

صفحه

فهرست

فصل اول - مجموعه‌های عددی نام‌دار

۱۰۱ - معرفی مجموعه‌های عددی نام‌دار ۲

فصل دوم - محاسبات

۲۰۱ - الویت‌ها در عبارات محاسباتی ۷

۲۰۲ - توان ۷

۲۰۳ - قوانین توان ۱۰

۲۰۴ - جمع و تفریق اعداد کسری ۱۲

۲۰۵ - ضرب اعداد کسری ۱۳

۲۰۶ - تقسیم اعداد کسری ۱۳

۲۰۷ - نماد علمی ۱۶

۲۰۸ - چند ویژگی در محاسبه سریع ۱۷

۲۰۹ - بازی ریاضی ۲۰

۲۰۱۰ - عمل تقسیم در مجموعه اعداد طبیعی ۲۱

۲۰۱۱ - بازی محاسبات ۲۲

به نام خدای مهربان

مقدمه

محاسبات دقیق و درست، می تواند، توانایی های یک دانش آموز را در حل تمرین ها و مسائل ریاضی و حتی علوم محاسباتی دیگر بالا ببرد.

در مرحله بعد، می توان با یادگیری روش های خاص، سرعت محاسبه کردن را بالا ببرید، تا در کنکور سراسری که در آن، سرعت حل مسئله نیز اهمیت دارد، بتوانید، توانایی های بالاتری از خود نمایش دهید.

علاوه بر همه این موارد، محاسبه کردن ذهنی، مانند یک نوع نرمش فکری است، تا بتوان ذهن خود را در مرحله آماده باش و فعال قرار داد، و این امر در تقویت حافظه شما، دانش آموز عزیز، بسیار موثر است.

در واقع، یادگیری و فراگیری، اصول اساسی محاسبات و بعد تمرین در این زمینه می تواند، ابزاری قوی را در حل مسائل برای شما دانش آموز گرامی، فراهم کند، و در پی آن، یافتن روش های خاص، برای محاسبات سرعتی، می تواند، عامل برتری شما، در مسابقات رقابتی و به خصوص کنکور سراسری، نسبت به دانش آموزان دیگر مدارس، شود.

من به عنوان مدرس ریاضی، با بیش از چهل سال سابقه آموزش ریاضی، به این باور رسیده ام که، این توانایی ها در شما عزیزان وجود دارد، و فقط برای رسیدن به این توانایی ها، باید اراده قوی و انگیزه لازم را در خود ایجاد کنید، و تمرین های اساسی برای رسیدن به این توانایی ها، انجام دهید.

اصولاً، محاسبات، یک نوع مهارت است، که با تمرین دقیق و پرتکرار حاصل می شود، و درس خواندنی و حفظی نمی باشد، محاسبات، دقیقاً مانند رانندگی، خیاطی، جوش کاری و ... یک نوع مهارت است، که با یادگیری اصول آن و تمرین، می توانید، آن را کسب کنید و بعد آن را برای تقویت حافظه خود به کار برید، و این گام تاثیرگذاری در پیشرفت شما در دروس محاسباتی، به خصوص ریاضی، می باشد.

به امید اینکه، شما دانش آموز گرامی، به عرصه های بالای علم و دانش برسی، و من و مجموعه علوی به آن افتخار کنیم و باعث سرافرازی، پدر و مادر و خانواده عزیز خود باشی، و این چیزی نیست، جز انگیزه ای، که باعث شده، این جزوه محاسباتی، در این راستا طراحی و نوشته شود.

«همواره سربلند و سر به زیر باشید»

مجید فتح علیان

فصل اول - معرفی مجموعه‌های عددی نام‌دار

۱۰۱- معرفی مجموعه‌های عددی نام‌دار -

الف) مجموعه اعداد طبیعی؛ در این مجموعه می‌توان عمل شمارش را انجام داد.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

ب) مجموعه اعداد حسابی؛

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

در واقع، در مجموعه اعداد حسابی، داریم؛ $2 - 2 = 0$ (تفاضل هر عدد حسابی از خودش، برابر صفر است).

پ) مجموعه اعداد صحیح؛

$$\mathbb{I} = \mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

در این مجموعه، عدد منفی صحیح داریم؛ در واقع داریم؛

$$2 - 6 = -4$$

$$2 \times (-6) = -12, \frac{-6}{2} = (-6) \div 2 = -3$$

ت) مجموعه اعداد گویا؛

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\}$$

در اینجا، این سوال مطرح است، که چرا، مجموعه اعداد گویا را مانند، مجموعه‌های قبل، با نوشتن اعضا مشخص نکردیم؟

تمرین ۱- یک جمله در مورد، تصویر مقابل بنویسید.



تمرین ۲- عدد بزرگ‌تر را در هر جفت اعداد زیر، مشخص کنید.

الف) $\frac{7}{5} \square \frac{10}{7}$

ب) $\frac{-7}{10} \square \frac{5}{-7}$

پ) $-\frac{2}{3} \square -\frac{3}{5}$

ت) $\frac{23}{-14} \square \frac{5}{-3}$

نکته ۱: قرینه کسر $\frac{a}{b}$ را می‌توان، به یکی از صورت‌های مقابل نوشت.

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

نکته ۲: برای نوشتن یک کسر بین دو کسر، می‌توان به صورت زیر عمل کرد.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

تمرین ۳- بین دو کسر $\frac{7}{8}$ و $\frac{9}{10}$ ، پنج کسر به ترتیب صعودی (از کم به زیاد) بنویسید.

تمرین ۴- بین دو کسر $\frac{-11}{13}$ و $\frac{-12}{13}$ ، پنج کسر به ترتیب نزولی (از زیاد به کم) بنویسید.

تمرین ۵- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) $6 \leq 6$

ب) $-7 \leq -6$

پ) $-8 < -7$

ت) $-7/8 < -8/7$

نکته ۳- برای معکوس کردن یک کسر، کافی است، جای صورت و مخرج آن کسر را با هم عوض کنید.

$$\frac{a}{b} \xrightarrow{\text{معکوس (وارون)}} \frac{b}{a}$$

مانند، معکوس کسر $\frac{2}{3}$ که برابر است با؛ $\frac{3}{2}$.

