

۱. عددهای مرکب تمام مضرب‌هایشان مرکب است.

۱

$$\left(\frac{1}{8} + \frac{7}{8}\right) + \left(\frac{1}{9} + \frac{8}{9}\right) + \dots + \left(\frac{1}{101} + \frac{100}{101}\right) = \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{\text{تا } (101-8+1)} = 94$$

۲

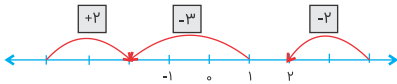
۳. مستطیل $S = (3a + 1) \times 2(a + 1) = 6a^2 + 8a + 2$

۳

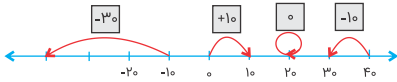
دایره $S = (a + 1)^2 \times 3 = (a + 1)(a + 1) \times 3 = 3a^2 + 6a + 3$

رنگی $S = 6a^2 + 8a + 2 - (3a^2 + 6a + 3) = 3a^2 + 2a - 1$

۴ الف



ب



۵. دوقلو، (۱۳ و ۱۱)

۵

۶ الف

۱۳۰ ۱۳۱ ۱۳۲ ۱۳۳ ۱۳۴ ۱۳۵ ۱۳۶ ۱۳۷ ۱۳۸ ۱۳۹ ۱۴۰
 ۱۴۱ ۱۴۲ ۱۴۳ ۱۴۴ ۱۴۵ ۱۴۶ ۱۴۷ ۱۴۸ ۱۴۹ ۱۵۰
 ۱۵۱ ۱۵۲ ۱۵۳ ۱۵۴ ۱۵۵ ۱۵۶ ۱۵۷ ۱۵۸ ۱۵۹ ۱۶۰

ب. اولین: ۱۴۰ آخرین: ۱۴۳

ب

پ. اولین: ۱۴۰ آخرین: ۱۴۳

پ

چهار عدد اول بین این دو عدد وجود دارد:

۱۲۷, ۱۳۱, ۱۳۷, ۱۳۹

۷. برای عدد ۵- کاری نمی‌توانیم انجام دهیم ولی برای بقیه اعداد سعی می‌کنیم علامتشان را مثبت کنیم.

$$-5 (-) (-6) (+) (+3) (-) (-9) = -5 + 6 + 3 + 9 = 13$$

۸

$$3 - (4 - (-1)^2) - 4 \times 3 \div 4 = 3 - 3 - 4 \times 3 \div 4$$

$$= 3 - 3 - 12 \div 4 = 3 - 3 - 3 = -3$$

۹

$$-3 \times (2 - 9 \times 2) - (10 - 1) = -3 \times (-16) - 9 = 48 - 9 = 39$$

۱۰

$$7 \times (36 \div 4) = 7 \times 9 = 63$$

۱۱

$$4 \times 5^2 - 8 + 3(3 - 2) = 4 \times 5^2 - 8 + 3 = 100 - 8 + 3 = 95$$

۱۲

$$(2 \times 0^2)^3 \div 7 - 3 \times (5 \times 2) = 0 \div 7 - 3 \times 10 = -30$$

۱۳

$$4 \times 5^2 \div 25 - ((-1)^2 - (-1)^0) = 4 - (1 - (-1)) = 4 - 2 = 2$$

۱۴

$$(10 \times (2 \times 3 + 4)) \div 1^3 = 10 \times 10 \div 1 = 100$$

۱۵

$$\frac{56}{88} = \frac{7}{11} \Rightarrow (7, 11) = 1 \Rightarrow \frac{7 \times m}{11 \times m} \Rightarrow [7m, 11m] = 7 \times 11 \times m = 1771 \Rightarrow m = 23 \Rightarrow \frac{7 \times 23}{11 \times 23} = \frac{161}{253}$$

۱۶

$$\begin{array}{r} \frac{-3}{5} \\ \frac{3}{5} \end{array} \begin{array}{r} \frac{-3}{-5} \\ \frac{3}{5} \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{-3}{-4} \\ \frac{3}{4} \end{array} \begin{array}{r} \frac{-3}{-4} \\ \frac{3}{4} \end{array}$$

۱۷

در این مسائل باید از کوچک‌ترین کسر شروع کرد و با دو روش "دور در دور نزدیک در نزدیک" و "مخرج مشترک" کسر را ساده نمود.

