره ۰/۲۵)<br>$\sin 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}$ (نمره ۰/۲۵)<br>$\sin 2x (1 - 2\sin x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \\ 1 - 2\sin x = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$ (نمره ۰/۲۵)<br>جوابها در بازه $\{-\pi, -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6}, 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{5\pi}{6}, \pi\}$ (نمره ۰/۵)<br>پ) $\frac{1 - 2\sin^2 x - 1}{\frac{1}{2}(2\sin x \cos x)} = 2 \Rightarrow \frac{-2\sin^2 x}{\sin x \cos x} = 2$ (نمره ۰/۲۵)<br>$\tan x = -1$ (نمره ۰/۲۵) $\Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4}$ (نمره ۰/۲۵)<br>جوابها در بازه $\{\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\}$ (نمره ۰/۲۵) | (فصل دوم - درس دوم) (متوسط)             |