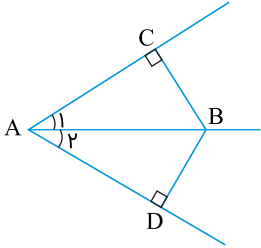


۱



$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ \\ AB = AB \text{ (وتر مشترک)} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ نیمساز} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{و.ز}} \triangle ACB \cong \triangle ABD \Rightarrow CB = BD$$

الف ۲

$$a^2 = 8^2 + 3^2 \Rightarrow a^2 = 64 + 9 \Rightarrow \sqrt{a^2} = \sqrt{73} \Rightarrow a = \sqrt{73}$$

ب

$$x = 180 - (90 + 120) = 60$$

$$y = 180 - (45 + 90) = 180 - 135 = 45^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} OB = OD \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{شعاع‌های دایره} \\ \text{زاویه‌های متقابل به رأس} \end{array} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه تند}} \triangle OAB \cong \triangle ODC$$

۳

۴

می‌دانیم شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است، پس  $OP \perp Q$  قائم‌الزاویه است.

$$a^2 = 15^2 + 8^2 \Rightarrow a^2 = 225 + 64 \Rightarrow a^2 = 289 \Rightarrow a = 17$$

پاسخ سؤالات ۵ تا ۶

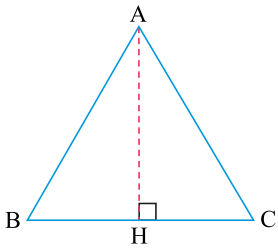
هم‌نهشت ۵

نصف ۶

۷ چون دو مثلث هم‌نهشت هستند، لذا داریم:

$$4x + 7 = 15 \Rightarrow x = 2$$

$$2y = 3y - 3 \Rightarrow y = 3$$



$\begin{cases} \overline{AB} = \overline{AC} & \text{ساق‌های مثلث متساوی‌الساقین} \\ \overline{AH} = \overline{AH} & \text{ضلع مشترک} \end{cases}$

$\xrightarrow[\text{وتر و یک ضلع}]{\text{بنا به حالت}} \triangle ABH \cong \triangle AHC$

۷

۸

پاسخ سؤالات ۹ تا ۱۰

۹ نادرست

۱۰ نادرست

پاسخ سؤالات ۱۱ تا ۱۲

۱۱ ض ز ض

۱۲ مساوی یا برابر

۱۳ الف نادرست

ب نادرست

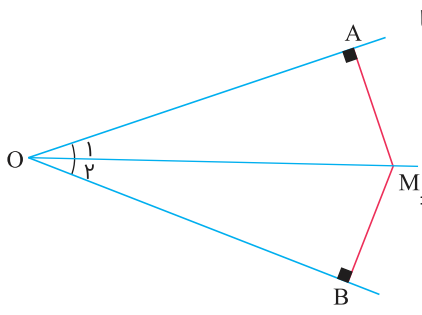
پاسخ سؤال ۱۴

۱ ۱۴

ضلع مشترک  $OM = OM$

$\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$

$\overline{MA} = \overline{MB}$



پس دو مثلث به حالت وتر و ضلع قائمه همنهشت هستند، پس سایر اجزای متناظر آنها نیز برابر است.

$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow OM$  نیمساز  $\hat{O}$  است

پاسخ سوالات ۱۶ تا ۱۷

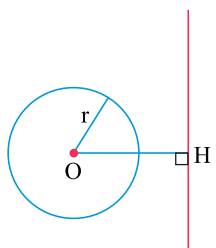
۱۶ درست

۱۷ نادرست

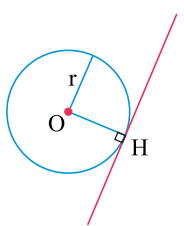
پاسخ سؤال ۱۸

۱۸ مماس

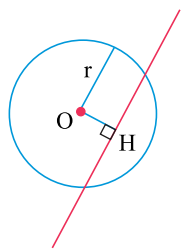
۱۹



شکل ۱

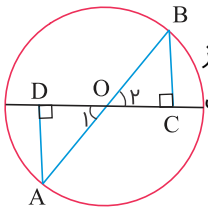


شکل ۲



شکل ۳

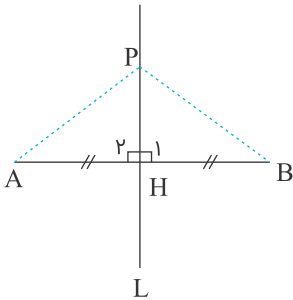
حالت اول: خط و دایره هیچ نقطه مشترکی ندارند.  $OH > r$  (شکل ۱)  
 حالت دوم: خط و دایره یک نقطه تماس دارند (مماس).  $OH = r$  (شکل ۲)  
 حالت سوم: خط و دایره دو نقطه تماس دارند.  $OH < r$  (شکل ۳)



و  $OBC$  مثلث‌های قائم‌الزاویه هستند و  $OA = OB$  است؛ چون  $OA$  و  $OB$  شعاع‌های دایره و از طرفی وترهای مثلث‌ها می‌باشند. از طرفی  $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ ، چون متقابل به رأس هستند. پس دو مثلث به حالت برابری (وتر و زاویه حاده) هم‌نهشت‌اند و سایر اجزای آن‌ها برابرند.

