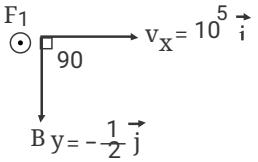
پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ **۳** ۴

روش اول:

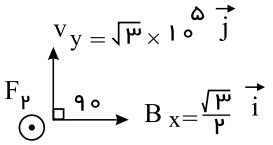
وقتی ذرهٔ باردار در راستای محور xها با سرعت $v_x = ۱۰^۵\vec{i}$ حرکت می‌کند، تحت تأثیر مؤلفهٔ $By = -\frac{۱}{۲}\vec{j}$ به آن نیروی $\odot(F_۱)$ وارد می‌شود.

$$F_۱ = qB_y v_x \sin ۹۰^\circ = ۱٫۶ \times ۱۰^{-۱۹} \times \frac{۱}{۲} \times ۱۰^۵ \times ۱ = ۰٫۸ \times ۱۰^{-۱۴}(N)$$



وقتی ذرهٔ باردار در راستای مثبت محور yها با سرعت $v_y = \sqrt{۳} \times ۱۰^۵\vec{j}$ حرکت می‌کند، تحت تأثیر مؤلفهٔ $B_x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}\vec{i}$ به آن نیروی $\odot(F_۲)$ وارد می‌شود.

$$F_۲ = qB_x v_y \sin ۹۰^\circ = ۱٫۶ \times ۱۰^{-۱۹} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \sqrt{۳} \times ۱۰^۵ \times ۱ = ۲٫۴ \times ۱۰^{-۱۴}$$



و سپس در آخر برآیند نیروهای وارد بر ذرهٔ باردار را محاسبه می‌کنیم.

$$F_T = F_۱ + F_۲ = ۰٫۸ \times ۱۰^{-۱۴} + ۲٫۴ \times ۱۰^{-۱۴} = ۳٫۲ \times ۱۰^{-۱۴}$$

روش دوم:

برای محاسبهٔ بزرگی نیروی وارد بر ذرهٔ باردار در میدان مغناطیسی از رابطهٔ $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ استفاده می‌کنیم. برای این منظور باید بزرگی $(\vec{v} \times \vec{B})$ یعنی بزرگی ضرب خارجی بردار سرعت در بردار میدان مغناطیسی محاسبه شود.

$$F = q\left|\vec{v} \times \vec{B}\right| = ۱٫۶ \times ۱۰^{-۱۹} \underbrace{\left|\frac{-۱}{۲} \times ۱۰^۵ - \frac{۳}{۲} \times ۱۰^۵\right|}_{۲\times ۱۰^۵} = ۳٫۲ \times ۱۰^{-۱۴}$$

۲ ۱ ۲ ۳ ۴

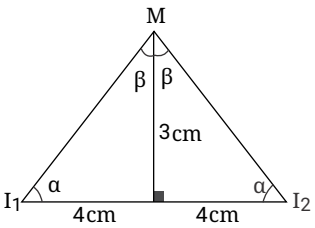
باید به دونکته توجه داشته باشید:

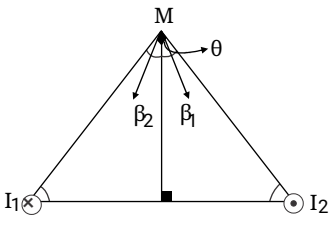
الف) خط میدان ناشی از هرسیم دریک نقطه، دایره‌ای به مرکز آن سیم در همان نقطه است و بردار میدان مغناطیسی درآن نقطه مماس بر این دایره و در نتیجه عمود بر شعاع است.

ب) برای تعیین جهت این میدان باید انگشت شست دست راست را در جهت جریان نگه دارید و به نحوهٔ جمع شدن چهار انگشت درهمان نقطه نگاه کنید.

$$\tan\alpha = \frac{۳}{۴} \rightarrow \alpha = ۳۷^\circ \rightarrow \beta = ۵۳^\circ \rightarrow ۲\beta = ۱۰۶^\circ \qquad ۲\beta = ۹۰ + \theta$$

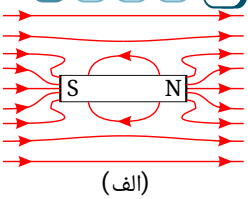
$\vec{B}_۱$ و به همین ترتیب $\vec{B}_۲$ در داخل مثلث قرار می‌گیرند یعنی گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴ صحیح نیستند.



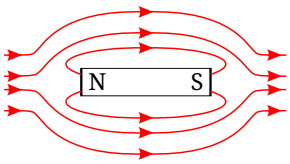


۳ **۱** ۲ ۳ ۴

اگر میلهٔ AB، آهنربای NS باشد، خط‌های میدان در اطراف آن به‌صورت یکی از شکل‌های زیر می‌شود:



(الف)

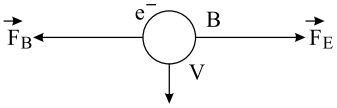


(ب)

۴ ۱ **۲** ۳ ۴

نکته: نیروی الکتریکی وارد بر بار $q < ۰$، خلاف جهت $\vec{E}$ است و نیروی مغناطیسی وارد بر $q < ۰$ برعکس قانون دست راست است.

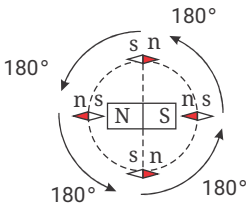
با توجه به قانون دست راست نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون‌ها را به‌دست می‌آوریم، و نیروی الکتریکی وارد بر الکترون‌ها نیز به‌دست می‌آوریم، اگر این ۲ نیرو خلاف جهت یکدیگر باشند (و هم‌اندازه) برآیند نیروهای وارد بر الکترون صفر می‌شود و الکترون مسیر حرکت خود را حفظ می‌کند، در گزینهٔ (۲) داریم:



۵ ۱ ۲ ۳ **۴** حداقل اندازهٔ میدان مغناطیسی زمانی است که میدان بر راستای سیم عمود بوده و سیم به طرف پایین حرکت کند:

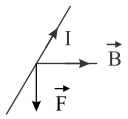
$$F+mg=ma \xrightarrow{F=BIL\sin\alpha} B\times ۵\times \frac{۱}{۱۰۰}+\frac{۳}{۱۰۰۰}\times ۱۰=\frac{۳}{۱۰۰۰}\times ۲۰ \Rightarrow B=۶\times ۱۰^{-۱}T=۶\times ۱۰^{۳}G$$

۶ ۱ ۲ ۳ **۴** در هر ربع دایرهٔ عقربه ۱۸۰ درجه می‌چرخد، پس در کل مسیر دایره، عقربه $۱۸۰\times ۴=۷۲۰^{\circ}$ می‌چرخد.