تمرین ۶- معکوس (وارون یا عکس)، هر یک از اعداد زیر را بنویسید.

$$4, \frac{-1}{5}, \frac{7}{6}, \frac{2}{-3}, -9, -\frac{5}{6}$$

نکته ۴- بی‌شمار کسر، برابر با یک کسر، وجود دارد، یعنی داریم؛ $\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb} (k \neq 0)$

در واقع می‌توان، صورت و مخرج یک کسر را در هر عدد حقیقی، غیر صفر ضرب کرد.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{10}{15} = \dots$$

مانند؛

تمرین ۷- پنج کسر برابر با هر یک از کسرهای داده شده، بنویسید.

$$\frac{5}{6}, \frac{12}{13}, \frac{-4}{9}, \frac{7}{-8}, -\frac{5}{12}$$

نکته ۵- حال اگر، صورت و مخرج یک کسر را بر عددی تقسیم کنیم، تا صورت و مخرج به

عددهای صحیح کوچک‌تری تبدیل شوند، این عمل را ساده کردن کسر گویند. مانند؛

$$\frac{12}{20} = \frac{\frac{12}{4}}{\frac{20}{4}} = \frac{3}{5}$$

تمرین ۸- هر یک از کسرهای زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\frac{24}{36}, \frac{72}{84}, \frac{39}{65}, \frac{54}{63}, \frac{96}{224}$$

نکته ۶- برای تبدیل عدد مخلوط $a\frac{b}{c}$ ، یک کسر داریم؛

$$a\frac{b}{c} = a + \frac{b}{c} = \frac{ac+b}{c}$$

$$\text{مانند؛ } 2\frac{3}{5} = \frac{2 \times 5 + 3}{5} = \frac{13}{5}$$

و برعکس، برای تبدیل یک کسر نیز، به عدد مخلوط داریم؛

$$\frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{\frac{b}{r}} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{bq+r}{b} = \frac{bq}{b} + \frac{r}{b} = q + \frac{r}{b} = q\frac{r}{b}$$

$$\text{مانند، تبدیل کسر } \frac{27}{13} \text{، که داریم؛ } \frac{27}{13} \left| \frac{13}{2} \right. \text{ پس؛ } \frac{27}{13} = 2\frac{1}{13}$$

مواظب باشید  غلط های زیادی نکنید! 

$$5\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} - \frac{4}{3} \rightarrow 5\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} - \frac{4}{3} = 5 - \frac{4}{3} = \frac{15-4}{3} = \frac{11}{3}$$

روش درست 

$$5\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} - \frac{4}{3} \rightarrow \frac{23}{4} \times \frac{4}{3} - \frac{4}{3} = \frac{23}{3} - \frac{4}{3} = \frac{19}{3}$$

تمرین ۹- عددهای مخلوط را تبدیل به یک کسر کنید.

$$2\frac{3}{5}, 3\frac{7}{10}, 5\frac{1}{4}, 9\frac{2}{3}, 6\frac{7}{9}, -3\frac{2}{5}, -2\frac{9}{7}, -3\frac{6}{9}, -4\frac{1}{13}, -8\frac{12}{20}$$

نکته ۷- از تقسیم صورت یک کسر بر مخرج آن، نماد اعشاری بدست می آید.

$$\frac{7}{20} = 0.35, \frac{2}{3} = 0.666...$$

(ث) مجموعه اعداد گنگ (اصم) - عددی حقیقی که نتوان آن را به صورت یک کسر گویا

نوشت، عدد گنگ نام دارد. مانند، $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، عدد پی ($\pi \approx 3.14...$)

مجموعه اعداد گنگ را با $\mathbb{Q}'$ یا $\overline{\mathbb{Q}}$ می توان نمایش داد.

در واقع با فرمول محاسبه محیط و مساحت یک دایره، هیچ گاه نمی توانید، این محیط و مساحت

را به طور دقیق محاسبه نمود، زیرا در فرمول محیط دایره به شعاع R ، $P = 2\pi R$ و مساحت

دایره به شعاع R ، $S = \pi R^2$ عدد پی (π) وجود دارد، که مقدار دقیق و واقعی ندارد.

می توانید، عدد پی را با تعداد ارقام اعشار بیش تری، از روی بیت دوم، شعر زیر را حفظ نمود.

پاسخی ده که خردمند، تو را آموزد

گر تو دانی ره آموختن پی

ره سر منزل توفیق بتو آموزد»

«خرد و بینش و آگاهی دانشمندان

در واقع، تعداد حروف هر کلمه، در بیت دوم، یک رقم از چپ در عدد پی را نشان می‌دهد.

