کد اجرا: ۷۶۷۸۲۶۰ | تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۰۲

نام و نام خانوادگی: | زمان برگزاری: ۴۵دقیقه

نام آزمون: شرق دخترانه حسابی ۲ شهریور

دبیرستان دخترانه علوی واحد شرق

۱ سیلیسیم کاربید (SiC) از واکنش: $SiO_2(s) + C(s) \xrightarrow{\Delta} SiC(s) + CO(g)$، (معادله موازنه شود.) تولید می‌شود. به ازای تولید هر کیلوگرم از این ماده، چند لیتر گاز آلاینده (در شرایط STP) تولید می‌شود؟

$(Si = ۲۸, C = ۱۲ : g \cdot mol^{-۱})$

۱) ۵۶۰ ۲) ۱۱۲۰ ۳) ۱۶۸۰ ۴) ۲۲۴۰

۲ چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- نقطهٔ‌جوش اتانول از استون، بیشتر است.
- نیروی بین‌مولکولی در هیدروژن سولفید در مقایسه با آمونیاک، ضعیف‌تر است.
- مقایسهٔ نقطهٔ‌جوش ترکیب‌های HF, HCl و HBr به‌صورت: $HF > HBr > HCl$ است.
- بخش عمدهٔ نیروی جاذبهٔ بین‌مولکولی در هیدروژن فلوئورید، پیوند هیدروژنی است.

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۳ درختان با جذب $CO_2(g)$، می‌توانند آن را به قند گلوکز $(C_6H_{12}O_6)$ تبدیل کنند. اگر یک درخت، سالانه $66kg$ گاز CO_2 جذب کند، چند کیلوگرم از این قند در آن ساخته می‌شود؟

(معادله موازنه شود. $CO_2(g) + H_2O(l) \rightarrow C_6H_{12}O_6(aq) + O_2(g)$; $(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g \cdot mol^{-۱})$

۱) ۴۵ ۲) ۲۵ ۳) ۱۸ ۴) ۲۱

۴ در بین مولکول‌های Br_2، N_2، CO و I_2، فقط CO در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند، کدام مقایسه در مورد قدرت نیروهای بین مولکولی آنها درست است؟

۱) $CO > I_2 > Br_2 > N_2$ ۲) $Br_2 > I_2 > CO > N_2$ ۳) $I_2 > Br_2 > CO > N_2$ ۴) $N_2 > CO > I_2 > Br_2$

۵ در اثر سوختن کامل ۸۹ گرم از یک نوع چربی $(C_xH_yO_6)$ مطابق واکنش زیر، به‌ترتیب از راست به چپ، چند لیتر اکسیژن مصرف و چند مول گاز CO_2 تولید می‌شود؟ (حجم مولی گازها در شرایط آزمایش، برابر $۲۵L$ فرض شود؛ $(H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶ : g \cdot mol^{-۱}$

$mC_xH_yO_6 + ۱۶۳O_2 \rightarrow ۱۱۴CO_2 + ۱۱۰H_2O$ (موازنهٔ معادلهٔ واکنش کامل شود)

۱) ۵٫۷, ۳۰۲٫۷۵ ۲) ۷٫۵, ۳۰۲٫۷۵ ۳) ۵٫۷, ۲۰۳٫۷۵ ۴) ۷٫۵, ۲۰۳٫۷۵

۶ برای خنثی کردن ۰٫۲ گرم سدیم هیدروکسید، چند میلی‌لیتر محلول ۰٫۰۵ مولار سولفوریک اسید لازم است؟ (معادلهٔ موازنه شود)

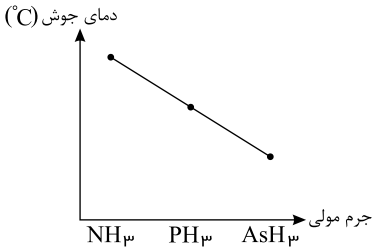
$(Na = ۲۳, O = ۱۶, H = ۱ : g \cdot mol^{-۱})$

$NaOH + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SOe + H_2O$

۱) ۵۰ ۲) ۴۰ ۳) ۲۰ ۴) ۱۰

۷ کدام گزینه درمورد ترکیب‌های هیدروژن‌دار عنصرهای گروه پانزدهم جدول دوره‌ای درست است؟

نمودار نقطهٔ‌جوش سه عضو نخست آنها به‌صورت روبه‌رو است.