۷ ۱ **۲** ۳ ۴ بنا بر قاعدهٔ دست راست و مطابق شکل نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان قائم و به طرف پایین خواهد بود و از رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان می‌توان نوشت:

$$F=BIL\sin\alpha=۵۰۰\times ۱۰^{-۴}\times ۲۵\times ۰/۸\times \sin ۳۷^{\circ}=۰/۶N$$



I: جهت چهار انگشت دست راست

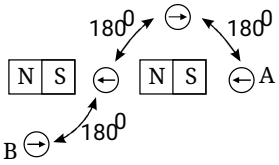
B: جهت خم شدن انگشتان دست راست

F: جهت انگشت شست دست راست

۸ ۱ **۲** ۳ ۴

عقربه کلاً ۵۴۰ درجه می‌چرخد.

ولی نسبت به وضعیت A، ۱۸۰ درجه دوران کرده است.



۹ ۱ ۲ ۳ ۴ تپ دیگر باید به‌صورتی باشد که بتواند قلّه را خنثی کند و درّه را عمیق‌تر کند.

۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم در یک طناب با دو انتهای ثابت، طول طناب همواره مضرب صحیحی از نصف طول موج است. بنابراین داریم:

$$L=\frac{n\lambda}{۲} \xrightarrow{n=۵} L=۵\times \frac{۶۰}{۲} \Rightarrow L=۱۵۰cm$$

اکنون با داشتن طول طناب می‌توان نوشت:

$$L=n\frac{\lambda}{۲} \Rightarrow ۱۵۰=n\frac{\lambda}{۲} \Rightarrow n=\frac{۳۰۰}{\lambda}$$

یعنی فقط به‌ازای $\lambda=۶cm$ که در گزینه‌ها آمده است، در طول این طناب می‌توان موج ایستاده ایجاد کرد.

۱۱ ۱ ۲ ۳ **۴** در طنابی با دو انتهای بسته، طول طناب باید مضرب صحیحی از نصف طول موج باشد تا در آن امواج ایستاده تشکیل شود. بنابراین داریم:

$$L=n\frac{\lambda_n}{۲} \Rightarrow n=\frac{۲L}{\lambda_n}$$

گزینهٔ «۱»: $n=\frac{۲\times ۱۵۰}{۴۰}=\frac{۳۰}{۴}=۷/۵$

گزینهٔ «۲»: $n=\frac{۲\times ۱۵۰}{۲۰۰}=\frac{۳}{۲}=۱/۵$

گزینهٔ «۳»: $n=\frac{۲\times ۱۵۰}{۸۰}=۳/۷۵$

گزینهٔ «۴»: $n=\frac{۲\times ۱۵۰}{۶۰}=۵$

۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا $n_1 = ۲$ و باید در نهایت $n_2 = ۱$ شود. چون f و L ثابت است.

$$\underset{\text{ثابت}}{f} = \frac{nv}{\underset{\text{ثابت}}{۲L}}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{۲}{۱} = ۲$$

از طرفی $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ و نیروی F همان وزن وزنه است.

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}} \xrightarrow{\text{توان (۲)}} ۴ = \frac{M_2}{M_1}$$

۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴ بسامد هماهنگ‌های تار مرتعش دو انتها بسته از رابطهٔ $f = \frac{nv}{۲L}$ به‌دست می‌آید. با افزایش نیروی کشش تار طبق رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ سرعت انتشار موج عرضی افزایش می‌یابد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$F' = F + ۰/۴۴F = ۱/۴۴F$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{۱/۴۴F}{F}} = \sqrt{\frac{۱۴۴}{۱۰۰}} = \frac{۱۲}{۱۰}$$

$$f = \frac{nv}{۲L} \Rightarrow \frac{f'}{f} = \frac{n'}{n} \times \frac{v'}{v} \xrightarrow{f'=f} ۱ = \frac{n'}{n} \times \frac{۱۲}{۱۰} \Rightarrow \frac{n'}{n} = \frac{۱۰}{۱۲} = \frac{۵}{۶} \Rightarrow n' = ۵ \ , \ n = ۶$$

۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴ برای پیدا کردن طول نقاط بحرانی تابع، از تابع مشتق می‌گیریم، نقاطی که در آنها مشتق صفر است یا وجود ندارد، طول نقاط بحرانی تابع هستند.

نقاط بحرانی، نقاطی از درون دامنهٔ تعریف هستند که در آنها مشتق برابر صفر است یا مشتق وجود ندارد.

$$y = x^۲(x-۲)^۲ \Rightarrow y' = ۲x(x-۲)^۲ + ۲(x-۲)\cdot x^۲ = \underbrace{۲x(x-۲)}_{\text{فاکتور}}(x-۲+x) = ۰ \Rightarrow ۲x(x-۲)(۲x-۲) = ۰$$

$$\Rightarrow x = ۰, x = ۲, x = ۱$$

$$x = ۰ \xrightarrow{\text{تابع}} y = ۰ \ \rightarrow \ A\Big|_{۰}^{۰}$$

$$x = ۲ \xrightarrow{\text{تابع}} y = ۰ \ \rightarrow \ B\Big|_{۰}^{۲} \Rightarrow AB = \sqrt{۴+۰} = ۲ \ , \ AC = \sqrt{۱+۱} = \sqrt{۲} \ , \ BC = \sqrt{۱+۱} = \sqrt{۲}$$

$$x = ۱ \xrightarrow{\text{تابع}} y = ۱ \ \rightarrow \ C\Big|_{۱}^{۱}$$

مثلث متساوی‌الساقین است و چون $(\sqrt{۲})^۲ + (\sqrt{۲})^۲ = ۲^۲$، پس مثلث قائم‌الزاویه نیز هست.

۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول:

$$y = \frac{۱}{x^۴ - ۴x^۳ + ۴x^۲ + ۵} = \frac{۱}{x^۲(x^۲ - ۴x + ۴) + ۵} = \frac{۱}{x^۲(x-۲)^۲ + ۵}$$

کمترین مقدار عبارت $x^۲(x-۲)^۲$ مساوی صفر است بنابراین کمترین مقدار مخرج کسر مساوی ۵ است پس ماکسیمم مطلق تابع $\frac{۱}{۵}$ است. (صورت کسر یک عدد مثبت است پس بیشترین مقدار کسر وقتی به دست می‌آید که مخرج کسر، کمترین مقدار را داشته باشد.)