$$3 + 0/$$

عدد پی (π) تا ۵۰۰۰ رقم اعشار

1415926535 8979312846 2643383279 5028841971 4939937510 5820974944 9723078164 6628620899 8620858252 3421376679
8214808651 3282306647 0938446095 5052221722 3359408128 4811774502 9410270193 8571105559 4442229897 5493038196
7245877066 663559817 4881520920 9628292580 9173536425 7892590360 0112358540 4562066527 1583146511 9415116094
3305727076 7575991955 0921861177 4193261179 3105118584 0744627999 6274956785 1805752724 6712779811 8501196912
9533673547 4106566452 8602139454 4395224737 1907021798 6094702777 0534217172 2411767552 8467461846 7669405132
0005812171 4526356002 7785771342 7577876091 7363717872 1468440901 2249534361 4654585537 1050792279 4895481859
4251395611 2127021960 5645541181 5981362977 4771309960 5177672113 4999999937 2976449951 0597517528 1669431659
3024459455 3499083076 4252730825 3344685034 2619311821 2161000513 7688752886 5875334083 8142061717 2469147353
5982514904 2875546871 1155562864 8623572755 9375195778 3857786532 1122680666 1500102787 6611195909 2164201469
3809535720 1045945563 2746259361 5458182748 4230301952 0558016524 5399577562 2599413691 2497217752 8347913351
5574857242 4341506959 5082915511 4661727855 8890750983 8175863748 4939137955 0404009272 0167115900 984624612
8583614055 4307026510 4710161142 9555961989 4676163744 9448255379 7747268471 0404753944 206046684 2590694932
9531367702 8989752104 7521620509 6602405803 8135019351 2533824300 3558764624 7496473264 9141992726 0426992279
4782354781 6506091417 2164121552 4586135034 2841829785 5570674981 8554949588 7092721079 3509302755 3729180600
3211653449 8720275596 6236480265 4991198818 3474775356 4649807424 5252726625 5181841757 4672890977 7729145535
8147706053 4165497152 1732172147 7735014144 1973568548 1613611573 5252726625 7496473264 9141992726 0426992279
4547762436 4625189855 6948556204 921222184 2725502542 5488767179 0494601455 4661499866 2727291976 6055784583
8279677166 4145410095 3885786560 5506800642 2512520511 7329298406 0841284886 269456424 7963295672 2106611663
0674472662 2659194645 0471237182 4696095836 4371917287 4677646575 7596741389 0806452845 4058133904 7822754069
9865744978 912694681 9632759570 9820222620 5224894077 2673947626 8482601476 9909024401 3639453765 5305068208
4842524517 4399945143 1629829190 6592509372 2169646151 5709858782 4105978859 5977292544 8930161753 9248613842
4668380494 2744557991 8592527455 5395943164 4972524680 0459872736 4409581865 3856736227 624091246 0805124588
4490451244 1365897627 8079771549 1435997706 3296160894 4169486855 5848426355 4220722256 2848644815 8456028504
0464271394 5226744767 8895292713 5225499546 4647278239 0456596116 3548862305 7745649803 5592834508 1743241125
1507650694 9451096594 0940252264 7971089318 5666113687 2287489405 4010150330 8617928600 9208747699 1824938585
9009714909 6759952632 6554978184 3129704823 4629089487 2287489405 4010150330 8617928600 9208747699 1824938585
5478564447 9526586782 1051141334 7357395253 1342716410 2135969536 2314429574 4493718711 0145765401 5902799344
8374260731 0578530662 1963674478 0847888948 45445712 4683519454 0443021841 5194048401 0058760146 8047491927
0191192799 9526514196 4542875444 0647745123 7181921744 4683519454 0443021841 5194048401 0058760146 8047491927
3679452002 9514455022 5231603881 9501470437 6213785595 4614937767 0830390697 9207734672 2182562599 6615046115
0364803844 7736549202 4094146559 2520149744 2850732518 6660023174 7408819071 0486333734 4496145539 6579424656
1805508156 6587969931 4357473638 4052571859 1078970643 4018077120 6280439039 7595156773 5770042033 7689934607
2805587611 7635947169 5125147120 5329281916 2818612586 7321579198 418488291 6447060957 5260495722 6917547116
7229149834 6491528017 3506712748 5832226718 3520455396 5729171087 5791513691 8209144423 0057510554 6711611432
6711155980 8658516394 3150197014 5151168517 1437657618 3519465080 4499989559 9823873455 2683165550 6647918135
8932241854 8986213294 3088957034 2084652594 4094544114 6549859463 4371862709 8199430992 4468957511 2828905923
2832649729 9712044455 2732654893 4239119325 9444544235 5836041428 1388297120 8249037589 8524374417 0291327656
1849977344 4630707449 2112019180 2035078619 7621801300 2407518915 4411610446 8052577162 0103265227 2111660394
2133449576 8572624334 4149305968 4626243410 7732269780 2407518915 4411610446 8052577162 0103265227 2111660394
6655750925 4111055755 3763468829 6533098665 2651862056 4769112570 5863566203 8558100729 5606598764 8511781045
5348803544 1136576467 5324944166 8039626579 7827185580 8455294541 2665408550 4343444318 5847697512 5641406990
7002378776 5913460171 2749470420 5622305384 9456151407 1327000407 8549332699 1958115466 4465880297 2728246830
6433265878 5498805255 889580657 5740679545 7161775254 2021149557 4156140025 0124272594 1302164735 5079259235
0990796347 3761255176 5675135711 7879668454 7791745011 2996148904 0463944713 2962107343 4375189572 594345801
9389713111 7904297028 5647503203 1966915140 2870805494 4380109432 1472151179 4764777262 241454854 5443328571
8550644228 8137545043 0633217518 2978666223 7172159160 7716692547 457887665 4949450114 8540628433 4693797008
9749265472 1463453067 3629657120 4180765832 716444274 8888887869 2560292228 4721040337 2116609294 9900042294
8171198377 9213375751 1495750156 6549651867 9472054726 4262508177 0767515906 7350285072 8354056704 0386743511
6222247715 5913049530 9044489335 0945064780 7673259939 7805419341 4473774415 4263129864 8049888687 4132604721

در بالا، مقدار π تا ۵۰۰۰ رقم اعشار نشان داده شده است. امروزه با استفاده از کامپیوترهای غول پیکر، توانسته‌اند عدد π را تا دو میلیون رقم اعشار محاسبه کنند. در حالی که از لحاظ نظری ثابت شده است که عددی اصم است، از لحاظ تجربی نیز تا آنجا که ارقام π را حساب می‌کنیم ملاحظه می‌کنیم که نه این ارقام خاتمه می‌یابند و نه اینکه نظمی بر تکرار آن‌ها حاکم است. و این تطابق تجربه با اثبات ریاضی یکی از خارق العاده‌ترین واقعیت‌های ریاضی را آشکار می‌سازد.

(ج) مجموعه اعداد حقیقی؛

در واقع، مجموعه اعداد حقیقی، اجتماعی از مجموعه اعداد گویا و گنگ است، یعنی داریم؛

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$

نکته ۸- در مجموعه اعداد حقیقی، عبارات زیر تعریف نشده (بی‌معنا) هستند.

(الف) مخرج صفر، مانند، $\frac{2}{0}$ که در هر مجموعه عددی، بی‌معناست.

(ب) ریشه زوج عدد منفی، مانند؛ $\sqrt{-3}$ که در مجموعه اعداد حقیقی بی‌معناست.

چ) مجموعه اعداد زوج - مجموعه اعداد زوج، مجموعه اعداد صحیح است که، بر ۲ بخش پذیر است.

$$E = \{2k \mid k \in \mathbb{Z}\} \quad \text{به عبارت دیگر، داریم؛}$$

ح) مجموعه اعداد فرد - مجموعه اعداد فرد، مجموعه اعداد صحیح است که، بر ۲ بخش پذیر نباشند.

$$O = \{2k-1 \mid k \in \mathbb{Z}\} = \{2k+1 \mid k \in \mathbb{Z}\} \quad \text{به عبارت دیگر، داریم؛}$$

خ) مجموعه اعداد اول - عدد اول، عدد طبیعی غیر از یک می باشد، که تنها شمارنده های طبیعی آن، خودش و یک است، یعنی بر هیچ عدد طبیعی به جز خودش و یک بخش پذیر نیست.

