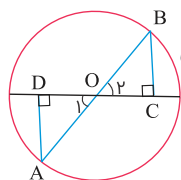


۱ بله؛ چون اضلاعش در رابطه فیثاغورس صدق می‌کند.

$$(\sqrt{13})^2 = 2^2 + 3^2 \Rightarrow 13 = \underbrace{4 + 9}_{13} \Rightarrow 13 = 13$$



۲ ODA و OBC مثلث‌های قائم‌الزاویه هستند و $OA = OB$ است؛ چون OA و OB شعاع‌های دایره و از طرفی وترهای مثلث‌ها می‌باشند. از طرفی $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ ، چون متقابل به رأس هستند. پس دو مثلث به حالت برابری (وتر و زاویه حاده) همنهشت‌اند و سایر اجزای آن‌ها برابرند.

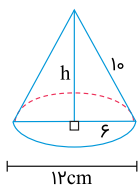
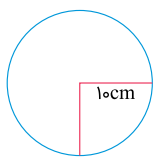
$$\begin{cases} OD = OC \\ AD = BC \\ \hat{A} = \hat{B} \end{cases}$$

پاسخ سؤالات ۳ تا ۴

۳ ض ز ض

۴ مساوی یا برابر

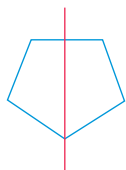
۵ بعد از ساخت مخروط، شعاع دایره برابر با مولد مخروط می‌باشد.



$$h^2 = 10^2 - 6^2 \Rightarrow h^2 = 100 - 36$$

$$\Rightarrow h^2 = 64 \Rightarrow h = 8 \text{ cm}$$

نام شکل	دایره	۵ ضلعی منتظم
تعداد محور تقارن	بی‌شمار	پنج
مرکز تقارن (دارد، ندارد)	دارد	ندارد

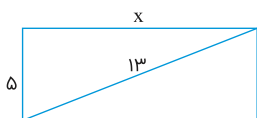


پاسخ سؤالات ۷ تا ۸

۷ موازی

۸ ۳۶۰ درجه

۹ ابتدا باید طول مستطیل را از رابطه فیثاغورس به دست آوریم.



$$x^2 = 13^2 - 5^2 \Rightarrow x^2 = 169 - 25 \Rightarrow x^2 = 144 \Rightarrow x = 12$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مستطیل} = 5 \times 12 = 60 \text{ cm}^2$$

$$\widehat{BC} = 2 \times \widehat{A} = 2 \times 70^\circ = 140^\circ$$

$$\widehat{BOC} = \widehat{BC} = 140^\circ$$

$$\widehat{EG} = z = 2 \times 80^\circ = 160^\circ$$

$$\widehat{EOG} = \widehat{O_1} = \widehat{EG} = 160^\circ$$

$$\widehat{FEG} = \frac{\widehat{FG}}{2} = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$$

$$\widehat{FE} = y = 360^\circ - (160^\circ + 140^\circ) = 360^\circ - 300^\circ = 60^\circ$$

$$\widehat{M} = (180^\circ - 150^\circ) + (180^\circ - 110^\circ) = 30^\circ + 70^\circ = 100^\circ$$

$$\widehat{P} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

۱۰ الف

ب

۱۱ الف

ب

باتوجه به اینکه چهار ضلعی متوازی‌الاضلاع است، زاویه‌های روبه‌رو باهم برابرند.

$$(n - 2) \times 180^\circ = 1800^\circ$$

$$n - 2 = \frac{1800}{180} = 10 \Rightarrow n - 2 = 10 \Rightarrow n = 12$$

دوازده ضلعی منتظم است.

ب

$$\frac{1800}{12} = 150^\circ$$

پ، چون تعداد ضلع‌هایش زوج است. نقطه‌ای درون شکل قرار دارد که اگر این شکل را حول آن نقطه ۱۸۰ درجه دوران دهیم، قرینه شکل روی خودش منطبق می‌شود.