روش دوم: از تابع مشتق می‌گیریم و نقاط بحرانی آن را به دست می‌آوریم:

$$D_f = R = (-\infty, +\infty)$$

$$y' = \frac{-(۴x^۳ - ۱۲x^۲ + ۸x)}{(x^۴ - ۴x^۳ + ۴x^۲ + ۵)^۲} = \frac{-۴x(x^۲ - ۳x + ۲)}{(x^۴ - ۴x^۳ + ۴x^۲ + ۵)^۲} = \frac{-۴x(x-۱)(x-۲)}{(x^۴ - ۴x^۳ + ۴x^۲ + ۵)^۲} = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = ۱ \\ x = ۲ \end{cases}$$

حال مقادیر تابع را وقتی $x \to \pm\infty$ و همچنین در طول‌های نقاط بحرانی حساب می‌کنیم.

$$f(۰) = \frac{۱}{۵} \text{ مطلق } \min \text{ و } f(۱) = \frac{۱}{۶} \ , \ f(۲) = \frac{۱}{۵} \ , \ \lim_{x\to\pm\infty} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{۱}{x^۴} = \frac{۱}{+\infty} = ۰$$

توجه کنید که اگر بیشترین یا کمترین مقدار تابع به‌ازای $\pm\infty$ به دست می‌آمدند تابع $\max$ یا $\min$ مطلق نداشت.

۱۶) ۱ ۲ ۳ ۴

نقاط بحرانی، نقاطی از دامنهٔ تعریف هستند که در آنها مشتق صفر است یا وجود ندارد.

$$f(x)=\sqrt[3]{x^4}-\sqrt[3]{x^2}=x^{\frac{4}{3}}-x^{\frac{2}{3}} \Rightarrow f'(x)=\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}-\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}=\frac{2}{3}(2x^{\frac{1}{3}}-x^{-\frac{1}{3}})=\frac{2}{3}(2\sqrt[3]{x}-\frac{1}{\sqrt[3]{x}})=\frac{2}{3}(\frac{2\sqrt[3]{x^2}-1}{\sqrt[3]{x}})$$

$$\text{صورت}=0 \Rightarrow 2\sqrt[3]{x^2}-1=0 \Rightarrow \sqrt[3]{x^2}=\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{توان ۳}} x^2=\frac{1}{8} \Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{2}}{4} \in (-1,1)$$

$$\text{مخرج}=0 \Rightarrow \sqrt[3]{x}=0 \Rightarrow x=0 \in (-1,1)$$

پس $\pm\frac{\sqrt{2}}{4}$ و ۰ طول نقاط بحرانی تابع هستند.

۱۷) ۱ ۲ ۳ ۴

$$f'_+(2)=\lim_{x\to 2^+}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{|ax^2-4a|-0}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{|a|\overbrace{|x-2|}^{+}\overbrace{|x+2|}^{+}}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2^+}\frac{|a|(x-2)(x+2)}{x-2}=4|a|$$

$$f'_-(2)=\lim_{x\to 2^-}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\to 2^-}\frac{|a|\overbrace{|x-2|}^{-}\overbrace{|x+2|}^{+}}{x-2}=\lim_{x\to 2^-}\frac{|a|(-x+2)(x+2)}{x-2}=-4|a|$$

چون قرار است دو نیم‌مماس برهم عمود باشند، پس باید شیب‌هایشان قرینه و معکوس هم باشد.

$$\Rightarrow f'_+(2)f'_-(2)=-1 \Rightarrow (4|a|)(-4|a|)=-1 \Rightarrow 16|a|^2=1 \Rightarrow |a|=\frac{1}{4} \Rightarrow a=\pm\frac{1}{4}$$

۱۸) ۱ ۲ ۳ ۴ وقتی x اولیه، یک می‌باشد و نمو متغیر ۰٫۲۱ است پس x ثانویه ۱٫۲۱ است.

$$\text{آهنگ متوسط } [1,1/21]=\frac{f(1/21)-f(1)}{1/21-1}=\frac{\sqrt{1/21}-\sqrt{1}}{0/21}=\frac{1/1-1}{0/21}=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{21}{100}}=\frac{10}{21}$$

$$x=1 \text{ آهنگ لحظه‌ای در } =f'(1)=\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{2}$$

بنابراین تفاضل آنها $\frac{1}{2}-\frac{10}{21}=\frac{1}{42}$ است.

۱۹) ۱ ۲ ۳ ۴

$$f(x)=\sqrt{2x+1}+\frac{1}{x+1} \Rightarrow \begin{cases} f(0)=1+1=2 \\ f(4)=3+\frac{1}{5}=3/2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{آهنگ تغییر متوسط تابع در } [0,4]=\frac{f(4)-f(0)}{4-0}=\frac{3/2-2}{4}=\frac{1/2}{4}=0/3$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر همان مشتق است:

$$f'(x)=\frac{1(2)}{2\sqrt{2x+1}}-\frac{1}{(x+1)^2}$$

$$\Rightarrow f'(\frac{3}{2})=\frac{1}{\sqrt{3+1}}-\frac{1}{(\frac{3}{2}+1)^2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{\frac{25}{4}}=\frac{1}{2}-\frac{4}{25}=\frac{25-8}{50}=\frac{17}{50}=0/34$$

بنابراین تفاضل آن‌ها برابر $0/34-0/3=0/04$ است.