۱)

۲) مولکول‌هایی قطبی هستند که نسبت شمار الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در ساختار آنها برابر با ۳ است.

۳) تنها یکی از مولکول‌های NH_3، PH_3 و AsH_3، توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را ندارد.

۴) مقایسهٔ $PH_3 > AsH_3$ را می‌توان به قدرت نیروهای واندروالسی بین مولکول‌های آنها نسبت داد.

۸ غلظت یک نمونه محلول منیزیم‌نیترات با درصد جرمی ۸۰ و چگالی $1/5 g \cdot mL^{-1}$، به‌تقریب چند مولار است و در نیم‌لیتر از این، محلول چند مول یون نیترات وجود دارد؟ $(Mg = 24, O = 16, N = 14 : g \cdot mol^{-1})$

۱) ۸ – ۸ ۲) ۴ – ۴ ۳) ۸ – ۴ ۴) ۸ – ۴

۹ در چه تعداد از موارد زیر، برهم‌کنش بین ذره‌ها از نوع پیوند هیدروژنی است؟

آ) F_2 و HF پ) CCl_4 و I_2

ب) H_2O و CH_3OH ت) HBr و NH_3

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰ به ۵۰۰ گرم محلول $280 ppm$ سدیم هیدروکسید چند گرم آب اضافه کنیم تا غلظت $NaOH$ برابر $70 ppm$ شود؟

۱) ۵۰۰ ۲) ۱۵۰۰ ۳) ۱۰۰۰ ۴) ۲۰۰۰

۱۱ چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

– شکل مولکول‌های آب خمیده است و این ساختار نقش تعیین‌کننده‌ای در خواص آن دارد.

– در میدان الکتریکی، اتم‌های اکسیژن مولکول‌های آب به سمت قطب منفی و اتم‌های هیدروژن آن به سمت قطب مثبت جهت‌گیری می‌کنند.

– هر یک از مولکول‌های O_2، CO_2 و CH_4 در میدان الکتریکی رفتاری مشابه مولکول‌های آب نشان می‌دهند.

– مولکول‌های آب به دلیل تشکیل پیوندهای هیدروژنی، نقطهٔ جوش بالاتری از هیدروژن سولفید دارند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲ نسبت شمار کاتیون به شمار آنیون در ردیف ..... از ستون II با نسبت شمار آنیون به کاتیون در ردیف ..... از ستون I جدول رو به رو، برابر است (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).

ردیف/ستون	II	I
۱	روی سولفید	منیزیم نیترید
۲	آهن (III) اکسید	سدیم فسفات
۳	کلسیم هیدروکسید	آلومینیم فسفید

۱) ۳,۱ ۲) ۲,۲
۳) ۳,۲ ۴) ۲,۱

۱۳ گشتاور دوقطبی هر دو مولکول کدام گزینه، برابر با صفر است؟

۱) O_2 و H_2O ۲) CH_4 و H_2S ۳) CCl_4 و CO_2 ۴) O_2 و HF

۱۴ در یک نمونه سدیم نیترید، مجموع شمار یون‌ها برابر $3/612 \times 10^{24}$ است. از واکنش آن با مقدار کافی آب، چند لیتر گاز آمونیاک (در شرایط STP) و چند گرم سدیم هیدروکسید، تشکیل می‌شود؟ $(H = 1, O = 16, Na = 23 : g \cdot mol^{-1})$

۱) ۱۸۰, ۴۴/۸ ۲) ۱۲۰, ۴۴/۸ ۳) ۱۲۰, ۳۳/۶ ۴) ۱۸۰, ۳۳/۶

۱۵ کدام گزینه درست است؟

۱) اتانول برخلاف استون در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند و توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی دارد.

۲) هیدروژن فلوئورید دارای بالاترین نقطهٔ‌جوش در بین ترکیب‌های هیدروژن‌دار عنصرهای گروه ۱۷ است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

۳) در ترکیب‌های مولکولی با مولکول‌های ناقطبی با افزایش جرم مولی، نقطهٔ‌جوش ترکیب کاهش می‌یابد.

۴) در ترکیب‌های مولکولی گازی با جرم مولی مشابه، ترکیب گازی با مولکول ناقطبی در اثر سرما زودتر مایع می‌شود.