پ

ت ۱۲ تا

$$\frac{360}{12} = 30^\circ \text{ یا } 180 - 150 = 30^\circ$$

ث

نادرست

ب

نادرست

پ

درست

ت

نادرست

پاسخ سؤالات ۱۴ تا ۱۶

۱۴

درست

۱۵

نادرست - باهم موازی هستند.

۱۶

درست

پاسخ سؤالات ۱۷ تا ۱۹

۱۷

بسته - رأس‌ها

۱۸

موازی

۱۹

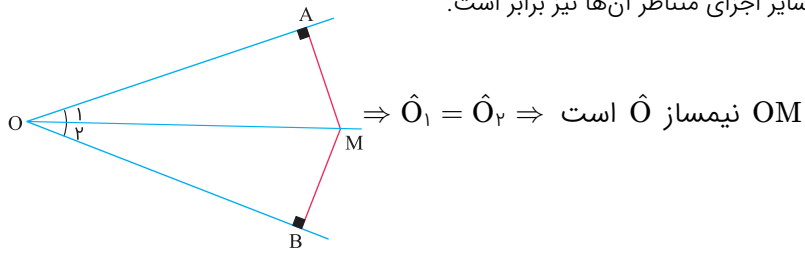
$a \parallel c$

ضلع مشترک $OM = OM$

$$\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$$

$$\overline{MA} = \overline{MB}$$

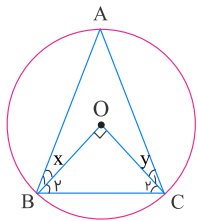
پس دو مثلث به حالت وتر و ضلع قائمه همنهشت هستند، پس سایر اجزای متناظر آنها نیز برابر است.



$$\Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow OM \text{ نیمساز } \hat{O} \text{ است}$$

$$\triangle OAM, \triangle OBN \begin{cases} \hat{M} = \hat{N} = 90^\circ \\ OA = OB \text{ شعاع دایره} \\ \hat{O} = \hat{O} = \text{زاویه مشترک} \end{cases}$$

$$\triangle OAM \cong \triangle OBN \text{ و ز}$$



$$\hat{O} = 90^\circ = \widehat{BC} \text{ مرکزی}$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{90}{2} \Rightarrow \hat{A} = 45^\circ$$

$$\triangle OBC : \hat{O} = 90^\circ \Rightarrow \hat{B}_r + \hat{C}_r = 90^\circ$$

$$\triangle ABC : \hat{A} = 45 \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 180 - 45 = 135 \Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{B}_r + \hat{C}_1 + \hat{C}_r = 135 \Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 135 - 90 = 45 \Rightarrow x + y = 45^\circ$$

۲۳ خیر، موازی نیستند، چون اگر موازی باشند، زاویه‌های تند و باز مکمل یکدیگر خواهند بود.

$$165^\circ + 25^\circ = 190^\circ$$

$$190^\circ \neq 180^\circ$$

الف نادرست.

ب درست. رابطه $(\sqrt{5})^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2$ بین اضلاع برقرار است.

در دو مثلث OBN و OAM داریم:

$$OM = ON \text{ شعاع‌های دایره کوچک}$$

$$OA = OB \text{ شعاع‌های دایره بزرگ}$$

مثلث‌ها قائم‌الزاویه‌اند و به حالت (وتر و ضلع قائمه) هم‌نهشت می‌باشند.

می‌دانیم مجموع زاویه‌های خارجی هر n ضلعی منتظم 360° درجه است. پس برای به دست آوردن تعداد رأس‌ها یا اضلاع فقط کافی است 360° درجه را بر ۴۵ تقسیم کنیم؛ می‌شود ۸.

$$\frac{360^\circ}{n} = \text{هر زاویه خارجی یک } n \text{ ضلعی منتظم}$$

$$\Rightarrow \frac{360^\circ}{n} = 45^\circ \Rightarrow n = \frac{360^\circ}{45^\circ} = 8$$

هر n ضلعی منتظم به تعداد اضلاعش محور تقارن دارد، پس این ۸ ضلعی منتظم ۸ تا محور تقارن دارد.