۲۰) ۱ ۲ ۳ ۴ وجود ۲ حرف A قطعی است. پس برای کلمهٔ ۴ حرفی ۲ حرف دیگر لازم داریم که آنها را از بین بقیهٔ حروف، به‌جز A یعنی T و M و L و S انتخاب

می‌کنیم:

$$\binom{۴}{۲} = \frac{۴ \times ۳}{۲} = ۶$$

حالا ۴ حرف داریم که دو تای آنها (دو تا A) تکراری است. که جایگشت ۴ حرف دارای ۲ حرف تکراری به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{۴!}{۲!} = \frac{۴ \times ۳ \times ۲}{۲} = ۱۲$$

پس کل جایگشت‌ها طبق اصل ضرب برابر است با:

$$۶ \times ۱۲ = ۷۲$$

۲۱ ۱ ۲ **۳** ۴

$$f(x) = [x]|(x-۲)(x+۱)|$$

$$x \to (-۲)^+ : f(x) = (-۲)(x-۲)(x+۱) = -۲x^۲ + ۲x + ۴ \to f'(x) = -۴x + ۲ \to f'_+(-۲) = -۴(-۲) + ۲ = ۱۰$$

$$x \to ۲^- : f(x) = -(۱)(x-۲)(x+۱) = -x^۲ + x + ۲ \to f'(x) = -۲x + ۱ \to f'_-(۲) = -۲(۲) + ۱ = -۳$$

پس: $f'_+(-۲) - f'_-(۲) = ۱۰ - (-۳) = ۱۳$

۲۲ ۱ ۲ ۳ **۴**

نام این نقطه را A می‌گذاریم. طبق فرض داریم:

$$yz \text{ فاصلهٔ } A \text{ از صفحهٔ } = ۴ \to |x_A| = |m-۲| = ۴$$

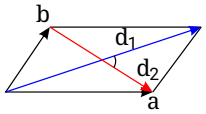
$$\to \begin{cases} m_۱ - ۲ = ۴ \to m_۱ = ۶ \to A_۱ = (۴, ۲۴, ۳) \to \text{فاصلهٔ } A_۱ \text{ از محور } y \text{ها } = \sqrt{۴^۲ + ۳^۲} = ۵ \\ m_۲ - ۲ = -۴ \to m_۲ = -۲ \to A_۲ = (-۴, ۸, -۱) \to \text{فاصلهٔ } A_۲ \text{ از محور } y \text{ها } = \sqrt{(-۴)^۲ + (-۱)^۲} = \sqrt{۱۷} \end{cases}$$

توجه: فاصلهٔ نقطهٔ $A(x,y,z)$ از محور yها برابر $\sqrt{x^۲ + z^۲}$ است.

۲۳ ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا باید ۳ منطقه از ۶ منطقه را انتخاب کنیم که قرار است از هریک از آنها یک دانش‌آموز انتخاب شود؛ برای انتخاب دانش‌آموز هر منطقه نیز ۱۵ انتخاب داریم. پس تعداد حالت‌های ممکن برابر است با:

$$\binom{۶}{۳} \times ۱۵ \times ۱۵ \times ۱۵ = ۲۰ \times ۱۵ \times ۱۵ \times ۱۵ = ۶۷۵۰۰$$

۲۴ ۱ ۲ **۳** ۴ مطابق شکل بردارهای $\vec{d_۱} = \vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{d_۲} = \vec{a} - \vec{b}$ قطرهای این متوازی‌الاضلاع هستند:



$$\begin{cases} \vec{d_۱} = \vec{a} + \vec{b} = (۴, ۲, -۲) \Rightarrow |\vec{d_۱}| = ۲\sqrt{۶} \\ \vec{d_۲} = \vec{a} - \vec{b} = (۲, ۴, ۲) \Rightarrow |\vec{d_۲}| = ۲\sqrt{۶} \end{cases}$$

کسینوس زاویهٔ بین $\vec{d_۱}$ و $\vec{d_۲}$ عبارت است از:

$$\cos\theta = \frac{\vec{d_۱} \cdot \vec{d_۲}}{|\vec{d_۱}||\vec{d_۲}|} = \frac{(۴, ۲, -۲) \cdot (۲, ۴, ۲)}{۲\sqrt{۶} \times ۲\sqrt{۶}} = \frac{۸ + ۸ - ۴}{۲۴} = \frac{۱۲}{۲۴} = \frac{۱}{۲}$$

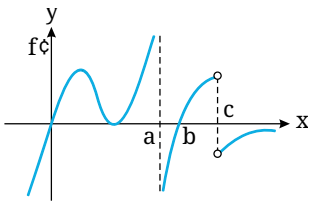
۲۵ **۱** ۲ ۳ ۴ زاویه $\hat{A}$ در حقیقت زاویه بین بردارهای $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ است، پس

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (۱, -۲, ۲) \\ \overrightarrow{AC} = (-۳, ۰, ۳) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos\hat{A} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|} = \frac{-۳ + ۰ + ۶}{۳ \times \sqrt{۱۸}} = \frac{۳}{۳ \times ۳\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۶}$$

۲۶ ۱ ۲ ۳ **۴**

در نقاط صفر، a ، b و c علامت f' عوض می‌شود پس اکسترمم نسبی‌اند.



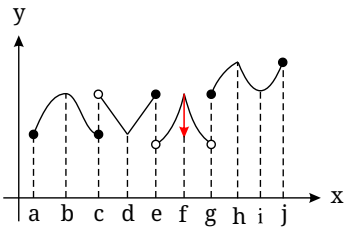
۲۷ ۱ ۲ **۳** ۴

نکته: تعداد جواب‌های طبیعی معادلهٔ $x_1 + x_2 + \cdots + x_k = n$ از دستور $\binom{n-1}{k-1}$ حاصل می‌شود.

اگر تعداد توپ‌های نفرات اول تا پنجم را به‌ترتیب با x_1 تا x_5 نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 11 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{n-1}{k-1} = \binom{10}{4} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{24} = 210$$

۲۸ ۱ ۲ ۳ ۴ **۱** با توجه به نمودار، موارد زیر نتیجه می‌شود:



در $x = b$ ماکزیمم نسبی، پیوسته و مشتق‌پذیر است.

در $x = c$ مینیمم نسبی و ناپیوسته است.

در $x = d$ مینیمم نسبی، پیوسته و مشتق‌ناپذیر است.

در $x = e$ ماکزیمم نسبی و ناپیوسته است.

در $x = f$ ماکزیمم نسبی، پیوسته و مشتق‌ناپذیر است.

در $x = g$ تابع اکسترمم نسبی ندارد.

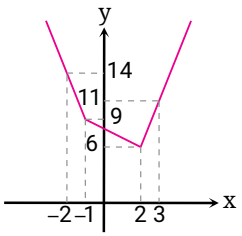
در $x = h$ ماکزیمم نسبی، پیوسته و مشتق‌ناپذیر است.

در $x = i$ مینیمم نسبی، پیوسته و مشتق‌پذیر است.

سه نقطه به طول‌های $x = f, x = d$ و $x = h$ نقاط موردنظر هستند.