۱۶ برای ماتریس $A=\begin{bmatrix}-۲ & ۱\\ ۵ & ۴\end{bmatrix}$ رابطهٔ $A^۲=\alpha A+\beta I$ برقرار است. دوتایی (α,β) کدام است؟

۱) $(۲,۱۱)$ ۲) $(۲,۱۳)$ ۳) $(۴,۱۱)$ ۴) $(۴,۱۳)$

۱۷ در دو جعبه به‌ترتیب ۲۴ و ۱۵ عدد لامپ یکسان موجود است. در جعبه اوّل ۴ عدد و در جعبه دوم ۳ عدد لامپ معیوب‌اند. از اولی ۸ و از دومی ۶ لامپ به‌تصادف برداشته در جعبهٔ جدید قرار می‌دهیم. با کدام احتمال یک لامپ انتخابی از جعبهٔ جدید معیوب است؟

۱) $\frac{۱۷}{۱۰۵}$ ۲) $\frac{۸}{۳۵}$ ۳) $\frac{۶}{۳۵}$ ۴) $\frac{۱۹}{۱۰۵}$

۱۸ اگر A ماتریس ۳×۳ باشد و $|A|=۴$، آنگاه دترمینان ماتریس $|A|\cdot A$، کدام است؟

۱) ۶۴ ۲) ۹۶ ۳) ۱۲۸ ۴) ۲۵۶

۱۹ از مجموعهٔ $\{۱۰۱,۱۰۲,۱۰۳,\cdots,۶۰۰\}$ یک عدد به‌تصادف انتخاب می‌کنیم با کدام احتمال این عدد مضرب ۵ می‌باشد ولی به ۶ بخش‌پذیر نیست، یا مضرب ۵ نیست ولی به ۶ بخش‌پذیر است؟

۱) ۰٫۳ ۲) ۰٫۴ ۳) ۰٫۳۶ ۴) ۰٫۳۲

۲۰ اگر $S=\{a,b,c,d,e\}$ فضای نمونهٔ یک آزمایش تصادفی، $A=\{a,b\}$، $B=\{a,c\}$، $C=\{a,d,e\}$ پیشامدهایی از این فضای نمونه و $P(A)=\frac{۱}{۳}$، $P(B)=\frac{۲}{۵}$ و $P(C)=\frac{۳}{۵}$ باشد، آنگاه $P(A'\cap B')$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۳}{۳۰}$ ۲) $\frac{۴}{۱۵}$ ۳) $\frac{۱۱}{۳۰}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۲۱ در دو پیشامد مستقل A و B، اگر $P(A\cap B)=۰٫۶$ و $P(A\cap B')=۰٫۲$، آنگاه $P(A\cup B')$، کدام است؟

۱) ۰٫۷ ۲) ۰٫۷۵ ۳) ۰٫۸۵ ۴) ۰٫۹

۲۲ در دو ظرف به‌ترتیب ۲۴ و ۱۸ مهرهٔ یکسان موجود است. در ظرف اول ۶ مهرهٔ سفید و در ظرف دوم ۳ مهرهٔ سفید است. از اولی ۷ مهره و از دومی ۵ مهره به‌تصادف برداشته و در ظرف دیگری می‌ریزیم. سپس از ظرف آخر یک مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

۱) $\frac{۱۳}{۷۲}$ ۲) $\frac{۷}{۳۶}$ ۳) $\frac{۱۵}{۷۲}$ ۴) $\frac{۳۱}{۱۴۴}$

۲۳ اگر $a,b,۲$ سه عدد متمایز باشند حاصل دترمینان $\begin{vmatrix}۱ & ۳ & ۴(a+b)\\ ۱ & a+۱ & a^۲(b+۲)\\ ۱ & b+۱ & b^۲(a+۲)\end{vmatrix}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $۴ab$ ۳) $(a-۲)(b-۲)$ ۴) $۲(a-۲)(b-۲)$

۲۴ اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۱ & ۵\\ -۳ & ۰ & ۴\\ ۱ & ۰ & ۲\end{bmatrix}$ باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس $A^۳$، کدام است؟

۱) $[۳۰\ \ ۶\ \ ۶۴]$ ۲) $[۳۰\ \ ۶\ \ ۷۸]$ ۳) $[۳۴\ \ ۸\ \ ۸۶]$ ۴) $[۳۰\ \ ۶\ \ ۸۶]$

