# پاسخ‌نامه تشریحی

**۱** ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم در $\infty$، عبارت $\sqrt{۴x^۲+۱۵x}$، هم‌ارز با $\sqrt{۴x^۲}$ است که برابر با $|۲x|$ خواهد شد:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{ax^n+۱۵}{۳x-\sqrt{۴x^۲+۱۵x}}\overset{\text{پرتوان}}{=\!=}\lim_{x\to-\infty}\frac{ax^n}{۳x-\sqrt{۴x^۲}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{ax^n}{۳x-۲\underbrace{|x|}_{-x}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{ax^n}{۵x}$$

چون جواب حد، عدد شده است پس بزرگ‌ترین توان $x$ صورت و مخرج با هم برابرند یعنی $n=۱$. پس داریم:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{ax}{۵x}=\frac{a}{۵}=-۱\to a=-۵$$

$$\lim_{x\to۳}\frac{-۵x+۱۵}{۳x-\sqrt{۴x^۲+۱۵x}}\times\frac{۳x+\sqrt{۴x^۲+۱۵x}}{۳x+\sqrt{۴x^۲+۱۵x}}=\lim_{x\to۳}\frac{(-۵x+۱۵)(۳x+\sqrt{۴x^۲+۱۵x})}{\underbrace{۹x^۲-۴x^۲-۱۵x}_{۵x^۲-۱۵x}}=\lim_{x\to۳}\frac{-۵(x-۳)(۳x+\sqrt{۴x^۲+۱۵x})}{۵x(x-۳)}$$

$$=\lim_{x\to۳}\frac{-(۳x+\sqrt{۴x^۲+۱۵x})}{x}=\frac{-(۹+۹)}{۳}=-۶$$

البته حد را می‌توان از قاعدهٔ هوپیتال نیز محاسبه کرد.

$$\lim_{x\to۳}f(x)=\lim_{x\to۳}\frac{-۵x+۱۵}{۳x-\sqrt{۴x^۲+۱۵x}}=\frac{۰}{۰}\overset{HOP}{\longrightarrow}\lim_{x\to۳}\frac{-۵}{۳-\frac{۱(۸x+۱۵)}{۲\sqrt{۴x^۲+۱۵x}}}=\frac{-۵}{۳-\frac{۳۹}{۱۸}}=\frac{-۵}{\frac{۱۵}{۱۸}}=-۶$$

**۲** ۱ ۲ ۳ ۴

هرگاه $x$ به‌سمت عددی میل کند که به‌موجبِ آن جواب حد یک نوع بی‌نهایت شود (مثلاً فقط $-\infty$) آن عدد ریشهٔ مضاعف مخرج است. یعنی $x=۲$ ریشهٔ مضاعف مخرج است. بنابراین:

$$x^۲+ax+b=(x-۲)^۲=x^۲-۴x+۴\Rightarrow a=-۴\ ,\ b=۴$$

در نتیجه داریم:

$$a+b=-۴+۴=۰$$

**۳** ۱ ۲ ۳ ۴

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x-\sqrt{۴x^۲+x}}{x}\overset{\text{توان بیشتر}}{=\!=\!=}\lim_{x\to-\infty}\frac{x-\sqrt{۴x^۲}}{x}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{x-۲\overbrace{|x|}^{-x}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+۲x}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{۳x}{x}=۳$$

**۴** ۱ ۲ ۳ ۴

$$\lim_{x\to+\infty}(x+۱)\left[\frac{۲}{۱-x}\right]=(+\infty+۱)\left[\frac{۲}{۱-(+\infty)}\right]=+\infty[\frac{۲}{-\infty}]$$

$$=+\infty[۰^-]=+\infty\times(-۱)=-\infty$$

**۵** ۱ ۲ ۳ ۴ شرط اینکه تابع $f$ در $x=a$ پیوسته باشد آن است که حد راست و حد چپ و مقدار تابع در $x=a$ موجود و متناهی و باهم برابر باشند.

راه حل اول:

$$\lim_{x\to۰}f(x)=\lim_{x\to۰}\frac{x}{۱-\sqrt{۱-x}}\times\frac{۱+\sqrt{۱-x}}{۱+\sqrt{۱-x}}=\lim_{x\to۰}\frac{x\times(۱+\sqrt{۱-x})}{۱-(۱-x)}=\lim_{x\to۰}\frac{\cancel{x}\times(۱+\sqrt{۱-x})}{\cancel{x}}=\lim_{x\to۰}۱+\sqrt{۱-x}=۲$$

به علاوه $f(۰)=a$ در نتیجه $a=۲$.

راه حل دوم:

$$\lim_{x\to ۰} f(x)=\lim_{x\to ۰}\frac{x}{۱-\sqrt{۱-x}}=\frac{۰}{۰}\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to ۰}\frac{۱}{-\frac{۱(-۱)}{۲\sqrt{۱-x}}}=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}}=۲$$

$$f(۰)=a$$

پس $a=۲$ است.