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{13}{4}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{4}{13}} = 1 + \frac{1}{\frac{17}{13}} = 1 + \frac{13}{17} = \frac{30}{17}$$

۱۸

سن هادی مجهول سؤال است؛ در نتیجه:

$$3x + 11 = 37 + x \Rightarrow 2x = 26 \Rightarrow x = 13$$

بنابراین هادی اکنون ۱۳ سال دارد.

الف ۱۹

$$2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}} = 2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{2}{3}}} = 2 - \frac{1}{2 - \frac{3}{4}} = 2 - \frac{4}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

ب

$$\frac{2 - \frac{1}{3 - \frac{1}{9}}}{\frac{1 - \frac{2}{5}}{1 - \frac{2}{2 + \frac{1}{5}}}} = \frac{2 - \frac{1}{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{5}} = \frac{2 - \frac{3}{2}}{\frac{2}{5}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{4} = \frac{7 \times 5 \times 19}{3 \times 24} = \frac{665}{72}$$

۲۰

$$(4x - 5)(3x + 4) - (24x^2 + 10x) = 24x^2 + 32x - 15x - 20 - 24x^2 - 10x = 7x - 20$$

۱, ۲, ۳, ۴, ..., ۱۲۰

سپس عددهای زوج از ۴ تا ۱۲۰ که تعداد آنها ۵۹ تا است، خط می‌خورند. حال نوبت عدد ۳ و حذف مضرب‌های غیرزوج آن است.

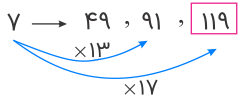
۹, ۱۵, ۲۱, ۲۷

پس داریم:

$$۱ + ۵۹ + ۴ = ۶۴$$

بنابراین عدد ۲۷، شصت و چهارمین عددی است که خط می‌خورد.

آخرین عدد باید مضرب عدد ۷ باشد، بنابراین داریم:



پس آخرین عدد ۱۱۹ است.

پاسخ سؤالات ۲۲ تا ۲۷

$$-\frac{۸}{۹} \div (-۸) = \frac{۸}{۹} \times \frac{۱}{۸} = \frac{۱}{۹}$$

$$-\frac{۴}{۷} \div (-\frac{۵}{۷}) = \frac{۴}{۷} \times \frac{۷}{۵} = \frac{۴}{۵}$$

$$-\frac{۳}{۸} \div (-\frac{۳}{۸}) = \frac{۳}{۸} \times \frac{۸}{۳} = ۱$$

$$۱ \div (-\frac{۲}{۳}) = -۱ \times \frac{۳}{۲} = -\frac{۳}{۲}$$

$$(+۰/۴) \div (-۵) = -\frac{۴}{۱۰} \times \frac{۱}{۵} = -\frac{۲}{۲۵}$$

$$-۰/۸ \div ۴ = -\frac{۸}{۱۰} \times \frac{۱}{۴} = -\frac{۱}{۵}$$

تعداد اعداد ۱۰۰ تا است و آن‌ها را دوتا دوتا باهم جمع کردیم، پس ۱۰۰ را بر ۲ تقسیم می‌کنیم که برابر ۵۰ می‌شود.

$$\underbrace{[(-۱۱) + ۸]}_{-۳} - \underbrace{[(-۱۰) - ۹]}_{-۱۹} = ۱۶$$

$$\frac{۴}{۵} \times \frac{۵}{۶} \times x = \frac{۱}{۲}x + ۱۲ \Rightarrow \frac{۲}{۳}x - \frac{۱}{۲}x = ۱۲ \xrightarrow{\times ۶} ۴x - ۳x = ۷۲ \Rightarrow x = ۷۲$$

چون جمع دو عدد فرد است، پس حتما یکی از آن‌ها عددی زوج است. از طرفی تنها عدد زوج اول، عدد ۲ است، بنابراین دو عدد ۲ و ۵ هستند.