۲۵ جواب‌های معادلهٔ $\begin{vmatrix}-۴ & ۱ & ۱\\ ۱ & ۲-x & ۱\\ ۳ & ۲ & ۳-x\end{vmatrix}=۰$، کدام است؟

۱) $۱,-۴$ ۲) $۱,۴$ ۳) $۱,۵$ ۴) $۲,۵$

پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$SiO_۲(s) + ۳C(s) \xrightarrow{\Delta} SiC(s) + ۲CO(g)$$

روش اول:

$$?LCO = ۱kgSiC \times \frac{۱۰۰۰g}{۱kg} \times \frac{۱molSiC}{۴۰gSiC} \times \frac{۲molCO}{۱molSiC} \times \frac{۲۲/۴L\ CO}{۱molCO} = ۱۱۲۰L\ CO$$

روش دوم:

$$SiC \sim ۲CO$$

$$\frac{۱۰۰۰g}{۱ \times ۴۰} = \frac{x(L)}{۲ \times ۲۲/۴} \Rightarrow x = ۱۱۲۰LCO$$

۲ ۱ ۲ ۳ ۴ همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

عبارت اول: نیروی بین مولکول‌های اتانول، از نوع پیوند هیدروژنی است. چون در ساختار اتانول $\left(H-\underset{H}{\overset{H}{C}}-\underset{H}{\overset{H}{C}}-\ddot{\underset{\ddot{}}{O}}-H\right)$ پیوند $O-H$ وجود دارد، اما در بین مولکول‌های استون $\left(H-\underset{H}{\overset{H}{C}}-\overset{:O:}{\overset{\|}{C}}-\underset{H}{\overset{H}{C}}-H\right)$، پیوند هیدروژنی وجود ندارد، پس نیروی بین مولکولی اتانول، قوی‌تر و نقطهٔ‌جوش آن بالاتر است.

عبارت دوم: نیروی بین مولکول‌های آمونیاک $(NH_۳)$، پیوند هیدروژنی است، چون در ساختار مولکول آن $\left(\begin{array}{ccc} & \ddot{N} & \\ H & | & H \\ & H & \end{array}\right)$، پیوند $N-H$ وجود دارد، اما مولکول $H_۲S$، توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را ندارد.

عبارت‌های سوم و چهارم: نیروی بین مولکول‌های HF پیوند هیدروژنی است و از دو مولکول HBr و HCl که قطبی هستند، قوی‌تر است. بین مولکول‌های قطبی، مولکولی که جرم مولی بیشتری داشته باشد، نیروی بین مولکول‌هایش قوی‌تر خواهد بود؛ پس نیروی بین مولکول‌های HBr از HCl قوی‌تر است. هرچه نیروی بین‌مولکولی قوی‌تر باشد، نقطهٔ‌جوش بالاتر است.

مقایسهٔ نقطهٔ‌جوش: $HF > HBr > HCl$

۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۶CO_۲ + ۶H_۲O \rightarrow C_۶H_{۱۲}O_۶ + ۶O_۲$$

گلوکز را به اختصار با G نشان می‌دهیم:

روش اول:

$$۶۶kgCO_۲ \times \frac{۱molCO_۲}{۴۴gCO_۲} \times \frac{۱molG}{۶molCO_۲} \times \frac{۱۸۰g\ G}{۱molG} = ۴۵kg\ G$$

روش دوم:

$$\frac{۶۶kgCO_۲}{۶ \times ۴۴} = \frac{xkgG}{۱ \times ۱۸۰} \Rightarrow x = ۴۵kgG$$

۴ ۱ ۲ ۳ ۴ در دمای اتاق و فشار $۱atm$، نیتروژن $(N_۲)$ و کربن مونوکسید (CO) گاز هستند و دو مادهٔ ید $(I_۲)$ و برم $(Br_۲)$ به‌ترتیب جامد و مایع هستند و نیروی بین مولکولی در حالت جامد بیشتر از مایع و گاز است، پس با آنکه $N_۲$، $I_۲$ و $Br_۲$ مولکول ناقطبی‌اند و CO مولکول قطبی است، حالت فیزیکی و جرم مولی زیاد در $I_۲$ و $Br_۲$، باعث افزایش نیروی بین مولکولی در این دو ماده می‌شود و مقایسهٔ قدرت نیروهای بین مولکولی به‌صورت زیر است:

$$I_۲(s) > Br_۲(l) > CO(g) > N_۲(g)$$

۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$mC_xH_yO_۶ + ۱۶۳O_۲ \rightarrow ۱۱۴CO_۲ + ۱۱۰H_۲O$$