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\} \quad \text{یعنی داریم؛}$$

تمرین ۱۱- مجموعه اعداد اول از ۱ تا ۵۰ را بنویسید.

نکته ۹- عدد مرکب، عدد طبیعی غیر از یک، که به جز خودش و یک، بر عدد طبیعی دیگری، بخش پذیر است، مانند، ۴، ۶ و ۹.

نکته ۱۰- عدد یک، نه عدد اول است و نه مرکب است.

تمرین ۱۲- نموداری هندسی (ون) رسم کنید، که در آن رابطه بین مجموعه های عددی مهم را مشخص کند.

تمرین ۱۳- عدد بزرگ تر را در هر جفت از اعداد زیر مشخص کنید.

الف) $-\frac{2}{1} \square -\frac{19}{9}$

ب) $-\frac{0}{66} \square -\frac{2}{3}$

پ) $-\sqrt{2} \square -\sqrt{3}$

ت) $2\sqrt{2} \square 3$

ث) $-2\sqrt{3} \square -\sqrt{11}$

ج) $-\frac{5}{4} \square -\frac{16}{5}$

تمرین ۱۴- اعداد زیر را به ترتیب صعودی (از کم به زیاد) بنویسید.

$$-\sqrt{2}, -\frac{7}{5}, -\frac{1}{41}, \frac{-71}{50}$$

تمرین ۱۵- اعداد زیر را به ترتیب نزولی (از زیاد به کم) بنویسید.

$$-\frac{263}{100}, -\frac{2}{65}, \frac{-8}{3}, -\frac{2}{6}, -\frac{2}{7}, -2\sqrt{2}, -\sqrt{7}$$

فصل دوم - محاسبات

۲۰۱- الویت‌ها در عبارات محاسباتی -

در عبارات محاسبات، الویت محاسبه به ترتیب زیر است،

(۱) محاسبه داخلی‌ترین پرانتز،

(۲) توان،

(۳) ضرب و تقسیم،

(۴) جمع و تفریق،

تمرین ۱۶- محاسبات زیر را با دقت انجام دهید.

الف) $7 - 5 \times 8$

ب) $(7 - 5) \times 8$

پ) 3×2^3

ت) $(3 \times 2)^3$

ث) -3^4

ج) $(-3)^{-4}$

۲۰۲- توان -

توان‌ها را در حالات زیر معرفی می‌کنیم.

الف) توان طبیعی $(n \in \mathbb{N})$ ، a به توان عدد طبیعی n ، یعنی a را n بار در خودش، ضرب کنید،

$$a^n = \underbrace{aa \cdots a}_n \quad \text{یعنی داریم؛}$$

مانند؛ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

ب) توان صفر $(a \neq 0)$ ، هر عدد حقیقی غیر صفر به توان صفر برابر است با یک، یعنی داریم؛

$$a^0 = 1$$

مانند، $5^0 = 1$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$$

پ) توان منفی $(n \in \mathbb{N})$

$$2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}, \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

مانند،

تمرین ۱۷- برای تمرین محاسبه توان و تقویت حافظه، ۲ را به توان‌های طبیعی از ۱، ۲، ۳ و ... برسانید و رکورد شکنی کنید، تا ۲ به توان چه عدد طبیعی را می‌توانید، ذهنی محاسبه کنید؟

$$2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, \dots$$

تمرین ۱۸- به منظور تمرین محاسبه توان و تقویت حافظه، ۳ را به توان‌های طبیعی (۱، ۲، ۳ و ...) برسانید و رکورد شکنی کنید، تا ۳ به توان چه عددی طبیعی را می‌توانید، ذهنی محاسبه کنید؟

$$3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, \dots$$

تمرین ۱۹- حاصل هر یک از توان‌های زیر را بدون استفاده از ماشین حساب، بدست آورید.

الف) $(-2)^6$

ب) -2^6

پ) $(-2)^6$

ت) -2^{-6}

ث) $(-3)^5$

ج) -3^5

چ) $(-3)^{-5}$

د) -3^{-5}

$$\text{د) } (-3)^{-4}$$

$$\text{ر) } (-3)^4$$

$$\text{ز) } -3^{-4}$$

$$\text{ژ) } -3^4$$

$$\text{س) } 2^7$$

$$\text{ش) } 2^{-7}$$

$$\text{ص) } (-2)^7$$

$$\text{ض) } -2^{-7}$$

$$\text{ط) } \left(\frac{2}{3}\right)^{-5}$$

$$\text{ظ) } \left(\frac{-2}{3}\right)^{-5}$$

$$\text{ع) } \left(\frac{-2}{3}\right)^{-6}$$

$$\text{غ) } -\frac{2^{-6}}{3}$$

$$\text{ف) } -\left(\frac{2}{3}\right)^{-6}$$

$$\text{ق) } -\frac{2^{-5}}{3^{-4}}$$

۲۰۳- قوانین توان -

در قوانین و ویژگی‌های زیر شرایط توان رساندن، کاملاً برقرار است.

$$\text{الف) } \begin{cases} a^m \times a^n = a^{m+n} \\ a^n \times b^n = (ab)^n \end{cases}$$

- چند نمونه از ضرب اعداد توان دار؛

$$۱) ۲^۵ \times ۲^۳ = ۲^{۵+۳} = ۲^۸ = ۲۵۶$$

$$۲) ۲^۳ \times ۳^۳ = (۲ \times ۳)^۳ = ۶^۳ = ۶ \times ۶ \times ۶ = ۲۱۶$$

$$۳) ۲^۷ \times ۲^۷ = ۲^{۷+۷} = ۲^{۱۴} \text{ یا } ۲^۷ \times ۲^۷ = (۲ \times ۲)^۷ = ۴^۷$$

$$۴) ۲^۳ \times ۳^۲ = ۸ \times ۹ = ۷۲$$

$$\text{ب) } \begin{cases} a^m \div a^n = a^{m-n} \\ a^n \div b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \end{cases}$$

- چند نمونه از تقسیم و ضرب اعداد توان دار؛

$$۱) ۲^۵ \div ۲^۳ = ۲^{۵-۳} = ۲^۲ = ۴$$

$$۲) ۶^۵ \div ۳^۵ = \left(\frac{۶}{۳}\right)^۵ = ۲^۵ = ۳۲$$

$$۳) ۶^۳ \div ۲^۴ = \frac{۶^۳}{۲^۴} = \frac{۲^۳ \times ۳^۳}{۲^۴} = \frac{۲۷}{۲} = ۱۳/۵$$

$$۴) \frac{۲^۷ \times ۳^۷}{۶^۵} = \frac{(۲ \times ۳)^۷}{۶^۵} = \frac{۶^۷}{۶^۵} = ۶^{۷-۵} = ۶^۲ = ۳۶$$

$$\text{پ) } (a^m)^n = a^{mn}$$

مثلاً؛ $۶۴ = ۲^۶ = ۲^۳ \times ۲^۳ = (۲^۳)^۲$ ولی $۵۱۲ = ۲^۹ = ۲^{۳۲}$ ، و این دو محاسبه با هم تفاوت دارند.