رابطه فیثاغورس:

$$(\text{وتر})^2 = (\text{ضلع قائمه دوم})^2 + (\text{ضلع قائمه اول})^2$$

$$x^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow x^2 = 36 + 64 \Rightarrow x^2 = 100 \Rightarrow x = 10$$

$$17x + 5 + 8x = 180 \Rightarrow 25x = 175 \Rightarrow x = \frac{175}{25} = 7$$

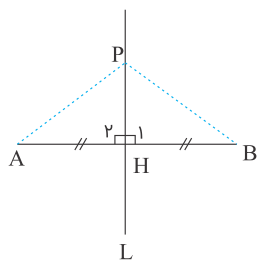
$$5x - 20 = 3x \Rightarrow 5x - 3x = 20 \Rightarrow 2x = 20 \Rightarrow x = 10$$

$$a^2 = 8^2 + 3^2 \Rightarrow a^2 = 64 + 9 \Rightarrow \sqrt{a^2} = \sqrt{73} \Rightarrow a = \sqrt{73}$$

$$x = 180 - (90 + 130) = 60$$

$$y = 180 - (45 + 90) = 180 - 135 = 45^\circ$$

با در نظر گرفتن AB و عمودمنصف L و نقطه P روی عمودمنصف کافی است از P به نقاط A و B وصل کنیم تا دو مثلث قائم‌الزاویه $\triangle APH$ و $\triangle BPH$ را مورد بررسی قرار دهیم.

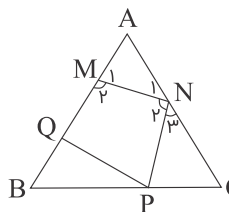


$$\left. \begin{array}{l} AH = BH \text{ چون } L \text{ عمودمنصف است} \\ PH = PH \text{ ضلع مشترک} \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \end{array} \right\}$$

بنابراین دو مثلث به حالت برابری (ض ز ض) هم‌نهشت و در نتیجه اجزای متناظر دیگر مانند PA و PB برابر می‌باشند.

$\triangle ABC$ متساوی‌الاضلاع است، پس:

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$$



$$\triangle AMN : \begin{cases} \hat{M}_1 + \hat{M}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{M}_1 = 80^\circ \\ \hat{A} + \hat{M}_1 + \hat{N}_1 = 180^\circ \Rightarrow 60^\circ + 80^\circ + \hat{N}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{N}_1 = 40^\circ \end{cases}$$

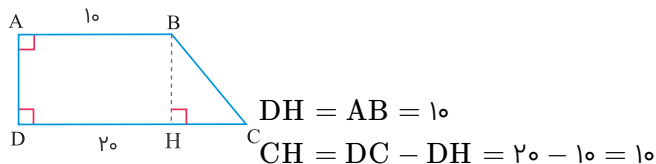
$$\triangle CNP : \hat{N}_1 + \hat{N}_2 + \hat{N}_3 = 180^\circ \Rightarrow 40^\circ + 70^\circ + \hat{N}_3 = 180^\circ \Rightarrow \hat{N}_3 = 70^\circ$$

$$S = \frac{(AB + CD) \times AD}{2}$$

$$\Rightarrow 90 = \frac{(10 + 20) \times AD}{2} \Rightarrow 180 = 30 \times AD$$

$$\Rightarrow AD = 6$$

از رأس B عمودی بر CD وارد می‌کنیم به نام BH که با AD برابر است.
در مثلث قائم‌الزاویه BCH:



$$BC^2 = BH^2 + CH^2 \Rightarrow BC^2 = 6^2 + 10^2 \Rightarrow BC^2 = 36 + 100$$

$$\Rightarrow BC^2 = 136 \Rightarrow BC = \sqrt{136}$$

پاسخ سؤالات ۳۲ تا ۳۴

۳۲ درست

۳۳ نادرست

۳۴ نادرست

۳۵ الف ۳ محور تقارن

ب ۵ محور تقارن

۳۶

$$\left. \begin{array}{l} (22 - 2) \times 180 = 3600 \\ 360 \div 10 = 36 \end{array} \right\} \Rightarrow 3600 \div 36 = 100 \text{ برابر}$$

۳۷ الف زاویه قائمه

ب هم‌مساحت

پ نیمساز

ت دو وتر

۳۸

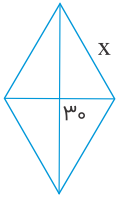
نادرست - فقط چندضلعی‌های منتظم با تعداد اضلاع زوج مرکز تقارن دارند.