۲۹ ۱ **۲** ۳ ۴ نمودار تابع را رسم می‌کنیم:

x	-2	-1	2	3
y	14	9	6	11



همان طور که ملاحظه می‌شود، $f_{\min} = 6$ است.

توجه: اگر تابعی از مجموع یا تفاضل چند عبارت قدر مطلقی درجه یک و یک چندجمله‌ای درجه یک تشکیل شده باشد:

$$y = a_1 x + b_1 \pm |a_2 x_2 + b_2| + \cdots + |a_n x + b_n|$$

اکسترمم‌های مطلق تابع در صورت وجود، در ریشه‌های قدر مطلق رخ می‌دهند.

بنابراین در این سؤال برای یافتن مینیمم مطلق تابع کافی است $f(2) = 6$ و $f(-1) = 9$ را با هم مقایسه کنیم.

۳۰ ۱ **۲** ۳ ۴ وضعیت ۳ رقم ۲ در کنار هم به شکل یک‌درمیان به‌صورت ◯۲◯۲◯۲ می‌باشد. واضح است جای مکان‌های خالی ارقام ۶ و۷ و ۵ به $3!$ حالت جابه‌جا می‌شوند. از طرفی شروع عدد می‌تواند با ارقام غیر ۲ باشد که ۲ حالت نیز اینجا داریم. بنابراین تعداد حالات $12 = 2 \times 3!$ می‌باشد.

۳۱ ۱ **۲** ۳ ۴ کافی است ۲ رقم زوج و ۳ رقم فرد انتخاب نماییم و بعد ۵ رقم انتخابی را جایگشت دهیم:

$$\binom{4}{2}\binom{5}{3} \times 5! = 6 \times 10 \times 120 = 60 \times 60 \times 2 = 7200$$

۳۲ ۱ ۲ **۳** ۴ با توجه به فرض داریم:

$\vec{a}=(۳,m,۵)\ ,\ \vec{b}=(۳-m,۷,۰)$

$(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}-\vec{b})\Rightarrow(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=۰\Rightarrow|\vec{a}|^۲-\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{a}-|\vec{b}|=۰\Rightarrow|\vec{a}|=|\vec{b}|$

$\Rightarrow\sqrt{۹+m^۲+۲۵}=\sqrt{(۳-m)^۲+۴۹}\rightarrow m^۲+۳۴=۹-۶m+m^۲+۴۹$

$\Rightarrow ۶m=۲۴\Rightarrow m=۴\Rightarrow\begin{cases}\vec{a}=(۳,۴,۵)\\ \vec{b}=(-۱,۷,۰)\end{cases}$

کسینوس زاویهٔ بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر می‌شود با:

$$\cos\alpha=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{-۳+۲۸+۰}{\sqrt{۹+۱۶+۲۵}\times\sqrt{۱+۴۹}}=\frac{۲۵}{۵۰}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\alpha=۶۰^\circ$$

۳۳ ۱ ۲ ۳ ۴

نکته: تصویر قائم بردار $\vec{a}$ روی بردار $\vec{b}$ از دستور $\vec{a'}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^۲}\vec{b}$ حاصل می‌شود. پس:

$$\vec{a'}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^۲}\vec{b}=\frac{-۹}{۹}(۲,-۱,-۲)=(-۲,۱,۲)$$

۳۴ ۱ ۲ ۳ ۴ واکنش نهایی به صورت $ClF(g)+F_۲(g)\rightarrow ClF_۳(l)$ خواهد بود لذا در واکنش‌های داده شده داریم:

واکنش a: $O_۲+۲ClF\rightarrow Cl_۲O+OF_۲\ \ ;\ \ \Delta H=۸۴kJ$ را در $\frac{۱}{۲}$ ضرب می‌کنیم

واکنش b: $O_۲+۲F_۲\rightarrow ۲OF_۲\ \ ;\ \ \Delta H=-۲۲kJ$ را در $\frac{۱}{۲}$ ضرب می‌کنیم

واکنش c: $۲ClF_۳+۲O_۲\rightarrow Cl_۲O+۳OF_۲\ \ ;\ \ \Delta H=-۱۹۷$ را معکوس و در $\frac{۱}{۲}$ ضرب می‌کنیم

$$\Delta H_{کل}=۸۴Kj-۲۲Kj-۱۹۷Kj=-۱۳۵Kj$$

۳۵ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی گزینه‌ها:

نادرستی گزینهٔ اول: محلول d حاوی وانادیم (II) با آرایش $۱s^۲\ ۲s^۲\ ۲p^۶\ ۳s^۲\ ۳p^۶\ ۳d^۳$ و ۱۱ الکترون در لایهٔ سوم دارد.

گزینهٔ دوم: وانادیم (III) با گرفتن ۲ الکترون به وانادیم (V) تبدیل نمی‌شود.

گزینهٔ سوم: وانادیم (II) الکترونی در لایهٔ چهارم ندارد.

گزینهٔ چهارم: کاهندهٔ فلز روی و اکسندهٔ گونه‌های وانادیم هستند. از زیر لایهٔ $۴s$ فلز روی الکترون خارج شده و نمک وانادیم را به نمک‌های دیگری که عدد اکسایش وانادیم در آن‌ها کمتر است، تبدیل می‌کند.

۳۶ ۱ ۲ ۳ ۴ در شرایط یکسان، حجم مشخصی از گازها (مثلاً ۰٫۵ لیتر) شامل تعداد مول‌های برابر هستند. برای مقایسهٔ گرمای سوختن هیدروکربن‌ها ابتدا به جرم هیدروکربن توجه می‌شود هرچه جرم هیدروکربن بیشتر باشد، گرمای بیشتری آزاد می‌کند چون تعداد مول برابر دارد هیدروکربنی که جرم مولی بیشتری دارد گرمای سوختن آن نیز بیشتر است.

جرم مولی : $C_۳H_۸ > C_۲H_۶ > C_۲H_۴ > C_۲H_۲$

پروپان اتان اتن اتین

۳۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$R_{Fe}=\frac{۲۱۹۰۰۰\times ۰٫۰۵}{۳۶۵}=۳۰\frac{ton}{day}$$

۳۸ ۱ ۲ ۳ ۴ هرچه چگالی بار دو یون با بار ناهمنام کمتر باشد، نیروی جاذبهٔ میان آنها ضعیف‌تر است. چگالی بار K^+ از سایر کاتیون‌ها کمتر است. از سوی دیگر چگالی بار Cl^- از سایر آنیون‌ها کمتر است؛ پس نیروی جاذبهٔ میان K^+ و Cl^- از همه ضعیف‌تر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: به توضیحات بالا رجوع کنید!