تمرین ۲۰- محاسبات زیر را بدون استفاده از ماشین حساب، با قید مدت زمان محاسبه انجام دهید.

الف) $48 \times 83 \times 165$

ب) $25 + 24$

پ) $54 - 1$

ت) $\frac{2712 \times 96}{814}$

ث) $0.01 - 2$

ج) $(32)^3 \times 32^3$

چ) $25 - 27$

ح) $52 - 63$

خ) $\frac{813 - 93 - 273}{93}$

د) $53 + 63$

ذ) $(912 \times 278) \div 8110$

ر) $43 - 34$

ز) $43 + 34$

ژ) $26 - 53 + 36$

س) $210 - 28 + 27$

ش) $36 - 35 + 34$

ص) $53 - 54 + 55$

ض) $0.02 - 3 - 0.04 - 3$

ع) $(\frac{2}{5})^{-1} \times (\frac{5}{13})^{-1}$

غ) $2\frac{7}{8} \times \frac{1}{7} - \frac{1}{7}$

ف) $2 \times (\frac{7}{8}) \times \frac{1}{7} - \frac{1}{7}$

ق) $2\frac{7}{8} (\frac{1}{7} - \frac{7}{8})$

ک) $-3\frac{5}{6} \times \frac{-6}{5} - 1$

۲۰۴- جمع و تفریق اعداد کسری

دو یا چند کسر را وقتی می‌توان با هم، جمع و تفریق نمود، که مخرج‌های برابر داشته باشند،

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$$

یعنی داریم؛

مانند؛

$$\text{الف)} \quad \frac{5}{6} + \frac{13}{6} = \frac{5+13}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

$$\text{ب)} \quad \frac{9}{13} - \frac{17}{13} = \frac{9-17}{13} = \frac{-8}{13}$$

$$\text{پ)} \quad \frac{7}{17} - \frac{15}{17} + \frac{14}{17} = \frac{7-15+14}{17} = \frac{6}{17}$$

ولی اگر، مخرج کسرها، برای جمع و تفریق کسرها، یکی نباشند، باید با عملی به نام مخرج مشترک گرفتن، مخرج کسرها را یکی کرد، تا بتوان، جمع و تفریق کسرها را انجام داد.

یک روش، این مخرج مشترک به صورت کاملاً فرمولی به صورت زیر می‌باشد،

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

در این روش، ممکن است در حاصل به کسر پیچیده‌تری برسیم، که نیاز به ساده کردن اساسی دارد. مانند؛

$$\text{الف)} \quad \frac{7}{5} - \frac{3}{4} = \frac{7 \times 4 - 3 \times 5}{5 \times 4} = \frac{28 - 15}{20} = \frac{13}{20}$$

$$\text{ب)} \quad \frac{7}{12} + \frac{5}{18} = \frac{7 \times 18 + 5 \times 12}{12 \times 18} = \frac{126 + 60}{216} = \frac{186}{216} = \frac{31}{36}$$

در واقع، مخرج مشترک کسرها، همان کوچک‌ترین مضرب مشترک (ک.م.م) مخرج‌ها می‌باشد، پس، شما اگر با ک.م.م مخرج‌ها، بتوانید مخرج مشترک بگیرید، حتماً در حاصل، محاسبات ساده‌تری را خواهید داشت.

مانند، (ب) مثال قبل، که داریم؛

$$\frac{7}{12} + \frac{5}{18} \xrightarrow{[12, 18]} = \frac{3 \times 7 + 2 \times 5}{36} = \frac{31}{36}$$

پس مشاهده کردید، چون فکر بهتری کردید، کمتر نوشتید و حاصل محاسبه سریع‌تر به دست آمد.

یادآوری - ک.م.م (کوچک‌ترین مضرب مشترک) دو عدد صحیح غیر صفر، یعنی کوچک‌ترین عدد طبیعی که به طور مشترک بر آن دو عدد صحیح بخش‌پذیر است. مانند، $[12, 18] = 36$ ، که

منظور از $[a, b]$ همان ک.م.م a و b است. در واقع ۳۶ کوچک ترین عدد طبیعی است که، بر ۱۲ و ۱۸ بخش پذیر است.

ب.م.م (بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک) دو عدد صحیح لااقل یکی غیر صفر، بزرگ ترین عدد طبیعی که آن دو عدد صحیح به طور مشترک بر آن بخش پذیرند. مانند: $(12, 18) = 6$ ، در واقع ۶ بزرگ ترین عدد طبیعی است، که ۱۲ و ۱۸ بر آن بخش پذیرند. منظور از (a, b) یعنی ب.م.م a و b می باشد. در ساده کردن کسرها، در واقع ب.م.م اعداد صورت و مخرج را در صورت و مخرج حذف می کنیم.

$$\frac{12}{18} \xrightarrow{(12, 18)=6} \frac{2 \times 6}{3 \times 6} = \frac{2}{3}$$

۲۰۵- ضرب اعداد کسری -

برای ضرب دو کسر درهم، می توان صورت کسرها را در هم ضرب کرد و نیز، مخرج کسرها را نیز،

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

در هم ضرب نمود، یعنی داریم؛

$$\frac{3}{7} \times \frac{5}{8} = \frac{3 \times 5}{7 \times 8} = \frac{15}{56}$$

نکته - گاهی اوقات، قبل از ضرب کسرها، می توان هر صورت را با هر مخرج، در صورت امکان ساده کرد. مانند؛

$$\frac{\frac{3}{9}}{\frac{7}{7}} \times \frac{\frac{7}{35}}{\frac{3}{3}} \times \frac{\frac{2}{14}}{\frac{5}{5}} = \frac{3 \times 7 \times 2}{5} = \frac{42}{5}$$