پاسخ سؤالات ۳۳ تا ۳۸

$$\begin{cases} -25 + 75 = 50 \\ -\circ/25 + \circ/75 = \circ/50 = \circ/5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9 + 3 = -6 \\ -\circ/9 + \circ/3 = -\circ/6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7 - 12 = -5 \\ \circ/7 - 1/2 = -\circ/5 \end{cases}$$

$$12/8 - 15/4 = -2/6$$

$$-25 + 7/2 = -17/8$$

$$-4/1 - 3/7 = -7/8$$

$$5y - 6 = 3y + 4 \Rightarrow 2y = 10 \Rightarrow y = 5$$

$$2x + 5 = 3x - 7 \Rightarrow x = 12$$

$$3x + 20 = 5x - 60 \Rightarrow 2x = 80 \Rightarrow x = 40 \Rightarrow 3x + 20 = 140$$

$$8y - 40 = 180 - 140 = 40 \Rightarrow 8y = 80 \Rightarrow y = \frac{40}{8}$$

۳۳

۳۴

۳۵

۳۶

۳۷

۳۸

الف ۳۹

ب

پاسخ سؤالات ۴۰ تا ۴۷

$$23 + 24 + 25 + \dots + 85 + 86 + 87 = ?$$

$$23 + 24 + 25 + \dots + 54 + 55 + 56 + \dots + 85 + 86 + 87 = ?$$

$$23 + 87 = 110, 24 + 86 = 110, 25 + 85 = 110, \dots, 54 + 56 = 110$$

تعداد اعداد طبیعی از ۲۳ تا ۸۷ برابر است با: $87 - 22 = 65$

$$\frac{64}{2} = 32 \text{ تعداد جفت عددها}$$

$$32 \times 110 + 55 = 3575 \text{ مجموع اعداد برابر است با}$$

۴۰

$$3 + 6 + 9 + \dots + 87 + 90 + 93$$

$$9 + 87 = 96, 90 + 6 = 96, 93 + 3 = 96, \dots$$

تعداد اعداد طبیعی موجود در عبارت داده شده برابر است با:

$$3 \times 1, 3 \times 2, \dots, 3 \times 31 \Rightarrow \text{عدد } 31$$

$$\frac{31 - 1}{2} = 15 \text{ تعداد جفت عددها}$$

$$\frac{30}{2} \times 96 + 48 = 1488 \text{ مجموع اعداد}$$

۴۱

$$\underbrace{(6-1)}_1 + \underbrace{(7-2)}_2 + \underbrace{(8-3)}_3 + \dots + \underbrace{(32-27)}_{27} = 27 \times 5 = 135$$

$$\underbrace{(6-3)}_3 \underbrace{(9-6)}_3 \underbrace{(12-9)}_3 \dots \underbrace{(39-36)}_3 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times \dots \times 3}_{13 \text{ تا}} = 3^{13}$$

۴۲

۴۳

$$\begin{aligned} & (1^3 - 1) + (1^2 - 1) + (1^1 - 1) + \dots + (-1^3 - 1) \\ &= (1^3 - 1) + (1^2 - 1) + (1^1 - 1) + \dots + (-9 - 1) + (-10 - 1) + (-11 - 1) + (-12 - 1) + (-13 - 1) \\ &= \cancel{1^3} + \cancel{1^2} + \cancel{1^1} + \dots + \cancel{(-9)} + \cancel{(-10)} + \cancel{(-11)} + (-13) + (-14) \\ &= -13 - 14 = -27 \end{aligned}$$

$$26 \times 25 \times 24 \times \dots \times 0 \times (-1) \times (-2) \times (-3) \times (-4) = 0$$

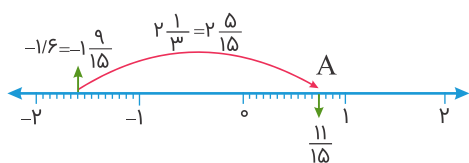
$$(-1)^1 (-1)^2 (-1)^3 \dots (-1)^{22} = (-1)(+1)(-1)\dots(+1) = (-1)^{11} = -1$$

$$(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + \dots + (-1)^{22} = \cancel{(-1)} + \cancel{(+1)} + \cancel{(-1)} + \dots + \cancel{(+1)} = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = x^2 - 3x - 2x + 6 = x^2 - 5x + 6$$

$$\frac{m(n+t)}{m(n-t)} = \frac{n+t}{n-t}$$

از آخر به اول به صورت عکس حرکت می‌کنیم.