گزینه «۲»: شعاع یون $Mg^{۲+}$ برابر است با:

$$\text{چگالی بار } Mg^{۲+}=\frac{\text{بار } Mg^{۲+}}{\text{شعاع } Mg^{۲+}}\Rightarrow ۲٫۷۷\times ۱۰^{-۲}=\frac{۲}{x}\Rightarrow x=r_{Mg^{۲+}}=\frac{۲}{۲٫۷۷\times ۱۰^{-۲}}\simeq ۷۲pm$$

مجموع شعاع $Mg^{۲+}$ و Cl^- $(۷۲+۱۸۱=۲۵۳pm)$ از مجموع شعاع $Ca^{۲+}$ و F^- $(۹۹+۱۳۳=۲۳۲pm)$ بیشتر است؛ پس انرژی فروپاشی شبکهٔ $MgCl_۲$ کمتر از $CaF_۲$ است.

گزینه «۳»: $Mg^{۲+}$ بیشترین چگالی بار را در میان کاتیون‌ها و $O^{۲-}$ بیشترین چگالی بار را در میان آنیون‌ها دارد، پس نیروی جاذبهٔ میان $Mg^{۲+}$ و $O^{۲-}$ از همه قوی‌تر است.

۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به رابطه‌ی $\overline{R}_C = +\frac{\Delta n_C}{\Delta t}$ به این نکته می‌رسیم که C فرآورده‌ی واکنش می‌باشد، چون برای محاسبه‌ی سرعت متوسط آن، کنار Δn علامت منفی وجود ندارد.

$$\overline{R}_A = \frac{۱}{۲}\frac{\Delta n_C}{\Delta t} = \frac{۱}{۲}\overline{R}_C \Rightarrow \frac{\overline{R}_A}{\overline{R}_C} = \frac{۱}{۲} = \frac{\text{ضریب استوکیومتری } A}{\text{ضریب استوکیومتری } C}$$

به کمک تساوی بالا به این نتیجه می‌رسیم که ضریب استوکیومتری C، دو برابر ضریب استوکیومتری A می‌باشد. در رابطه‌ی $\overline{R}_A = ۰/۲۵ \times \frac{\Delta n_B}{\Delta t}$، با توجه به این‌که می‌دانیم $\overline{R}_A$ کمیتی مثبت است، بنابراین $\frac{\Delta n_B}{\Delta t}$ هم مثبت می‌باشد، پس B هم فرآورده‌ی این واکنش و $\frac{\Delta n_B}{\Delta t}$ نشان‌دهنده‌ی $\overline{R}_B$ است.

$$\overline{R}_A = ۰/۲۵ \times \frac{\Delta n_B}{\Delta t} = ۰/۲۵\overline{R}_B \Rightarrow \frac{\overline{R}_A}{\overline{R}_B} = \frac{۱}{۴} = \frac{\text{ضریب استوکیومتری } A}{\text{ضریب استوکیومتری } B}$$

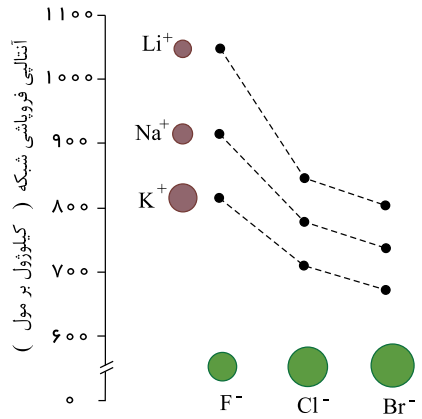
ضریب استوکیومتری B، چهاربرابر ضریب استوکیومتری A می‌باشد. همچنین می‌دانیم که C, B فرآورده واکنش هستند. پس A واکنش‌دهنده می‌باشد. (توجه:واکنش نمی‌تواند بدون ماده‌ی اولیه باشد، C, B فرآورده‌اند. پس حتماً A واکنش‌دهنده‌ی این واکنش است)

ضریب استوکیومتری C، دو برابر ضریب استوکیومتری A و ضریب استوکیومتری B چهار برابر ضریب استوکیومتری A است. پس اگر ضریب استوکیومتری A را یک در نظر بگیریم، ضریب استوکیومتری C، برابر با ۲ و ضریب استوکیومتری B برابر با ۴ می‌باشد. با توجه به این توضیحات معادله‌ی واکنش انجام شده در ظرف به صورت $A \rightarrow ۴B + ۲C$ است.

$$\overline{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\overline{R}_A}{۱} = \frac{\overline{R}_B}{۴} = \frac{\overline{R}_C}{۲}$$

۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به نمودار، برای هالیدهای فلزات قلیایی با تغییر آنیون از یون فلوئورید به یون کلرید، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ تغییرات بیش‌تری نسبت به تغییر آنیون از یون کلرید به یون برمید دارد.

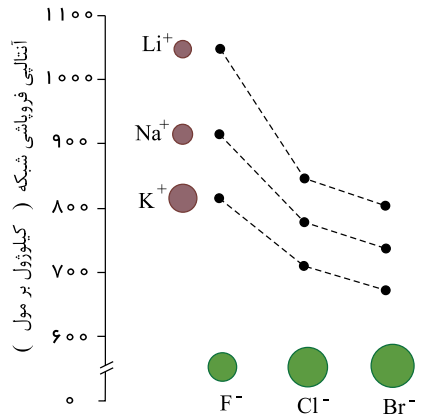


بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: آنتالپی فروپاشی شبکهٔ سدیم فلوئورید از پتاسیم کلرید بیش‌تر است؛ زیرا آنیون و کاتیون با شعاع کم‌تر دارد.

گزینهٔ «۲»: فلوئور نسبت به کلر شعاع کم‌تری دارد، پس سدیم فلوئورید نسبت به سدیم کلرید، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بیش‌تر خواهد داشت.

گزینهٔ «۴»: با توجه به نمودار، تفاوت آنتالپی فروپاشی شبکهٔ سدیم فلوئورید با لیتیم فلوئورید بیش‌تر از تفاوت آنتالپی فروپاشی شبکهٔ سدیم فلوئورید با پتاسیم فلوئورید است.