۲۰۶- تقسیم اعداد کسری -

در تقسیم ۲ عدد کسری برهم، کافی است، کسر اول را در معکوس کسر دوم ضرب کنیم، یعنی، داریم؛

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

مانند؛

$$\text{الف) } \frac{3}{7} \div \frac{5}{8} = \frac{3}{7} \times \frac{8}{5} = \frac{3 \times 8}{7 \times 5} = \frac{24}{35}$$

$$\text{ب) } \frac{9}{7} \div \frac{15}{14} = \frac{9}{7} \times \frac{14}{15} = \frac{3}{1} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{5}$$

نکته – به منظور، تقسیم دو کسر بر هم، آن دو کسر را می توان با روی هم نوشتن، در قالب یک کسر ارائه داد و می توان عمل ضرب دور در دور، برای صورت کسر حاصل و نزدیک در نزدیک،

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$$

برای مخرج کسر حاصل را، یعنی، داریم؛

$$\frac{3}{7} \div \frac{5}{6} = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{5}{6}} = \frac{3 \times 6}{7 \times 5} = \frac{18}{35}$$

مانند؛

تمرین ۲۱- محاسبات زیر را بدون استفاده از ماشین حساب با قید مدت زمان محاسبه انجام دهید.

الف) $\frac{59}{69} - \frac{42}{69}$

ب) $\frac{2}{15} + \frac{3}{13}$

پ) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$

ت) $\frac{3}{7} - \frac{5}{8} + \frac{4}{9}$

ث) $\frac{3}{9} - \frac{4}{8} + \frac{9}{12}$

ج) $\frac{124}{51} \times \frac{34}{36}$

چ) $\frac{96}{84} \div \frac{2}{63}$

ح) $\frac{5}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)$

خ) $\left(\frac{\frac{5}{3} \div \frac{2}{7}}{\frac{3}{5} \times \frac{3}{7}} \times \frac{24}{42} \right) \div \frac{8}{7}$

د) $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}$

تمرین ۲۲- بدون استفاده از ماشین حساب، محاسبات زیر را انجام دهید.

الف) $2/1 + 1/6$

ب) $2/1 - 1/6$

پ) $2/1 \times 1/6$

ت) $2/1 \div 1/6$

ث) $3/7 + 5/68$

ج) $5/68 - 3/7$

چ) $3/7 \times 5/68$

ح) $5/68 \div 3/7$

خ) $2/73 - 6/94$

د) $3/6 \div 0/09$

ذ) $3/765 + 5\frac{7}{4}$

ر) $3/765 - 5\frac{7}{4}$

ز) $3/765 \times 5\frac{7}{4}$

ژ) $3/765 \div 5\frac{7}{4}$

س) $94 \times 2/2$

ش) $4/85 + 2/579$

ص) $4/85 - 2/579$

ض) $4/85 \div 2/5$

ع) $2/01 \times 75$

غ) $2/01 - 75$

ک) $22/08 + 43/7 - 93/22$

گ) $1/65 \times 0/5$

ل) $1/65 \div 0/5$

۲۰۷- نماد علمی -

نماد علمی برای نمایش اعداد خیلی بزرگ و اعداد خیلی کوچک بکار می‌رود.
و معمولاً به صورت $k \times 10^n$ نوشته می‌شود، که در آن $(10 > k \geq 1)$ و n عددی صحیح) است.
تمرین ۲۳- اعداد زیر را به صورت نماد علمی بنویسید.

الف) 602000×10^{19}

ب) ۶۳ میلیارد

پ) ۴۱ همت

ت) 7000000

ث) 0.0001405

ج) 0.02026

چ) $2000/0002$

ح) دو تریلیارد

خ) $23/04 \times 10^7$

د) 0.0000002

ذ) $(2/43 \times 10^{22}) \div (0/81 \times 10^{-15})$

ر) $(4 \times 10^{73}) \times (7/5 \times 10^{-68})$

ز) 13176×10^{21} (جرم کره زمین بر حسب پوند)

ژ) 92955900 (فاصله زمین تا خورشید به مایل)

تمرین ۲۴- حاصل اعداد با نماد علمی را محاسبه کنید.

الف) $5/7 \times 10$

ب) $7/8 \times 10^{-2}$

پ) $1/405 \times 10^{-3}$

ت) $2/026 \times 10^7$

تمرین ۲۵- حاصل محاسبات زیر را به دست آورید.

الف) $(\frac{2}{7} \times 10^{-5}) \times (\frac{0}{81} \times 10^9)$

ب) $(\frac{6}{25} \times 10^{-6}) \div (\frac{0}{0.5} \times 10^7)$

پ) $\frac{3}{2} \times 10^{-6} + \frac{0}{16} \times 10^5$

ت) $\frac{0}{81} \times 10^{17} - \frac{0}{0.9} \times 10^{16}$

ث) $\sqrt{\frac{1}{369} \times 10^{13}}$

ج) $(\frac{2}{7} \times 10^{-9})^3$

۲۰۸- چند ویژگی در محاسبه سریع -

دانش آموزان عزیز، محاسبات سریع و دقیق، فقط برای صرفه جویی در مدت زمان محاسبه نیست، بلکه در ذخیره کردن، انرژی ذهنی نیز، بسیار موثر است.

الف) با استفاده از خاصیت پخشی (توزیع پذیری)، عمل ضرب نسبت به اعمال جمع یا تفریق، یعنی داریم؛

$$a(b \pm c) = ab \pm ac$$

به چند نمونه محاسبه، به این صورت توجه کنید.

الف) $42 \times 21 = 45(20 + 1) = 45 \times 20 + 45 \times 1 = 900 + 45 = 945$

ب) $24 \times 53 = (20 + 4) \times 53 = 20 \times 53 + 4 \times 53 = 1060 + 212 = 1272$

البته، همانطور که مشاهده می شود، بهتر است در عمل ضرب و استفاده از خاصیت پخشی، عدد کوچک تر را به جمع (یا تفاضل) دو عدد قابل ضرب، تبدیل کنید، اینگونه ذهن راحت تر می پذیرد.

پ) $83 \times 19 = 83(20 - 1) = 83 \times 20 - 83 \times 1 = 1660 - 83 = 1577$

تمرین ۲۶- حاصل ضرب های زیر را بدون استفاده از ماشین حساب و با قید مدت زمان محاسبه، انجام دهید.