**۶** ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\lim_{x\to -۳}\frac{\sqrt{x+۴}+۲}{x^۲+۲ax+b}=+\infty$$

حد صورت برابر ۳ است و چون حاصل حد $+\infty$ می‌باشد، پس باید $x=-۳$ ریشهٔ مضاعف مخرج باشد و با توجه به اینکه ضریب $x^۲$ در مخرج برابر یک است، یعنی مخرج همان عبارت $(x+۳)^۲$ می‌باشد.

$$x^۲+۲ax+b=(x+۳)^۲=x^۲+۶x+۹$$

$$۲a=۶\Rightarrow a=۳, b=۹$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{ax^۳+۲x+۵}{bx^۳+x^۲+۷}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{۳x^۳}{۹x^۳}=\frac{۱}{۳}$$

**۷** ۱ **۲** ۳ ۴

$$\lim_{x\to(-۳)^+}f(x)=+\infty\Rightarrow\lim_{x\to(-۳)^+}f(f(x))=\lim_{x\to+\infty}f(x)=۲^-$$

$$\lim_{x\to(-۳)^+}\frac{-x+۱}{(fof)(x)-۲}=\frac{-(-۳)+۱}{۲^--۲}=\frac{۴}{۰^-}=-\infty$$

**۸** **۱** ۲ ۳ ۴

$$\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{۱}{x}\right]=\left[\frac{۱}{-\infty}\right]=\left[۰^-\right]=-۱\quad,\quad\lim_{x\to-\infty}\left[-\frac{۱}{x}\right]=\left[۰^+\right]=۰$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{۳x^۲-۳x+x^۲\left[\frac{۱}{x}\right]}{x^۲\left(۲+\left[-\frac{۱}{x}\right]\right)+۱}=\lim_{x\to-\infty}\frac{۳x^۲-۳x-x^۲}{x^۲(۲+۰)+۱}\xrightarrow{\text{توان بیشتر}}\lim_{x\to-\infty}\frac{۲x^۲}{۲x^۲}=۱$$

**۹** ۱ **۲** ۳ ۴

ابتدا حل عبارت $\lim_{x\to-\infty}f(\frac{۳x+۱}{x-۲})$ را بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x\to-\infty}f(\frac{۳x+۱}{x-۲})=\lim_{x\to-\infty}f(\frac{۳x-۶+۷}{x-۲})=\lim_{x\to-\infty}f(۳+\frac{۷}{x-۲})$$

توجه شود که اگر $x\to-\infty$ آنگاه $\frac{۷}{x-۲}\to۰^-$ و بنابراین $(۳+\frac{۷}{x-۲})\to۳^-$ از این رو خواهیم داشت:

$$\lim_{x\to-\infty}\underbrace{f(۳+\frac{۷}{x-۲})}_{۳^-}=\lim_{x\to۳^-}f(x)=\lim_{x\to۳^-}\frac{x^۲+۱}{۲x}=\frac{۱۰}{۶}=\frac{۵}{۳}$$

تذکر: همچنین چون تابع $\frac{۳x+۱}{x-۲}$ در $x<۲$ نزولی است، $(ad-bc<۰)$ پس هرچه $x$ کوچک‌تر شود، مقدار آن افزایش می‌یابد. یعنی وقتی $x\to-\infty$ مقدار آن بزرگ‌تر می‌شود، پس از مقادیر کمتر از ۳ به ۳ نزدیک می‌شود.

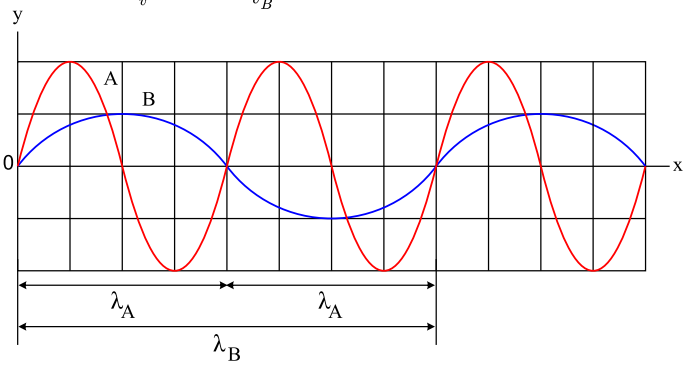
**۱۰** **۱** ۲ ۳ ۴ می‌دانیم که $(\text{عدد بزرگ‌تر از یک})^{-\infty}=۰$ است.

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{۲^{۲n+۱}-۲^{۱-۲n}}{۲^{۲n+۱}+۳\times۲^{۱-۲n}}=\lim_{n\to+\infty}\frac{۲^{۲n+۱}-۰}{۲^{۲n+۱}+۰}=۱$$

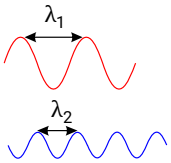
**۱۱** **۴** ۱ ۲ ۳ سرعت انتشار موج به ویژگی‌های محیط بستگی دارد. بنابراین چون هر دو موج در یک محیط منتشر شده‌اند، $\frac{v_A}{v_B}=۱$ ، $v_A=v_B$.

با توجه به شکل صورت سؤال درمی‌یابیم که $\lambda_B=۲\lambda_A$ می‌باشد. داریم:

$$v_A = v_B \xrightarrow[T=\frac{\lambda}{v}]{\lambda=vT} \frac{T_A}{T_B} = \frac{\frac{\lambda_A}{v_A}}{\frac{\lambda_B}{v_B}} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{۱}{۲}$$




**۱۲** ۱ ۲ ۳ **۴** درشکل کاملا مشخص است که $\lambda_۱ > \lambda_۲$ است. اما در مورد بسامد موج در دو طناب نمی‌توان نظر قطعی داد چون بسامد نوسان‌های موج از ویژگی‌های منبع موج است و چون درمورد مشخصات منبع موج اطلاعاتی نداریم بنابراین نمی‌توان درمورد بسامد دو موج اظهار نظر کرد.