ب درست

پ درست

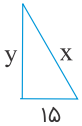
ت نادرست

$$\text{محیط لوزی} = 4 \times \text{یک ضلع} \Rightarrow 100 = 4 \times x \Rightarrow x = 25$$



قطرهای لوزی همدیگر را نصف می‌کنند.

باتوجه به شکل زیر، می‌توان با استفاده از رابطه فیثاغورس نصف قطر بزرگ را به دست آورد.



$$x^2 = y^2 + 15^2 \Rightarrow 25^2 = y^2 + 15^2 \Rightarrow 625 = y^2 + 225 \Rightarrow 625 - 225 = y^2 \Rightarrow 400 = y^2 \Rightarrow y = 20$$

قطر بزرگ لوزی برابر است با:

$$2 \times 20 = 40$$

$$S = \frac{\text{قطر کوچک} \times \text{قطر بزرگ}}{2} \Rightarrow S = \frac{30 \times 40}{2} = \frac{1200}{2} = 600$$

الف) \Leftarrow ۲) دوزنقه

ب) \Leftarrow ۴) منتظم

پ) \Leftarrow ۳) مربع

ت) \Leftarrow ۱) مقعر

$$\hat{O} = 180 - (90 + 32) = 58$$

چون زاویه O مرکزی است و رو به کمان \widehat{BD} :

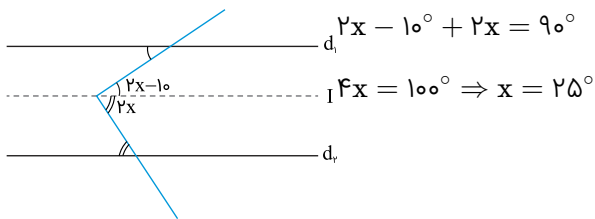
$$\hat{O} = \widehat{BD} = 58$$

طبق قضیه فیثاغورس:

$$OA^2 = AB^2 + BO^2 \Rightarrow 13^2 = AB^2 + 5^2$$

$$\Rightarrow 169 - 25 = AB^2 \Rightarrow 144 = AB^2 \Rightarrow AB = 12$$

خط I را موازی با d_1 و d_2 رسم می‌کنیم.



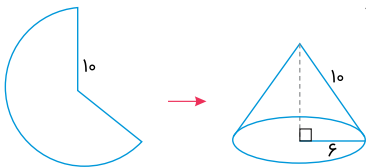
$$3x - 12 = 108 - 2x$$

$$5x = 120^\circ \Rightarrow x = 24^\circ$$

$$3x - 12 = 3(24) - 12 = 72 - 12 = 60^\circ$$

$$y = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$x^2 = 10^2 - 6^2 \Rightarrow x^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow x = 8$$



پاسخ سؤالات ۴۵ تا ۴۶

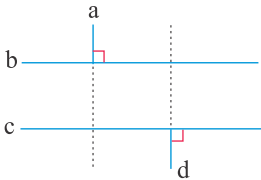
۴۷ اندازه هر زاویه داخلی یک n ضلعی منتظم:

$$\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n} = \frac{(12-2) \times 180^\circ}{12} = 150^\circ$$

اندازه هر زاویه خارجی یک n ضلعی منتظم:

$$\frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{20} = 18^\circ$$

$$150^\circ - 18^\circ = 132^\circ$$



۴۸ a و d باهم موازی می‌شوند:

۴۹

$$\text{اندازه هر زاویه داخلی} : \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n} = \frac{(12-2) \times 180^\circ}{12} = 150^\circ$$

$$\text{اندازه هر زاویه خارجی} : \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

پاسخ سؤالات ۵۰ تا ۵۱

۵۰ نادرست

۵۱ درست