الف) 7×53

ب) 9×74

پ) 21×12

ت) 13×43

ث) 32×31

ج) 73×28

چ) 92×42

ح) 15×29

خ) 17×19

د) 45×39

ب) با استفاده از عامل مشترک گرفتن (برعکس خاصیت توزیع پذیری) – در واقع در این روش با عامل مشترک گرفتن، می توان محاسبه را به صورت بهتر و راحت تری انجام داد، یعنی داریم؛

$$ab \pm ac = a(b \pm c)$$

به نمونه محاسباتی زیر توجه کنید.

$$2026 \times 1405 - 2026 \times 1407 = 2026(1405 - 1407) = 2026(-2) = -4052$$

تمرین ۲۷ – محاسبات زیر را بدون استفاده از ماشین حساب و با نوشتن مدت زمان محاسبه بر حسب ثانیه انجام دهید.

a) $35 - 93 + 273$

b)
$$\frac{317 + 98 - 95}{95}$$

c) $1406 \times 2027 - 2026 \times 1406$

d) $27 - 43 + 84$

e)
$$\frac{217 + 48 - 45}{45}$$

f) $3 \times 215 - 36 + 214 - 39$

تمرین ۲۸ – محاسبات زیر را بدون استفاده از ماشین حساب و با نوشتن مدت زمان محاسبه بر حسب ثانیه انجام دهید.

الف) $2028 \times 1405 - 2026 \times 1405$

ب) $52 \times 36 - 41 \times 23 + 5 \times 23$

پ) $26 \times 14 - 14 \times 6 + 32 \times 13 + 7 \times 32$

ت) $۳۷ \times ۷ - ۲۳ \times ۳۳ + ۵۳ \times ۳۷ - ۹۳ \times ۲۳$

ث) $۱۱ \times ۴۳ - ۳۱ \times ۱۷ + ۳۱ \times ۵۷ + ۲۹ \times ۴۳$

ج) $۲۰۲۶ \times ۳ - ۱۴۰۵ \times ۲۰۲۶ + ۱۴۰۶ \times ۲۰۲۶$

پ) توان دو یک عدد طبیعی با یکان ۵ (مربع (مجذور) یک عدد طبیعی با یکان ۵) -

$$\overline{a5^2} = \boxed{a(a+1)} \boxed{5^2} = \boxed{a(a+1)} \boxed{25} \xrightarrow{\text{مثال}} 35^2 = (3 \times 4)5^2 = 2025$$

ارقام یک عدد طبیعی ارقام یک عدد طبیعی

تمرین ۲۹- محاسبات زیر را بدون استفاده از ماشین حساب و با نوشتن مدت زمان محاسبه بر حسب ثانیه انجام دهید.

الف) ۱۵^2

ب) ۲۵^2

پ) ۳۵^2

ت) ۴۵^2

ث) ۵۵^2

ج) ۶۵^2

چ) ۷۵^2

ح) ۸۵^2

خ) ۹۵^2

د) ۱۰۵^2

ذ) ۱۱۵^2

ر) ۱۲۵^2

ز) ۲۰۵^2

ژ) ۲۱۵^2

س) ۳۰۵^2

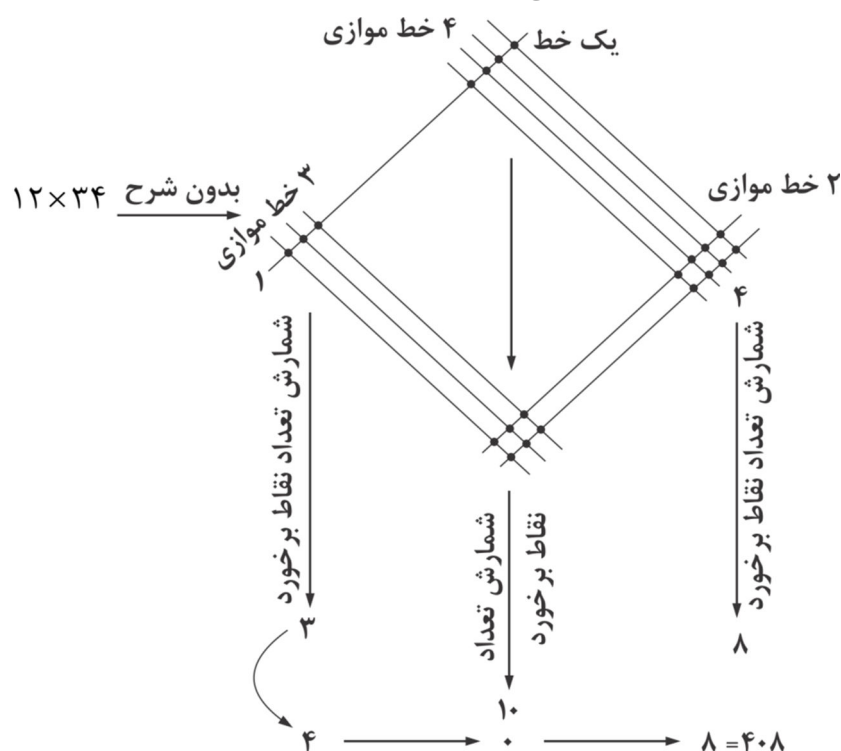
ش) ۳۱۵^2

ط) ۴۰۵^2

ظ) ۴۱۵^2

ت) حاصل ضرب به صورت هندسی -

برای بیان این مطلب، به عمل ضرب زیر به صورت هندسی توجه کنید.



تمرین ۳۰- حاصل ضرب‌های زیر را به صورت هندسی محاسبه کنید.