**۱۳** ۱ ۲ ۳ **۴**

$$I = \frac{P \text{ توان چشمه}}{۴\pi d^۲}$$

$$\left.\begin{array}{l}\beta_۱ = ۱۰log\frac{I_۱}{I_۰}\\ \beta_۲ = ۱۰log\frac{I_۲}{I_۰}\end{array}\right\} \Rightarrow \beta_۱ - \beta_۲ = ۱۰(log\frac{I_۱}{I_۰} - log\frac{I_۲}{I_۰}) = ۱۰(log\frac{I_۱}{I_۲}) \Rightarrow \beta_۱ - \beta_۲ = ۱۰log\frac{\frac{P_۱}{d_۱^۲}}{\frac{P_۲}{d_۲^۲}}, \frac{I_۱}{I_۲} = \frac{\frac{P_۱}{۴\pi d_۱^۲}}{\frac{P_۲}{۴\pi d_۲^۲}} = (\frac{\frac{P_۱}{d_۱^۲}}{\frac{P_۲}{d_۲^۲}})$$

$$\xrightarrow[\beta_۱=۴۰dB\,,\beta_۲=۲۰dB]{d_۱=۲۰m\,,P_۲=۱۶P_۱} ۲۰ = ۱۰log\frac{d_۲^۲}{۲۰^۲ \times ۱۶} \Rightarrow ۱ = log\frac{d_۲}{۲۰ \times ۴} \Rightarrow d_۲ = ۸۰۰m$$

**۱۴** ۱ **۲** ۳ ۴ قدم اول: زمانی می‌توان شدت صوت را به زحمت شنید که: $I = I_۰ = ۱۰^{-۱۲}\frac{W}{m^۲}$

قدم دوم: اگر توان چشمه $P$ و فاصلهٔ شنونده تا چشمه را با $r$ نمایش دهیم، آنگاه شدت صوت از رابطهٔ: $I = \frac{P}{۴\pi r^۲}$ (چرا؟!) به‌دست می‌آید. اگر فقط فاصله از چشمه تغییر کند آنگاه داریم:

$$\begin{cases}\frac{I_۲}{I_۱} = (\frac{r_۱}{r_۲})^۲\\ I_۲ = I_۰ = ۱۰^{-۱۲}\frac{W}{m^۲}\\ r_۲ = ۱km = ۱۰۰۰m\\ I_۱ = ۱۰۰\mu\frac{W}{m^۲} = ۱۰^{-۴}\frac{W}{m^۲} \quad , \quad r_۱ = ?\end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۰^{-۱۲}}{۱۰^{-۴}} = (\frac{r_۱}{۱۰۰۰})^۲ = \frac{r_۱^۲}{۱۰^۶} \rightarrow r_۱^۲ = \frac{۱۰^{-۶}}{۱۰^{-۴}} = ۱۰^{-۲} = \frac{۱}{۱۰۰} \rightarrow r_۱ = ۰/۱m$$

**۱۵** **۱** ۲ ۳ ۴ موارد «۱»، «۳»، و «۶» درست هستند.

علت نادرستی موارد دیگر:

مورد (۲): در حالت تشدید است که دامنهٔ نوسان بیشینه می‌شود یعنی بسامد نیروی خارجی وارد بر نوسانگر با بسامد طبیعی نوسانگر برابر می‌شود.

مورد (۴): به فاصلهٔ بین هر دو قلهٔ (ستیغ) متوالی، طول موج گفته می‌شود.

مورد (۵): اگر جرم نوسانگر $\frac{۱}{۴}$ برابر شود فرکانس طبق رابطهٔ: $f = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$، ۲ برابر می‌شود و چون باقی پارامترها و کمیات موجود در رابطهٔ توان متوسط ثابت مانده و می‌دانیم توان

متوسط انرژی عبوری با توان دوم فرکانس رابطهٔ مستقیم دارد: $\vec{P} \propto f^{۲}$، توان متوسط ۴ برابر می‌شود.

مورد (۷): در موارد استثنا، سرعت صوت در یک جامد ممکن است از سرعت صوت در یک مایع یا مایع‌های خاصی کمتر باشد.

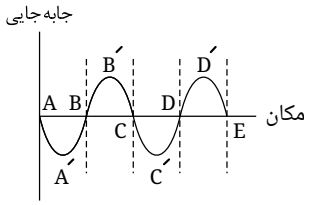
مورد (۸): بلندی به شدت صوت وابسته است و به‌طور مستقیم به فرکانس بستگی ندارد.