موازنه O:

$$۶m + (۲ \times ۱۶۳) = (۱۱۴ \times ۲) + ۱۱۰ \rightarrow m = ۲$$

موازنه C:

$$۲x = ۱۱۴ \rightarrow x = ۵۷$$

موازنه H:

$$۲y = ۲ \times ۱۱۰ \rightarrow y = ۱۱۰$$

$$۲\overbrace{C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_{۶}}^{A} + ۱۶۳O_{۲} \rightarrow ۱۱۴CO_{۲} + ۱۱۰H_{۲}O$$

$$A \text{ جرم مولی} = (۵۷ \times ۱۲) + ۱۱۰ + (۶ \times ۱۶) = ۸۹۰g \cdot mol^{-۱}$$

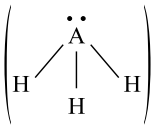
$$?LO_{۲} = ۸۹gA \times \frac{۱molA}{۸۹۰gA} \times \frac{۱۶۳molO_{۲}}{۲molA} \times \frac{۲۵LO_{۲}}{۱molO_{۲}} = ۲۰۳/۷۵LO_{۲}$$

$$?molCO_{۲} = ۸۹gA \times \frac{۱molA}{۸۹۰gA} \times \frac{۱۱۴molCO_{۲}}{۲molA} = ۵/۷molCO_{۲}$$

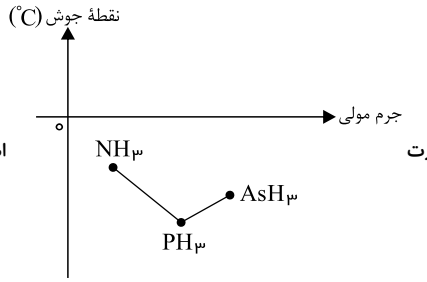
۶ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۲NaOH + H_{۲}SO_{۴} \rightarrow Na_{۲}SO_{۴} + ۲H_{۲}O$$

$$?mLH_{۲}SO_{۴} = ۰/۲gNaOH \times \frac{۱molNaOH}{۴۰gNaOH} \times \frac{۱molH_{۲}SO_{۴}}{۲molNaOH} \times \frac{۱L}{۰/۰۵molH_{۲}SO_{۴}} \times \frac{۱۰۰۰mL}{۱L} = ۵۰mL$$

۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ترکیب‌های هیدروژن‌دار عنصرهای گروه ۱۵ به فرم $AH_{۳}$  می‌باشند که همگی قطبی‌اند و دارای ۳ جفت الکترون پیوندی و ۱ جفت الکترون ناپیوندی هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نمودار نقطهٔ‌جوش سه ترکیب موردنظر به‌صورت 

است.

گزینهٔ «۳»: مولکول‌های $AsH_{۳}$ و $PH_{۳}$ توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی ندارند.

گزینهٔ «۴»: جرم مولی $AsH_{۳}$ بیشتر از $PH_{۳}$ است؛ پس نیروهای واندروالسی بین مولکول‌های $AsH_{۳}$ قوی‌تر است.

۸ ۱ ۲ ۳ ۴

$$Mg(NO_{۳})_{۲} \text{ جرم مولی} : ۲۴ + ۲۸ + ۹۶ = ۱۴۸g \cdot mol^{-۱}$$

$$M = \frac{۱۰ad}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{غلظت مولی} = \frac{۱۰ \times ۸۰ \times ۱/۵}{۱۴۸} \simeq ۸/۱۱mol \cdot L^{-۱}$$

$$۰/۵L \times \frac{۸/۱۱molMg(NO_{۳})_{۲}}{۱L} \times \frac{۲molNO_{۳}^{-}}{۱molMg(NO_{۳})_{۲}} \simeq ۸/۱۱molNO_{۳}^{-}$$

۹ ۱ ۲ ۳ ۴ فقط در مورد (ب)، بین دو مولکول داده شده، پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود.

۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴ جرم $NaOH$ در محلول اولیه:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰^{۶} \Rightarrow ۲۸۰ = \frac{x}{۵۰۰} \times ۱۰^{۶} \Rightarrow x = ۰/۱۴g$$

اگر a گرم آب به محلول اضافه کنیم:

$$۷۰ = \frac{۰/۱۴ \times ۱۰^{۶}}{a + ۵۰۰} \Rightarrow ۷۰a + ۳۵۰۰۰ = ۱۴۰۰۰۰ \Rightarrow ۷۰a = ۱۰۵۰۰۰ \Rightarrow a = ۱۵۰۰g$$

۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴ موارد اول و چهارم درست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم) در میدان الکتریکی، اتم اکسیژن که سر منفی مولکول آب می‌باشد، به سمت قطب مثبت و اتم‌های هیدروژن که سر مثبت مولکول آب هستند، به سمت قطب منفی میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

مورد سوم) مولکول‌های $O_{۲}$، $CO_{۲}$ و $CH_{۴}$ ناقطبی هستند و رفتاری متفاوت با مولکول‌های آب در میدان الکتریکی دارند و برخلاف آب، در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴

ستون I	شمار آنیون / شمار کاتیون	ستون II	شمار کاتیون / شمار آنیون
$Mg_۳N_۲$	$\frac{۲}{۳}$	ZnS	$\frac{۱}{۱}$
$Na_۳PO_۴$	$\frac{۱}{۳}$	$Fe_۲O_۳$	$\frac{۲}{۳}$
AlP	$\frac{۱}{۱}$	$Ca(OH)_۲$	$\frac{۱}{۲}$

۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴ مولکول‌های $CCl_۴$ و $CO_۲$ به‌دلیل ناقطبی بودن، گشتاور دوقطبی برابر با صفر دارند.

در دیگر گزینه‌ها، $H_۲O$، $H_۲S$ و HF، قطبی هستند.

۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$Na_۳N = ۴Na^+, N^{۳-}$$

$$\frac{?mol}{۱} = \frac{۳/۶۱۲ \times ۱۰^{۲۴}}{۴ \times ۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}} \rightarrow ?mol Na_۳N = ۱/۵$$

$$Na_۳N + ۳H_۲O \rightarrow NH_۳ + ۳NaOH$$

$$\frac{۱/۵mol}{۱} = \frac{?L = ۳۳/۶}{۱ \times ۲۲/۴} = \frac{?g = ۱۸۰}{۳ \times ۴۰}$$

۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: اتانول و استون هر دو در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

گزینهٔ «۲»: هیدروژن فلوئورید توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارد؛ بنابراین بالاترین نقطهٔ‌جوش در بین ترکیب‌های هیدروژن‌دار عنصرهای گروه ۱۷ را دارد و همچنین مولکولی قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

گزینهٔ «۳»: در مولکول‌های ناقطبی، با افزایش جرم مولی، نیروی جاذبهٔ بین‌مولکولی قوی‌تر شده و نقطهٔ‌جوش ترکیب افزایش می‌یابد.

گزینهٔ «۴»: در مولکول‌های گازی با جرم مولی مشابه، مولکول قطبی، نیروی جاذبهٔ قوی‌تری ایجاد می‌کند و نسبت به مولکول ناقطبی، در اثر سرما زودتر به مایع تبدیل می‌شود.

۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ماتریس $A^۲$ را یافته و در رابطهٔ داده شده قرار می‌دهیم:

روش اول:

$$A^۲ = \begin{bmatrix} -۲ & ۱ \\ ۵ & ۴ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -۲ & ۱ \\ ۵ & ۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۹ & ۲ \\ ۱۰ & ۲۱ \end{bmatrix}$$

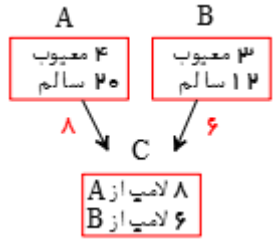
$$\begin{bmatrix} ۹ & ۲ \\ ۱۰ & ۲۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۲\alpha & \alpha \\ ۵\alpha & ۴\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & ۰ \\ ۰ & \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۲\alpha + \beta & \alpha \\ ۵\alpha & ۴\alpha + \beta \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = ۲ \\ \beta = ۱۳ \end{cases}$$