الف) ۲۳×۴۱

ب) ۳۲×۱۴

پ) ۳۵×۷۳

ت) ۲۳×۴۶

۲۰۹- بازی ریاضی -

عددی را در ذهن خود در نظر بگیرید، حتی اگر ممکن باشد، به یکی از اطرافیان نیز بگویید، که

شکی پیش نیاید، که آن را عوض کرده باشید، حال، ۲۵ واحد به آن اضافه کنید و بعد ۱۲۵ واحد

به حاصل، اضافه کنید و بعد ۳۷ واحد از آن کم کنید، و در مرحله بعد، عددی را که فکر کرده

بودید، از آن کم کنید، حال باقی‌مانده را در عدد ۵ ضرب کنید، و در پایان حاصل ضرب را نصف



کنید، حال عددی را که شما بدست آورده‌اید، من می‌گویم!!! $۲۸۲/۵$

۲۰۱۰ - عمل تقسیم در مجموعه اعداد طبیعی -

در یک عمل تقسیم عدد طبیعی a بر عدد طبیعی b ، اجزای زیر را داریم؛

$$\begin{array}{r} a \\ \hline b \end{array} \bigg| \begin{array}{r} b \\ q \end{array} \Rightarrow a = bq + r \quad (0 \leq r < b)$$

نمونه؛ حتماً روش تقسیم کردن را فرا گرفته‌اید.

$$\begin{array}{r} 2579 \\ - 24 \\ \hline 17 \\ - 15 \\ \hline 29 \\ - 27 \\ \hline 2 \end{array} \quad \xrightarrow{\text{امتحان تقسیم}} \quad 3 \times 859 + 2 = 2579$$

در تقسیم فوق به عدد a ، مقسوم، به عدد b ، مقسوم علیه، به عدد q ، خارج قسمت و به عدد r ، باقی‌مانده گویند.

نکته ۱- منظور از $a \equiv r^m$ ، یعنی r باقی‌مانده تقسیم عدد طبیعی a بر عدد طبیعی m است.

* باقی‌مانده تقسیم هر عدد طبیعی بر ۳ (یا ۹)، بدون عمل تقسیم، برابر است با، باقی‌مانده تقسیم مجموع ارقام آن عدد طبیعی بر ۳ (یا ۹). (چرا؟)

$$\begin{aligned} 2579 &\equiv 2+5+7+9 \equiv 23 \equiv 2+3 \equiv 2 \\ 49687 &\equiv 4+9+6+8+7 \equiv 34 \equiv 3+4 \equiv 7 \end{aligned}$$

محاسبه باقی‌مانده تقسیم، عملی است که با ماشین حساب هم، نمی‌توانید، انجام دهید.

شما می‌توانید، در مجالس و مهمانی‌ها و دورهمی‌ها، از حضار بخواهید، یک عدد n رقمی طبیعی به شما بگویند و شما در کمترین زمان ممکن باقی‌مانده آن عدد طبیعی n رقمی را بر ۳ (یا ۹) به صورت ذهنی حساب کنید.

حتی در حین انجام محاسبه می‌توان از این ویژگی استفاده نمود.

تمرین ۳۱- به صورت ذهنی و سریع باقی‌مانده تقسیم هر یک از حاصل محاسبات زیر را بر ۳ بیابید.

الف) 2549379×529

ب) 20261405

پ) 14052026

ت) 1405×2026

ث) 14051448×20262027

ج) 20362

چ) $10002000 + 20001000$

ح) $10001405 + 20001405$

تمرین ۳۲- به صورت ذهنی و سریع باقی مانده تقسیم هر یک از حاصل های فوق را بر ۹ بیابید.

۲۰۱۱- بازی محاسبات -

در این بازی دو تاس سفید و نارنجی را پرتاب می کنیم، اگر تاس سفید، رقم یکان و تاس نارنجی رقم دهگان باشد، به یک عدد دو رقمی می رسیم. (با این روش بزرگ ترین و کوچک ترین عدد ۲ رقمی حاصل را بنویسید).

حال می خواهیم، بین دو فرد A و B مسابقه را برگزار کنیم.

(۱) شخص A، جفت تاس را پرتاب می کند، نصف عدد دو رقمی حاصل، مدت زمان محاسبه بر حسب ثانیه است. (ثلث $(\frac{1}{3})$ نزدیک ترین مضرب ۳ به عدد ۲ رقمی حاصل می تواند مدت زمان محاسبه بر حسب ثانیه باشد).

(۲) شخص B، جفت تاس را پرتاب می کند، عدد دو رقمی حاصل،

الف) اگر مضرب سه باشد، عمل ضرب داریم. (عمل اول)

ب) اگر $(3k+1)$ باشد، یعنی در تقسیم بر ۳ باقی مانده یک بدهد، عمل جمع داریم. (عمل دوم)

پ) اگر $(3k+2)$ باشد، یعنی در تقسیم بر ۳ باقی مانده دو بدهد، عمل تفریق داریم. (عمل سوم)

(۳) شخص A، جفت تاس را پرتاب می کند. (عدد ۲ رقمی اول)

(۴) شخص B، جفت تاس را پرتاب می کند. (عدد ۲ رقمی دوم)

مثلاً؛ (۱) شخص A، جفت تاس را پرتاب می کند.

مدت زمان محاسبه ۱۲ ثانیه است.

(۲) شخص B، جفت تاس را پرتاب می کند.

$$\longrightarrow \frac{1}{3} \times 24 = 12 \longleftarrow$$

$$\longrightarrow 64 \equiv 6 + 4 \equiv 1 \rightarrow \text{عمل جمع}$$

(۳) شخص A، جفت تاس را پرتاب می کند. ۵۲ (عدد ۲ رقمی اول)

(۴) شخص B، جفت تاس را پرتاب می کند. ۴۶ (عدد ۲ رقمی دوم)

هر فردی زودتر حاصل را در حداکثر ۱۲ ثانیه، اعلام کند، برنده است. $(52 + 46 = 98)$

نکته ۱- سه عمل، بازی پرتاب دو تاس، کاملاً قراردادی هستند و می توانند تغییر کنند.

نکته ۲- می توان با محاسبه باقی مانده تقسیم بر ۴ یا ۵ یا ... تعداد باقی مانده ها را بیشتر کرد، پس در نتیجه تعداد اعمال را افزایش داد.

نکته ۳- هر مسابقه را می‌توان، بنا به مدت زمان کلاس، در یک یا سه یا پنج دور برگزار کرد، و برنده در هر مسابقه، فرد یا تیمی است، که در تعداد دورهای بیشتری برنده شود.

نکته ۴- بهتر است، در یک کلاس به طور متوسط ۲۰ نفره، این بازی، در تیم‌های ۲ نفره به صورت مسابقه تیم به تیم و به صورت یک حذفی صورت گیرد، یعنی مثلاً، ۱۰ تیم ۲ نفره داریم؛ با قرعه‌کشی، تیم‌های ۱ تا ۱۰ را مشخص کنید و طبق جدول زیر مسابقات انجام می‌گیرد، تا قهرمان مشخص شود.