**۱۶** ۱ ۲ ۳ ۴

فاصلهٔ بین دو قلهٔ متوالی : $\lambda = ۱۰cm \Rightarrow \lambda = ۰/۱m$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow ۰/۱ = \frac{۵}{f} \Rightarrow f = ۵۰\,Hz$$

**۱۷** ۱ ۲ ۳ ۴ در یک موج طولی در فنر، در مکان‌هایی که بیشترین جمع‌شدگی یا بیشترین بازشدگی حلقه‌ها رخ می‌دهد، جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل صفر است. در وسط فاصله بین یک جمع‌شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینهٔ مجاور هم، اندازه جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل، بیشینه است. به این ترتیب، نمودار جابه‌جایی مکان فنر به شکل زیر است:




نقاط $A, B, C, D$ و $E$ بیشترین جمع‌شدگی یا بیشترین بازشدگی حلقه‌ها هستند. نقاط $A', B', C'$ و $D'$ وسط بین یک جمع‌شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینه هستند. (نقاطی که اندازهٔ جابه‌جایی آن‌ها از وضعیت تعادل بیشینه است.) در نتیجه فاصلهٔ دو نقطه مانند $B$ و $B'$ برابر $\frac{\lambda}{۴}$ است.

$$\frac{\lambda}{۴} = ۲/۵cm \Rightarrow \lambda = ۱۰cm = ۰/۱m$$

$$v = \lambda f \Rightarrow f = \frac{۸۰}{۰/۱} = ۸۰۰Hz$$

**۱۸** ۱ ۲ ۳ ۴ آنچه از روی شکل مشخص است

دامنه $A_A = ۲A_B$

طول موج $\lambda_A = \frac{۱}{۲}\lambda_B \xrightarrow[\lambda \times \frac{۱}{f}]{\lambda = \frac{v}{f}} f_A = ۲f_B$

برای مقایسهٔ تراز شدت صوت از رابطهٔ $\Delta dB = ۱۰ \log \frac{I_۲}{I_۱}$ استفاده می‌کنیم که لازم است نسبت $\frac{I_۲}{I_۱}$ را بدانیم، از طرفی هم $I \propto f^{۲} \times A^{۲}$

پس:

$$\frac{I_۲}{I_۱} = (\frac{f_۲}{f_۱} \times \frac{A_۲}{A_۱})^{۲} \Rightarrow \frac{I_B}{A_A} = (\frac{f_۲}{f_۱} \times \frac{A_B}{A_A})^{۲} = (\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲})^{۲} = \frac{۱}{۱۶}$$

در نتیجه:

$$\Delta dB = ۱۰ \log \frac{I_B}{I_A} = ۱۰ \log \frac{۱}{۱۶} = ۱۰ \log ۲^{-۴} = -۴۰ \log ۲ = -۱۲dB$$

به‌صورتی که:

$$\Delta dB = \beta_B - \beta_A = -۱۲ \rightarrow \beta_A = \beta_B + ۱۲$$

**۱۹** ۱ ۲ ۳ ۴ تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\beta = ۱۰ \log \frac{I}{I_۰}$$

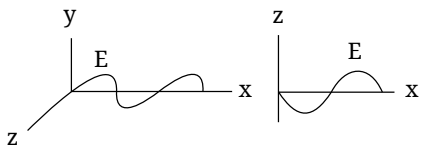
بنابراین تغییرات تراز شدت صوت برابر است با:

$$\beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰ \log \frac{I_۲}{I_۱} \Rightarrow -۱۲ = ۱۰ \log \frac{I_۲}{I_۱}$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_۲}{I_۱} = -۱/۲ = -۴ \log ۲ = \log ۲^{-۴} = \log \frac{۱}{۲^{۴}} = \log \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow \frac{I_۲}{I_۱} = \frac{۱}{۱۶}$$

بنابراین برای کاهش ۱۲ دسی‌بلی تراز شدت صوت باید شدت صوت $\frac{۱}{۱۶}$ شدت صوت اولیه شود؛ از آن‌جایی که $I = \frac{\overline{P}}{A} = \frac{\overline{P}}{۴\pi r^{۲}}$، بنابراین فاصله باید ۴ برابر شود.

**۲۰** ۱ ۲ ۳ ۴ با استفاده از قاعدهٔ دست راست، اگر چهار انگشت در جهت میدان الکتریکی طوری قرار گیرد که کف دست جهت میدان مغناطیسی را نشان دهد، در این صورت انگشت شست جهت انتشار مسیر را نشان می‌دهد. بنابراین در مکان $x = \frac{\lambda}{۴}$ که میدان مغناطیسی در جهت مثبت محور $y$ بیشینه است، میدان الکتریکی در این لحظه در خلاف جهت محور $z$ و بیشینه است.




**۲۱** ۱ ۲ ۳ ۴ چون دو طناب هم‌جنس هستند و قطر مقطع آن‌ها با هم برابر است، بنابراین مطابق رابطهٔ $\mu = \rho A$، جرم واحد طول آن‌ها با هم برابر است. مطابق شکل‌های سؤال داریم:

$$\lambda_B = ۲\lambda_C \quad (۱)$$

$$T_C = ۲T_B \xrightarrow{T=\frac{۱}{f}} f_B = ۲f_C \quad (۲)$$

$$v = \lambda f \Rightarrow \frac{v_B}{v_C} = \frac{\lambda_B}{\lambda_C} \times \frac{f_B}{f_C} \xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{v_B}{V_C} = ۴$$

باتوجه به رابطه‌ی مقدار متوسط توان انتقال انرژی در مدت زمان یک دوره تناوب داریم:

$$\overline{P} = ۲\pi^۲ A^۲ f^۲ \mu v \xrightarrow{\mu_B=\mu_C} \frac{\overline{P}_B}{\overline{P}_C} = \frac{A_B^۲ f_B^۲ v_B}{A_C^۲ f_C^۲ v_C} \xrightarrow[v_B=۴v_C]{A_B=۲A_C\ ,\ f_B=۲f_C} \frac{\overline{P}_B}{\overline{P}_C} = ۳^۲ \times ۲^۲ \times ۴ = ۱۴۴$$