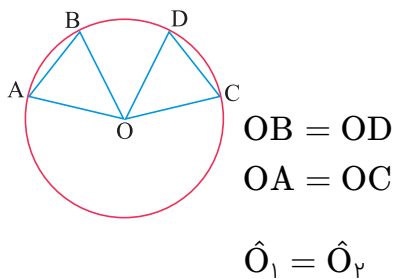
$$\begin{cases} OD = OC \\ AD = BC \\ \hat{A} = \hat{B} \end{cases}$$

با در نظر گرفتن  $AB$  و عمودمنصف  $L$  و نقطه  $P$  روی عمودمنصف کافی است از  $P$  به نقاط  $A$  و  $B$  وصل کنیم تا دو مثلث قائم‌الزاویه  $\triangle APH$  و  $\triangle BPH$  را مورد بررسی قرار دهیم.



$$\left. \begin{array}{l} AH = BH \text{ چون } L \text{ عمودمنصف است} \\ PH = PH \text{ ضلع مشترک} \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \end{array} \right\}$$

بنابراین دو مثلث به حالت برابری (ض ز ض) هم‌نهشت و در نتیجه اجزای متناظر دیگر مانند  $PA$  و  $PB$  برابر می‌باشند.



$$OB = OD$$

$$OA = OC$$

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

شعاع‌های دایره  
شعاع‌های دایره  
چون که زاویه‌های مرکزی روبه‌رو  
به کمان‌های مساوی هستند

$$\xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle OAB \cong \triangle OCD$$

$$\xrightarrow{\text{تساوی اجزا}} \overline{AB} = \overline{CD}$$

الف) زاویه قائمه

ب) هم‌مساحت

پ) نیمساز

ت) دو وتر

پاسخ سؤال ۲۴

نیمساز

الف

نادرست - تساوی سه زاویه از حالت‌های همنهشتی نیست.

درست

در دو مثلث OAM و OBN داریم:

$$OM = ON \text{ شعاع‌های دایره کوچک}$$

$$OA = OB \text{ شعاع‌های دایره بزرگ}$$

مثلث‌ها قائم‌الزاویه‌اند و به حالت (وتر و ضلع قائمه) همنهشت می‌باشند.

$$\text{فرض : } \begin{cases} \text{مرکز دایره است } O \\ OA = OB \\ OC = OD \end{cases} \Rightarrow \text{حکم : } \triangle OAD \cong \triangle OCB$$

$$\begin{cases} \text{شعاع دایره } OA = OB \\ \text{شعاع دایره } OC = OD \\ \text{متقابل به رأس } \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle OAD \cong \triangle OBC$$

$$\triangle OAM, \triangle OBN \begin{cases} \hat{M} = \hat{N} = 90^\circ \\ \text{شعاع دایره } OA = OB \\ \text{زاویه مشترک } \hat{O} = \hat{O} \end{cases}$$

$$\triangle OAM \cong \triangle OBN$$

خط مماس در نقطه تماس بر شعاع دایره عمود است:  $\hat{B} = 90^\circ$

$$\hat{O} = 180 - (90 + 32) = 58$$

چون زاویه  $O$  مرکزی است و رو به کمان  $\widehat{BD}$ :

$$\hat{O} = \widehat{BD} = 58$$

طبق قضیه فیثاغورس:

$$OA^2 = AB^2 + BO^2 \Rightarrow 13^2 = AB^2 + 5^2$$

$$\Rightarrow 169 - 25 = AB^2 \Rightarrow 144 = AB^2 \Rightarrow AB = 12$$

شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است، پس:

$$x = 90 - 20 = 70$$

$$y^2 = 1^2 + 3^2 \Rightarrow y^2 = 10 \Rightarrow y = \sqrt{10}$$

$$3x + 3 = 9 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

$$3z = 7 \Rightarrow z = \frac{7}{3}$$

$$5y = 15 \Rightarrow y = \frac{15}{5} = 3$$

پاسخ سؤال ۳۲

درست

درست

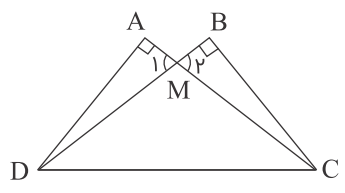
الف

$OA = OB = R$   
 $OM = OM$  (وتر) مشترک  
 $\hat{M}A = \hat{M}B = 90^\circ$

$\left. \begin{array}{l} OA = OB = R \\ OM = OM \text{ (وتر) مشترک} \\ \hat{M}A = \hat{M}B = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وض}} \triangle OAM \cong \triangle OBM$

$\Rightarrow AM = BM$

باتوجه به سؤال  $DM = CM$  و ضلع‌های  $DM$  و  $CM$  وترهای دو مثلث قائم‌الزاویه  $ADM$  و  $BCM$  هستند و از طرفی  $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$  چون متقابل به رأس هستند، پس این دو مثلث با داشتن وتر برابر و زاویه حاده برابر به حالت (وتر و زاویه حاده) همنهشت‌اند.



۳۶ الف درست

پاره‌خط  $AB$  را رسم می‌کنیم و خط  $d$  را از وسط آن (پاره‌خط  $AB$ ) بر آن عمود می‌کنیم، سپس یک نقطه دلخواه مثل  $M$  را روی این خط یعنی عمودمنصف  $AB$  انتخاب می‌کنیم و از  $M$  به دو سر پاره‌خط یعنی به  $A$  و  $B$  وصل می‌کنیم. اکنون همنهشتی دو مثلث  $MHB$  و  $MHA$  را ثابت می‌کنیم:

$AH = BH$  چون  $d$  وسط  $AB$   
 $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$  چون  $d$  عمود بر  $AB$   
 $MH = MH$  ضلع مشترک

$\left. \begin{array}{l} AH = BH \text{ چون } d \text{ وسط } AB \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \text{ چون } d \text{ عمود بر } AB \\ MH = MH \text{ ضلع مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle AMH \cong \triangle BMH$

$\xrightarrow{\text{تساوی اجزا}} AM = MB$