روش دوم: (نکته) هر ماتریس ۲ × ۲ مانند A در رابطهٔ زیر صدق می‌کند:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^۲ - (a+d)A + |A|I = \overline{O}$$

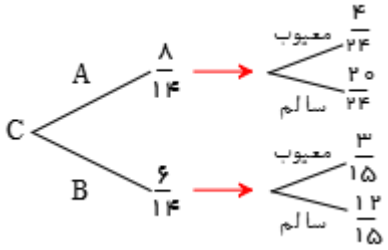
$$A = \begin{bmatrix} -۲ & ۱ \\ ۵ & ۴ \end{bmatrix} \Rightarrow A^۲ - ۲A - ۱۳I = \overline{O} \Rightarrow A^۲ = ۲A + ۱۳I \Rightarrow \alpha = ۲, \beta = ۱۳$$

۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴



احتمال آنکه لامپی از C برداشته شود و متعلق به A باشد برابر $\frac{۸}{۱۴}$ و متعلق به B باشد $\frac{۶}{۱۴}$ است.

دقت: احتمال معیوب بودن را باید از ظروف A و B محاسبه کنیم.



$$P(\text{معیوب}) = \frac{۸}{۱۴} \times \frac{۴}{۲۴} + \frac{۶}{۱۴} \times \frac{۳}{۱۵}$$

$$P(\text{معیوب}) = \frac{۴}{۷} \times \frac{۱}{۶} + \frac{۳}{۷} \times \frac{۱}{۵} = \frac{۱۹}{۱۰۵}$$

۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴ نکته: اگر A ماتریس مربعی $n \times n$ و k عدد حقیقی باشد، آنگاه $|kA| = k^n|A|$.

طبق فرض داریم:

$$\left||A|A\right| = |۴A| = ۴^۳|A| = ۴^۳ \times ۴ = ۴^۴ = ۲۵۶$$

۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴

پیشامد مضارب ۶: B پیشامد مضارب ۵: A

$$P(A-B)+P(B-A) = P(A)+P(B)-۲P(A\cap B)$$

$$= \frac{[\frac{۶۰۰}{۶}]-[\frac{۱۰۰}{۶}]+[\frac{۶۰۰}{۵}]-[\frac{۱۰۰}{۵}]-۲\times([\frac{۶۰۰}{۳۰}]-[\frac{۱۰۰}{۳۰}])}{۶۰۰-۱۰۰}$$

$$= \frac{۱۰۰-۱۶+۱۲۰-۲۰-۲(۲۰-۳)}{۵۰۰} = ۰/۳$$

۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$S=\{a,b,c,d,e\} \Rightarrow P(S)=۱ \Rightarrow P(a)+P(b)+P(c)+P(d)+P(e)=۱ \quad (۱)$$

$$P(A)+P(B)+P(C) = \frac{۱}{۳}+\frac{۲}{۵}+\frac{۳}{۵} = \frac{۴}{۳}$$

$$\overbrace{P(a)+P(b)}^{P(A)}+\overbrace{P(a)+P(c)}^{P(B)}+\overbrace{P(a)+P(d)+P(e)}^{P(A)} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow ۳P(a)+P(b)+P(c)+P(d)+P(e) = \frac{۴}{۳}$$

$$\Rightarrow \underbrace{P(a)+P(b)+P(c)+P(d)+P(e)}_{۱}+۲P(a) = \frac{۴}{۳} \Rightarrow ۲P(a) = \frac{۴}{۳}-۱ \Rightarrow P(a) = \frac{۱}{۶}$$

$$P(\{d,e\}) = P(\{a,d,e\})-P(a) = \frac{۳}{۵}-\frac{۱}{۶} = \frac{۱۳}{۳۰} \Rightarrow P(A'\cap B') = P(A\cup B)' = P(\{d,e\}) = \frac{۱۳}{۳۰}$$

۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴

نکته: دو پیشامد A و B را مستقل نامند هرگاه وقوع یا عدم وقوع یکی تأثیری بر دیگری نداشته باشد.