**۲۲** ۱ ۲ ۳ ۴ برای پاسخ دادن به این سؤال به نکات زیر توجه کنید:

۱ — اگر جبهه های موج یکدیگر را قطع کنند، تندی چشمهٔ صوت بیشتر از تندی صوت است. گزینهٔ «۱»

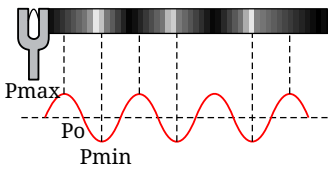
۲ — اگر فاصلهٔ جبهه‌های موج از یکدیگر هم‌اندازه باشد، چشمهٔ صوت ساکن است. گزینهٔ «۲»

۳ — اگر فاصلهٔ جبهه‌های موج در جلوی چشمه کمتر از فاصلهٔ جبهه‌های موج در عقب چشمه باشد، تندی چشمهٔ صوت کمتر از تندی صوت است. گزینهٔ «۳»

۴ — اگر جبهه های موج در جلوی چشمهٔ صوت مماس برهم باشند، تندی چشمهٔ صوت برابر تندی صوت است. گزینهٔ «۴»

بنابراین گزینهٔ «۳» درست است.

**۲۳** ۱ ۲ ۳ ۴




با توجه به نمودار فشار برحسب مکان، فاصلهٔ حداقل فشار و فشار عادی برابر $\frac{\lambda}{۴}$ است.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{۳۰۰}{۶۰۰} = ۰/۵m \Rightarrow \frac{\lambda}{۴} = ۱۲/۵cm$$

**۲۴** ۱ ۲ ۳ ۴ الف) نادرست است. زیرا تراکم جبهه‌های موج در همهٔ نقاط یکسان نیست.

ب) درست است. چون تراکم جبهه‌های موج در نقطهٔ $B$ بیشتر است، باید نقطهٔ $B$ جلوی حرکت چشمهٔ موج باشد. یعنی چشمهٔ صوت از $A$ به $B$ حرکت کرده است.

پ) نادرست است. تندی انتشار موج به محیط انتشار آن بستگی دارد.

چون نقطه‌های $A$ و $B$ در یک محیط واقع‌اند، $v_B = v_A$ است.

ت) درست است. چون تراکم موج‌ها در نقطهٔ $B$ بیشتر است، $\lambda_A > \lambda_B$ می‌باشد.

بنابراین، ۲ مورد از موارد داده شده درست است.

**۲۵** ۱ ۲ ۳ ۴ باتوجه به واکنش اول نتیجه می‌گیریم که در سری الکتروشیمیایی $A$ پایین‌تر از $C$ قرار دارد و در واکنش دوم $E^\circ$ منفی است. پس $C$ پایین‌تر از $B$ قرار دارد. در واکنش سوم هم $C$ پایین‌تر از $H_۲$ قرار دارد. اما نمی‌توانیم بگوییم که $B$ بالاتر از $H_۲$ قرار دارد یا پایین‌تر. در نتیجه دو حالت پیش می‌آید.

| حالت اول | حالت دوم | |
|---|---|---|
| $H_2$ | $B$ | |
| $B$ | $H_2$ | ترتیب کاهندگی : $A > C > B$ |
| $C$ | $C$ | ترتیب اکسندگی : $B^{2+} > C^{2+} > A^{2+}$ |
| $A$ | $A$ | |

**۲۶** ۱ ۲ **۳** ۴ به‌جز مورد سوم، بقیهٔ موارد نادرست‌اند.

$A^{2+} > B^{2+} > M^{+} > Y^{2+} \Rightarrow$ قدرت کاهندگی : $A < B < M < Y$ قدرت اکسندگی :

مورد اول: قدرت کاهندگی $B$ از ۲ کمتر است؛ بنابراین واکنش داده‌شده انجام نمی‌شود.

مورد دوم: $E^\circ$ هر دو فلز $A$ و ۲ بزرگ‌تر از صفر است و برای حفاظت کاتدی آهن مناسب نیستند، زیرا $E^\circ$ فلز آهن منفی است و در سلول گالوانی آهن با هر دو فلز، آهن نقش آند را خواهد داشت و خورده می‌شود.

مورد سوم: $E^\circ$ فلز منیزیم منفی است؛ از طرفی قدرت کاهندگی $A$ از $B$ کمتر است، بنابراین در سری الکتروشیمیایی، فاصلهٔ $Mg$ با $A$ بیشتر از $Mg$ با $B$ است درنتیجه سلول گالوانی حاصل از $Mg$ و $A$، ولتاژ بیشتری دارد.

| سری الکتروشیمیایی |
|---|
| A |
| B |
| M |
| Y |
| Mg |

مورد چهارم: با توجه به انجام‌پذیری واکنش $M + XCl_2 \rightarrow \cdots$، فلز $M$ کاهندهٔ قوی‌تری نسبت به $X$ است ولی مشخص نیست که قدرت کاهندگی فلز $B$ نسبت به $X$ چگونه است.

**۲۷** **۱** ۲ ۳ ۴ بررسی موارد:

آ) نادرست.

طول پیوند کربن – کربن در گرافیت کوتاه‌تر از طول پیوند کربن – کربن در الماس است.

ب) کاملاً صحیح است.

پ) درست. گرافیت به دلیل وجود پیوندهای دوگانه و داشتن رزونانس در یک لایه رسانای جریان برق است.

ت) درست.