ابتدا دو طرف تساوی را در ب.م.م مخرج‌ها ضرب می‌کنیم.

$$\begin{aligned} 6 \times \left(\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = \frac{1}{6} \right) &\Rightarrow 3(x-1) - 2(x+1) = 1 \Rightarrow 3x - 3 - 2x - 2 = 1 \\ &\Rightarrow x = 1 + 5 = 6 \end{aligned}$$

$$2x - 1 = 3(x - 1) \Rightarrow 2x - 3x = 1 - 3 \Rightarrow -x = -2 \Rightarrow x = 2$$

$$\frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1 - \frac{2}{3}}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{1 - \frac{2}{6}}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{\frac{4}{6}}{\frac{5}{3}} = -\frac{4}{5}$$

عدد $30 = 2 \times 3 \times 5$ است.

اول است، زیرا به غیر از خودش بر عدد دیگری قابل قسمت نیست. برای این منظور باید تقسیم 137 به اعداد اول $2, 3, 5, 7$ و 11 بررسی گردد؛ چون به آن‌ها بخش پذیر نیست، اول است.

$$\sqrt{137} \approx 11.7$$

اعداد زیر مرکب هستند:

$$15 = 3 \times 5, \quad 27 = 3^3, \quad 33 = 11 \times 3, \quad 57 = 3 \times 19$$

نسبت به هم اول

بدون علامت $\xrightarrow{\text{علامت}}$ صفرصفر $\xrightarrow{\text{قرینه}}$ صفرمنفی $\xrightarrow{\text{علامت}}$ -۵۵ $\xrightarrow{\text{قرینه}}$ -۵منفی $\xrightarrow{\text{علامت}}$ -۷ $\Rightarrow -(-(-(-(-7)))) = -7$ ۷ $\xrightarrow{\text{قرینه}}$ -۷مثبت $\xrightarrow{\text{علامت}}$ +۶ $\Rightarrow -(-(-(+(-(-(-6)))))) = +6$ -۶ $\xrightarrow{\text{قرینه}}$ +۶اولین مضرب ۷: $49 = 7 \times 7$ دومین مضرب ۷: $77 = 7 \times 11$ سومین مضرب ۷: $91 = 7 \times 13$

پس حداقل ۱۱ باید ۹۱ باشد.

عدد ۳۳ شامل تنها شمارنده‌های اول ۱۱ و ۳ است. به عنوان مثال عدد ۵۵ شامل شمارنده‌های اول ۱۱ و ۵ است و نسبت به عدد ۳۳ اول نیست، چون ب.م.آ آنها برابر ۱۱ است.

$$3(2x - 5) = 2(4x + 19) \Rightarrow 6x - 15 = 8x + 38 \Rightarrow 2x = -53 \Rightarrow x = -\frac{53}{2}$$

$$2x(4 - 3x) - 4 = 3x(1 - 2x) + 8 \Rightarrow 8x - 6x^2 - 4 = 3x - 6x^2 + 8$$

$$\Rightarrow 8x - 6x^2 + 6x^2 - 3x = 8 + 4 \Rightarrow 5x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{5}$$

$$\frac{3}{5}x - 7 = \frac{2}{3}x + 4 \Rightarrow \frac{3}{5}x - \frac{2}{3}x = 4 + 7 \xrightarrow{\times 15} 9x - 10x = 165$$

$$\Rightarrow -x = 165 \Rightarrow x = -165$$

$$\frac{1}{3} - \frac{2x+5}{2} = -\frac{5}{3} \xrightarrow{\times 6} 2 - 6x - 15 = -10 \Rightarrow -6x = 3 \Rightarrow x = -\frac{3}{6} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{x-1}{4} - \frac{2x-3}{6} = \frac{-3x-1}{3} \xrightarrow{\times 12} 3x - 3 - 4x + 6 = -12x - 4$$

$$\Rightarrow 3x - 4x + 12x = -4 + 3 - 6 \Rightarrow 11x = -7 \Rightarrow x = -\frac{7}{11}$$

$$-\frac{1}{2} \left(\frac{3x-1}{3} - \frac{2x+5}{5} \right) = -\frac{1}{3}x - \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{-3x+1}{6} + \frac{2x+5}{10} = -\frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$$

$$\xrightarrow{\times 30} -15x + 5 + 6x + 15 = -10x - 40$$

$$\Rightarrow -15x + 6x + 10x = -40 - 5 - 15 \Rightarrow x = -60$$