نکته: شرط آنکه دو پیشامد A و B مستقل باشند آن است که $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

نکته: اگر A و B مستقل باشند متمم‌های آنها نیز با هم مستقل هستند.

$$P(A\cap B) = ۰/۶ \Rightarrow P(A)\times P(B) = ۰/۶ \quad (۱)$$

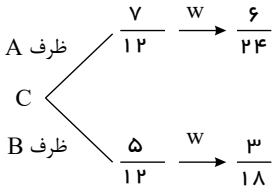
$$P(A\cap B') = ۰/۲ \xrightarrow{A \text{ و } B' \text{ مستقل‌اند.}} P(A)\times P(B') = ۰/۲ \quad (۲)$$

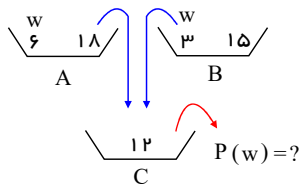
$$(۱)\div(۲) \Rightarrow: \frac{P(B)}{P(B')} = \frac{۰/۶}{۰/۲} = ۳ \Rightarrow P(B) = ۳P(B') \xrightarrow{P(B)+P(B')=۱} P(B') = \frac{۱}{۴}$$

$$\xrightarrow{(۲)} P(A) = ۰/۸$$

$$P(A\cup B') = P(A)+P(B')-P(A\cap B') = ۰/۸+\frac{۱}{۴}-۰/۲ = ۰/۸۵$$

۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴





$$P(w)=\frac{۷}{۱۲}\times\frac{۶}{۲۴}+\frac{۵}{۱۲}\times\frac{۳}{۱۸}=\frac{۷}{۴۸}+\frac{۵}{۷۲}=\frac{۳۱}{۱۴۴}$$

۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴ به جای a و b اعداد ۱ و -۱ را جایگذاری می‌کنیم، در این صورت داریم:

$$\begin{vmatrix}۱ & ۳ & ۴(a+b)\\ ۱ & a+۱ & a^۲(b+۲)\\ ۱ & b+۱ & b^۲(a+۲)\end{vmatrix}\xrightarrow[b=-۱]{a=۱}\begin{vmatrix}۱ & ۳ & ۰\\ ۱ & ۲ & ۱\\ ۱ & ۰ & ۳\end{vmatrix}\overset{\text{سارروس}}{=\!=\!=}(۶+۳+۰)-(۰+۹+۰)=۰$$

تنها گزینه ۱ به ازای $a=۱$ و $b=-۱$ صفر می‌شود، لذا گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴ برای به دست آوردن سطراول $A^۲$ کافی است سطراول A را در ستون‌های ماتریس A ضرب کنیم:

$$A^۲\text{ سطراول}=[۲\ \ ۱\ \ ۵]\begin{bmatrix}۲ & ۱ & ۵\\ -۳ & ۰ & ۴\\ ۱ & ۰ & ۲\end{bmatrix}=[۶\ \ ۲\ \ ۲۴]$$

برای به دست آوردن سطر اول $A^۳$ کافی است سطراول $A^۲$ را در ستون‌های ماتریس A ضرب کنیم:

$$A^۳\text{ سطراول}=[۶\ \ ۲\ \ ۲۴]\begin{bmatrix}۲ & ۱ & ۵\\ -۳ & ۰ & ۴\\ ۱ & ۰ & ۲\end{bmatrix}=[۳۰\ \ ۶\ \ ۸۶]$$

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴ دترمینان را برحسب سطراول بسط می‌دهیم:

$$-۴\begin{vmatrix}۲-x & ۱\\ ۲ & ۳-x\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}۱ & ۱\\ ۳ & ۳-x\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}۱ & ۲-x\\ ۳ & ۲\end{vmatrix}=۰\Rightarrow -۴(x^۲-۵x+۶-۲)-(۳-x-۳)+(۲-۶+۳x)=۰$$

$$\Rightarrow -۴x^۲+۲۰x-۱۶+x-۴+۳x=۰\Rightarrow ۴x^۲-۲۴x+۲۰=۰\xrightarrow{\div ۴}\underbrace{x^۲-۶x+۵}_{(x-۱)(x-۵)}=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۱\\ x=۵\end{cases}$$

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۲	۸	۱	۱۵	۲	۲۲	۴
۲	۴	۹	۱	۱۶	۲	۲۳	۱
۳	۱	۱۰	۲	۱۷	۴	۲۴	۴
۴	۳	۱۱	۲	۱۸	۴	۲۵	۳
۵	۳	۱۲	۱	۱۹	۱		
۶	۱	۱۳	۳	۲۰	۱		
۷	۲	۱۴	۴	۲۱	۳		