**۲۸** **۱** ۲ ۳ ۴ همهٔ عبارت‌ها درست هستند.

در سلول سوختی «هیدروژن–اکسیژن» با اکسایش سوخت در آند، یون $H^+$ و الکترون به طرف کاتد جریان می‌یابند.

ورودی و خروجی قسمت آندی، گاز $H_2$ می‌باشد، در حالی‌که در قسمت کاتدی گاز $O_2$ وارد و $H_2O(g)$ خارج می‌شود.

$$\text{بازدهٔ سلول} = \frac{0/738}{1/23} \times 100 = \%60$$

$$\text{بازدهٔ سلول سوختی} \rightarrow \%60 \quad \text{بازدهٔ موتور درون‌سوز} \rightarrow \%20 \Rightarrow \frac{\text{اتلاف انرژی سلول سوختی}}{\text{اتلاف انرژی موتور درون سوز}} = \frac{\%40}{\%80} = \frac{1}{2}$$

**۲۹** ۱ ۲ ۳ **۴**

$$I)\ \underbrace{2Fe^{3+}(aq)}_{\text{اکسنده}} + \underbrace{Sn^{2+}(aq)}_{\text{کاهنده}} \rightarrow 2Fe^{2+}(aq) + Sn^{4+}(aq)$$

$$II)\ \underbrace{Cr(s)}_{\text{کاهنده}} + 3\underbrace{Fe^{3+}(aq)}_{\text{اکسنده}} \rightarrow Cr^{3+}(aq) + 3Fe^{2+}(aq)$$

گونه‌ای که اکسید شده است (عدد اکسایش آن زیاد شده است) کاهنده است و گونه‌ای که کاهیده شده است (عدد اکسایش آن کم شده است) اکسنده است. باتوجه به موازنهٔ دو واکنش، همهٔ موارد بیان شده صحیح هستند.

**۳۰** ۱ ۲ ۳ **۴** با انجام واکنش، گرما تولید شده و دمای محلول افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در این واکنش که به‌طور طبیعی رُخ می‌دهد، پایداری فرآورده‌ها بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها است؛ پس فلز مس پایدارتر از یون‌های مس می‌باشد.

۲) یون‌های $Cu^{2+}$ الکترون می‌گیرند (اکسنده) و شعاع آن‌ها بزرگ‌تر می‌شود.

۳) در این واکنش به ازای تولید ۳ مول $Cu(s)$ $(3 \times 64g)$، ۲ مول $Al(s)$ $(2 \times 27g)$ مصرف می‌شود، پس با گذشت زمان جرم مواد جامد درون ظرف افزایش خواهد یافت.

**۳۱** ۱ ۲ **۳** ۴ جرم کل مخلوط ۱۰۰ گرم است، پس جرم گاز اکسیژن موجود در ظرف برابر با ۶۴ گرم است. اگر جرم $CO$ و $CO_2$ موجود در مخلوط را به‌ترتیب $x$ و $y$

گرم در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\left.\begin{array}{l} g\,O = x\,g\,CO \times \frac{16\,g\,O}{28\,g\,CO} = \frac{4}{7}x\,g\,O \\ g\,O = y\,g\,CO_2 \times \frac{32\,g\,O}{44\,g\,CO_2} = \frac{8}{11}y\,g\,O \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l} \frac{4}{7}x + \frac{8}{11}y = 64 \\ x + y = 100 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 56g \\ y = 44g \end{array}$$

$$CaO(s) + CO_2(g) \rightarrow CaCO_3(s)$$

$$44gCO_2 \times \frac{1molCO_2}{44gCO_2} \times \frac{1mol\ CaCO_3}{1mol\ CO_2} \times \frac{100g\ CaCO_3}{1mol\ CaCO_3} = 100g\ CaCO_3$$

۳۲) ۱ ۲ ۳ ۴ به علت وجود پیوند دوگانه‌ای که به‌صورت الکترون‌های غیر مستقر در لایه‌های گرافیت تحرک دارد، گرافیت رسانای جریان برق است، گرافن نیز، تک لایه‌ای از گرافیت است که رسانایی الکتریکی دارد.

۳۳) ۱ ۲ ۳ ۴ نیم‌واکنش دارای $E^\circ$ کمتر، نیم‌واکنش آندی و نیم‌واکنش دارای $E^\circ$ بیشتر، نیم‌واکنش کاتدی خواهد بود.

اکاسیش (نیم‌واکنش آندی) : $Si(s) + 2H_2O(l) \rightarrow SiO_2(s) + 4H^+(aq) + 4e^-$

کاهش (نیم‌واکنش کاتدی) : $\dfrac{4H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 2H_2(g) + 4OH^-(aq)}{Si(s) + 2H_2O(l) \rightarrow SiO_2(s) + 2H_2(g)}$

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = -0/83 - (-0/84) = 0/01V$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ اول) درست؛ در هر دو فرآیند، در کاتد محیط بازی است، زیرا $OH^-$ تولید می‌شود.

گزینهٔ دوم) درست؛ در هر دو با مصرف آب، $H^+$ تولید می‌شود.

گزینهٔ سوم) درست؛ در این واکنش همانند سوختن هیدروژن در سلول سوختی، ۴ الکترون مبادله می‌شود؛ زیرا $Si$ با عدد اکسایش صفر، به عدد اکسایش $+4$ در $SiO_2$ رسیده است.