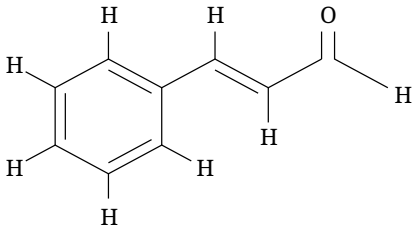


۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: تعداد کربن‌های این دو ترکیب متفاوت است؛ پس نمی‌توانند ایزومر یکدیگر باشند.

گزینهٔ «۲»: هر دو ترکیب پیوند دوگانهٔ کربن - کربن دارند و سیرنشده هستند. هر دو مثل اتیلن گلیکول گروه عاملی هیدروکسیل دارند.

گزینهٔ «۳»: $C_۹H_۸O$



گزینهٔ «۴»: گروه عاملی موجود در ترکیب (a)، آلدهیدی است. گروه عاملی موجود در ۲ - هپتانون کتونی است.

۴۲ ۱ ۲ ۳ **۴**

$_{۲}A : He$

$_{۳}B : Li$

$_{۹}C : F$

$_{۱۰}D : Ne$

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) در جامد یونی حاصل از واکنش B و C، فقط آنیون C^- به آرایش هشت‌تایی می‌رسد.

۲) شعاع یون پایدار C^- از شعاع یون پایدار B^+ بیشتر است.

۳) گاز $(Ne)D$ یک گاز نجیب است و واکنش‌پذیری ناچیزی دارد.

۴۳ ۱ **۲** ۳ ۴ شکل (۱) بیانگر خاصیت شکل‌پذیری و چکش‌خواری فلزات و شکل (۲) هم بیانگر رسانایی الکتریکی فلزات است. با توجه به این توضیحات می‌توان دریافت که فقط عبارت پنجم نادرست است.

۴۴ ۱ ۲ ۳ **۴** انرژی شبکه با بار یون رابطهٔ مستقیم و با شعاع یون رابطهٔ عکس دارد. در واکنش‌های b و c میزان بارهای مثبت و منفی بیش‌تر می‌باشد و در واکنش b اندازهٔ شعاع $Mg^{۲+}$ کم‌تر از Na^+ در واکنش c است. هم‌چنین اندازهٔ شعاع یون F^- کم‌تر از $O^{۲-}$ است، بنابراین انرژی شبکه در واکنش b بیش‌تر از c است. (بیش‌ترین انرژی شبکه مربوط به واکنش b است. در واکنش‌های a و d میزان بارهای مثبت و منفی برابر است. اما اندازهٔ یون‌ها در واکنش d بزرگ‌تر است.

مقایسهٔ انرژی شبکه در چهار واکنش به صورت زیر است: انرژی آزادشده در این واکنش ها با انرژی شبکهٔ بلور ترکیب مورد نظر از لحاظ مقداری برابرند.

$$b > c > a > d$$

۴۵ ۱ ۲ **۳** ۴ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور با افزایش بار و با کاهش شعاع یون‌های سازندهٔ ترکیب، افزایش می‌یابد. مجموع قدرمطلق بارها در $Fe_۲O_۳$ بیشتر از $Fe_۲Cl$ است؛ ازاین‌رو آنتالپی فروپاشی شبکهٔ $Fe_۲O_۳$ بیشتر از $FeCl_۲$ است.

۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴ **۱** فقط مورد «ب» درست است.

بررسی موارد:

آ) در ساخت پروانهٔ کشتی‌های اقیانوس‌پیما به‌جای فولاد از تیتانیم استفاده می‌شود نه در ساخت بدنهٔ آن

ب) آلیاژ هوشمند (نیتینول) از فلزهای نیکل و تیتانیم تشکیل شده است که با توجه به آرایش الکترونی آنها، مجموع الکترون‌های $۳d$ آنها برابر ۱۰ است .

$$_{۲۲}Ti : ۱s^۲/۲s^۲۲p^۶/۳s^۲۳p^۶۳d^۲/۴s^۲$$

$$_{۲۸}Ni : ۱s^۲/۲s^۲۲p^۶/۳s^۲۳p^۶۳d^۸/۴s^۲$$

پ) محلولی از وانادیم که زردرنگ می‌باشد، حاوی $V^{۵+}$ است که بالاترین عدد اکسایش آن می‌باشد و فقط می‌تواند الکترون بگیرد و کاهش یابد، یعنی فقط می‌تواند اکسنده باشد.

ت) اگر جسمی به‌رنگ آبی دیده می‌شود، یعنی فقط طول موج آبی را بازتاب کرده است.

۴۷ ۱ **۲** ۳ ۴ فرمول ساختاری مواد در واکنش داده شده به‌صورت زیر است:

$$N \equiv N(g) + ۲H - H(g) \rightarrow H - \underset{H}{\underset{|}{N}} - \underset{H}{\underset{|}{N}} - H(g)$$

$$\Delta H = ۹۱kJ$$

آنتالپی واکنش با استفاده از آنتالپی‌های پیوند:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{ مجموع آنتالپی‌پیوندها در مواد فرآورده }] - [\text{ مجموع آنتالپی‌پیوندها در مواد واکنش‌دهنده }]$$

$$\Delta H = [\,\Delta H(N \equiv N) + ۲\Delta H(H - H)\,] - [\Delta H(N - N) + ۴\Delta H(N - H)]$$

$$۹۱ = [\,\Delta H(N \equiv N) + ۲(۴۳۶)\,] - [(۱۶۲) + ۴(۳۹۱)] \Rightarrow \Delta H(N \equiv N) = ۹۴۵kJ \cdot mol^{-۱}$$

۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی موارد:

مورد الف) نادرست؛

$$\left[:\ddot{O}-\underset{:\ddot{O}:}{\overset{:\ddot{O}:}{\underset{|}{\overset{|}{P}}}}-\ddot{O}:\right]^{3-} \quad , \quad \left[:\ddot{O}-\underset{:\ddot{O}:}{\overset{:\ddot{O}:}{\underset{|}{\overset{|}{S}}}}-\ddot{O}:\right]^{2-} \Rightarrow \frac{12}{4}=3$$

مورد ب) نادرست؛ دی‌متیل‌اتر دارای نقشهٔ پتانسیل الکترواستاتیکی نامتقارن بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند، اما آلکان‌ها این‌گونه نیستند.

مورد پ) نادرست؛ گرافیت به‌عنوان یک جامد کووالانسی، رسانایی الکتریکی دارد.