گزینهٔ چهارم) نادرست؛ در این سلول افزون بر سرعت، $emf$ و بازده ناچیز است و دلیل استفاده از آن برای تولید گاز هیدروژن، استفاده از نور خورشید به‌عنوان یک منبع انرژی پاک و تجدیدپذیر و ارزان می‌باشد.

۳۴) ۱ ۲ ۳ ۴

$$Mg(s) + CuSO_4(aq) \rightarrow MgSO_4(aq) + Cu(s)$$

اگر ۱ مول منیزیم مصرف شود، ۲۴ گرم از جرم تیغه کم می‌شود و در عوض ۱ مول مس تولید می‌شود که ۶۴ گرم به جرم تیغه می‌افزاید؛ بنابراین به ازای هر ۱ مول، ۴۰ گرم جرم تیغه زیاد می‌شود.

$$?mol\ e^- \text{ مبادله شده} = 2/4g \text{ افزایش جرم} \times \frac{1molMg}{40g \text{ افزایش جرم}} \times \frac{2mole^-}{1molMg} = 0/12mole^-$$

سلول گالوانی : $3Mg + 2Al^{3+} \rightarrow 2Al + 3Mg^{2+}$

$$x\ g\ Al = 0/12mol\ e^- \times \frac{2molAl}{6mol\ e^-} \times \frac{27g\ Al}{1mol\ Al} = 1/08gAl$$

۳۵) ۱ ۲ ۳ ۴ باتوجه به استاندارد بودن هر دو نیم‌سلول، غلظت آغازی هر دو محلول باید برابر یک مولار باشد (رد گزینه‌های ۳ و ۴) و از سوی دیگر باتوجه به واکنش کلی $Cu + 2Ag^+ \rightarrow Cu^{2+} + 2Ag$، تغییر غلظت یون $Ag^+$ در یک بازهٔ زمانی مشخص، دو برابر تغییر غلظت یون $Cu^{2+}$ است. (به دلیل دو برابر بودن ضرایب استوکیومتری).

۳۶) ۱ ۲ ۳ ۴ همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

۳۷) ۱ ۲ ۳ ۴ عبارت‌های (آ)، (ب) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت آ) اتم شمارهٔ «۱» الکترون از دست داده و اتم شمارهٔ «۲» الکترون دریافت کرده است. درنتیجه با توجه به این‌که اکسیژن نافلزی فعال است و الکترون دریافت می‌کند، اتم شمارهٔ «۱» اتم روی و اتم شمارهٔ «۲» اتم اکسیژن است.

عبارت ب) ماده‌ای که با گرفتن الکترون سبب اکسایش گونهٔ دیگر می‌شود، اکسنده و ماده‌ای که با دادن الکترون سبب کاهش گونهٔ دیگر می‌شود، کاهنده نام دارد. درنتیجه گاز اکسیژن با دریافت الکترون کاهش یافته و اکسنده است و فلز روی با از دست دادن الکترون، اکسایش یافته و کاهنده است.

عبارت پ) درست. نیم‌واکنش کاهش به‌صورت $O_2(g) + 4e^- \rightarrow 2O^{2-}(s)$ است.

عبارت ت) نادرست.

$$2Zn(s) + O_2(g) \rightarrow 2ZnO(s)$$

$$\text{تعداد الکترون‌ها} = 13gZn \times \frac{1molZn}{65gZn} \times \frac{2mole^-}{1molZn} \times \frac{6/02 \times 10^{23}e^-}{1mole^-} = 2/408 \times 10^{23}e^-$$

۳۸) ۱ ۲ ۳ ۴

$$2Al_2O_3(s) + 3C(s) \rightarrow 4Al(l) + 3CO_2(g)$$

برای تولید ۴ مول آلومینیم، ۱۲ مول الکترون مبادله می‌شود، پس خواهیم داشت:

$$?gAl = ۲٫۴۰۸ \times ۱۰^{۲۲} e^- \times \frac{۱\ mol\ e^-}{۶٫۰۲ \times ۱۰^{۲۳} e^-} \times \frac{۴\ mol\ Al}{۱۲\ mol\ e^-} \times \frac{۲۷\ g\ Al}{۱\ mol\ Al} = ۰٫۳۶\ g\ Al$$

$$?LCO_۲ = ۰٫۳۶\ g\ Al \times \frac{۱\ mol\ Al}{۲۷\ g\ Al} \times \frac{۳\ mol\ CO_۲}{۴\ mol\ Al} \times \frac{۴۴\ g\ CO_۲}{۱\ mol\ CO_۲} \times \frac{۱\ LCO_۲}{۱٫۵\ g\ CO_۲} \simeq ۰٫۳\ LCO_۲$$

**۳۹** ۱ ۲ **۳** ۴ به‌جز عبارت (پ)، بقیه عبارت‌ها درست‌اند.

آ) ترکیب $Fe_۲O_۳$ سرخ‌رنگ است.

$$۴۶٫۲gSiO_۲ \times \frac{۱molSiO_۲}{۶۰gSiO_۲} \times \frac{۱molSi}{۱molSiO_۲} \times \frac{۲۸gsi}{۱molSi} = ۲۱٫۵۶gSi$$

پ) در ۱۰۰ گرم این خاک رس، ۱۳٫۳۲ گرم آب وجود دارد که با خارج شدن از آن، جرم مواد باقی‌مانده به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$۱۰۰ - ۱۳٫۳۲ = ۸۶٫۶۸g$$

$$\%Al_۲O_۳ = \frac{۳۷٫۷۴}{۸۶٫۶۸} \times ۱۰۰ \simeq ۴۳٫۵۴$$

ت) $Al_۲O_۳$ و $Na_۲O$ هر دو ترکیب یونی هستند و الگوی ساختاری مشابه دارند.

**۴۰** ۱ ۲ **۳** ۴ در ساختار سیلیس، هر اتم سیلیسیم به چهار اتم اکسیژن متصل شده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱)

کلسیم سیلیکات : $Ca_۲SiO_۴$ $\quad \frac{\text{کاتیون}}{\text{آنیون}} = \frac{۲}{۱} = ۲$

سدیم سولفات : $Na_۲SO_۴$ $\quad \frac{\text{کاتیون}}{\text{آنیون}} = \frac{۲}{۱} = ۲$

۳) به‌طور کلی هر چه میانگین آنتالپی پیوند کمتر باشد، سختی ترکیب نیز کمتر است.

۴) در ساختار سیلیسیم کربید هر اتم کربن با چهار پیوند اشتراکی به چهار اتم سیلیسیم متصل شده و شبکه غول‌آسائی را به وجود می‌آورد.

**۴۱** ۱ ۲ ۳ **۴** به جز عبارت (آ)، بقیه عبارت‌ها نادرست‌اند.

آ) اگر فلز $A$ بتواند کاتیون $C^{m+}$ را از محلولش خارج کند به این معنی است که $A$ با دادن الکترون به کاتیون $C^{m+}$ آن را به صورت عنصر آزاد $C$ درمی‌آورد. به عبارت دیگر $A$ در نقش کاهنده، یون $C^{m+}$ را کاهش می‌دهد؛ پس قدرت کاهندگی $A$ از $C$ بیش‌تر است.

ب) از آن‌جا که در سلول گالوانی $(B - D)$ نیم‌واکنش اکسایش در سطح الکترود $B$ انجام می‌شود می‌توان دریافت که الکترود $B$ نقش آند (قطب منفی) را دارد و الکترود $D$ نقش کاتد (قطب مثبت) را ایفا می‌کند؛ بنابراین اگر الکترود $B$ را به قطب (+) ولت‌سنج و الکترود $D$ را به قطب (-) ولت‌سنج وصل کنیم، روی صفحهٔ نمایش آن عددی منفی ظاهر خواهد شد.

پ) در جدول $E^\circ$، جایگاه $Zn$ پایین‌تر از $Cu$ است. یعنی $Zn$ به $Cu^{۲+}$ الکترون می‌دهد نه به $Zn^{۲+}$. پس اگر تیغه‌ای مسی را در محلول $Zn^{۲+}$ (محلول $ZnSO_۴$) قرار دهیم هیچ اتفاقی نمی‌افتد!

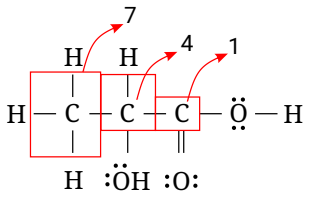
جدول $E^\circ$
$Cu^{۲+} / Cu$
$Zn^{۲+} / Zn$
افزایش $E^\circ$

ت) جایگاه سه عنصر $Al$، $Pt$ و $Fe$ در جدول $E^\circ$ به صورت زیر است:

با توجه به این جدول می‌توان گفت که $Al$ با $Fe^{۲+}$ واکنش می‌دهد. ($Al$ می‌تواند آهن را از محلول $FeCl_۲$ خارج کند) اما $Pt$ با $Fe^{۲+}$ واکنش نمی‌دهد ($Pt$ نمی‌تواند آهن را از محلول $FeCl_۲$ خارج کند).

جدول $E^\circ$
$Pt^{۲+} / Pt$
$Fe^{۲+} / Fe$
$Al^{۳+} / Al$
افزایش $E^\circ$

**۴۲** ۱ ۲ **۳** ۴ الکترون‌های اشتراکی به اتم نافلزتر نسبت داده می‌شود.




**۴۳** ۱ ۲ ۳ ۴ نیم‌واکنش‌های انجام‌شده در برقکافت سدیم کلرید مذاب به‌شکل زیر است:

نیم‌واکنش کاهش در کاتد - قطب منفی : $۲Na^{+}(l) + ۲e^{-} \rightarrow ۲Na(l)$

نیم‌واکنش اکسایش در آند - قطب مثبت : $۲Cl^{-}_{۲}(l) \rightarrow Cl_{۲}(g) + ۲e^{-}$

در این فرآیند و در اطراف آند، گاز زرد رنگ کلر ($Cl_{۲}$) تولید می‌گردد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) در فرآیند استخراج منیزیم از آب دریا، در مرحلهٔ نخست و برای ایجاد رسوب دارای فلز منیزیم، به آب دریا یون هیدروکسید می‌افزایند.

۳) یکی از فرآورده‌های جانبی در واکنش هال، گاز کربن‌دی‌اکسید ($CO_{۲}$) است.

۴) در آبکاری، جسمی که قرار است آبکاری شود، به قطب منفی باتری (کاتد) وصل می‌گردد.

**۴۴** ۱ ۲ ۳ ۴ افزایش جرم تیغهٔ روی و کاهش جرم تیغهٔ مس، تأثیری بر جریان الکتریکی عبوری از لامپ نخواهد داشت.