مورد ت) درست؛ در دورهٔ دوم جدول دوره‌ای تنها عنصر کربن جزو جامدهای کووالانسی رسانای جریان برق به‌شمار می‌آید.

۴۹ ۱ ۲ ۳ ۴ عبارت‌های سوم، چهارم و پنجم درست هستند.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

عبارت اول: مطابق نمودار، واکنش اکسایش گلوکز گرماده است. در واکنش‌های گرماده آنتالپی فرآورده‌ها از آنتالپی واکنش‌دهنده‌ها کمتر است.

عبارت دوم: مولکول آب در فرآورده‌ها و مولکول گلوکز در واکنش‌دهنده‌هاست. محتوای انرژی فرآورده‌ها برخلاف پایداری آن‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کمتر است.

عبارت سوم: در واکنش‌های گرماده، انرژی از سامانه به محیط منتقل می‌شود.

عبارت چهارم: فرآیند هم‌دما شدن شیر 60° در بدن همانند واکنش اکسایش گلوکز گرماده و نمودار آن مشابه به یکدیگر است.

عبارت پنجم: با وجود تولید انرژی در واکنش اکسایش گلوکز، دمای بدن تغییر محسوسی نمی‌کند، زیرا دمای مواد واکنش‌دهنده پیش از آغاز واکنش با دمای مواد فرآورده پس از پایان واکنش برابر است ($\Delta\theta = 0$).

۵۰ ۱ ۲ ۳ ۴ عبارت‌های (آ)، (پ) و (ت) درست‌اند.

آ) فرمول مولکولی بنزوئیک اسید و بنزن به‌ترتیب به صورت $C_7H_6O_2$ و C_6H_6 است:

$$C_7H_6O_2 - C_6H_6 = CO_2$$

ب)

$$?kJ = 5{,}6L\ O_2 \times \frac{1mol\ O_2}{22{,}4L\ O_2} \times \frac{286kJ}{2mol\ O_2} = 35{,}75kJ$$

پ) آنتالپی پیوند با طول پیوند رابطهٔ وارونه دارد.

آنتالپی پیوند : $H-Cl > Cl-Cl > Br-Br$

ت) با توجه به فرمول مولکولی ۲ـ هپتانون ($C_7H_{14}O$) و گلوکز ($C_6H_{12}O_6$)، درست است.

۵۱ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا مقدار گاز CO_2 تولیدشده را با توجه به گلوکز مصرف‌شده تعیین می‌کنیم:

$$1{,}8ton\ \text{پسماند} \times \frac{10^6 g}{1ton} \times \frac{30g\ \text{گلوکز}}{100g\ \text{پسماند}} \times \frac{60}{100} \times \frac{1mol\ \text{گلوکز}}{180g\ \text{گلوکز}} \times \frac{2molCO_2}{1mol\ \text{گلوکز}} \times \frac{22{,}4LCO_2}{1molCO_2} = 80640LCO_2$$

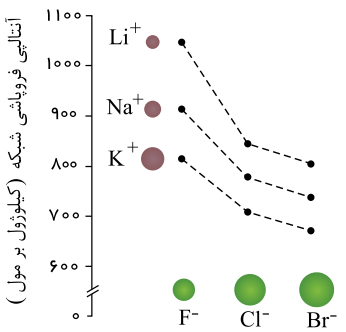
$$\overline{R}(CO_2) = \frac{\text{حجم گاز}}{\text{زمان}} = \frac{80640L}{56 \times 60s} = 24L \cdot s^{-1}$$

۵۲ ۱ ۲ ۳ ۴ همان‌طور که می‌دانیم ارزش سوختی کربوهیدرات‌ها $17\ kJ \cdot g^{-1}$ و چربی‌ها $38\ kJ \cdot g^{-1}$ و پروتئین‌ها $17\ kJ \cdot g^{-1}$ است. بنابراین ارزش سوختی چربی‌ها بیش از دو برابر کربوهیدرات‌ها و پروتئین‌هاست.

در دمای $25^\circ C$ (دمای اتاق) آب تولید شده در اثر سوختن کامل هیدروکربن‌ها مایع است.

۵۳ ۱ ۲ ۳ ۴

برای تحلیل و بررسی این سؤال، ابتدا به نمودار و جدول مقابل که در متن کتاب درسی آمده است؛ توجه کنید:



کاتیون \ آنیون	F^-	O^{-2}
Na^+	۹۲۶	۲۴۸۸
Mg^{+2}	۲۹۶۵	۳۷۹۸

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: به‌عنوان مثال اگر ترکیب c، MgF_2 باشد؛ ترکیب a می‌تواند $LiCl$ باشد که آنیون آن یک هالید است.

گزینهٔ «۲»: به‌عنوان مثال اگر ترکیب‌های a و b را به‌ترتیب $LiCl$ و $LiBr$ فرض کنیم؛ آنیون‌های سازنده (Cl^- و Br^-) نمی‌توانند در یک دوره قرار داشته باشند؛ بلکه هم‌گروه‌اند.

توجه: دقت کنید که ترکیب‌های a و b را نمی‌توانیم به‌صورت جفت ترکیبی همچون Na_2O و NaF در نظر بگیریم؛ زیرا با توجه به جدول کتاب درسی، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ Na_2O حدود $2500\,kJ\cdot mol^{-1}$ است؛ درحالی‌که آنتالپی فروپاشی شبکهٔ ترکیب a با توجه به جدول ارائه شده در صورت سؤال، حدود ۱۰۰۰ کیلوژول است.

گزینهٔ «۳»: به‌عنوان مثال اگر ترکیب‌های c و e را به‌ترتیب MgO و Na_2O در نظر بگیریم؛ بار آنیون‌های هر دو ترکیب یکسان است.

گزینهٔ «۴»: اگر دو ترکیب b و d را به‌ترتیب KF و $LiCl$ درنظر بگیریم؛ داریم:

$$\left\{\begin{array}{l} r_{F^-} < r_{Cl^-}\ ,\ r_{Li^+} < r_{K^+} \\ F^- \text{ بار الکتریکی} = Cl^- \text{ بار الکتریکی} \\ \Delta H_d(LiCl) > \Delta H_b(KF) \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} I)\ \dfrac{r_{K^+}}{r_{Li^+}} > 1 \\ II)\ \dfrac{r_{F^-}}{r_{Cl^-}} < 1 \end{array}\right\} \Rightarrow (I) > (II)$$