



هندسه ۱



چند ضلعی

صفحه	فهرست مطالب
۵۷	■ چند ضلعی
۶۰	■ چهار ضلعی‌های مهم
۷۴	■ مساحت و کاربرد
۸۳	■ نقاط شبکه‌ای و مساحت





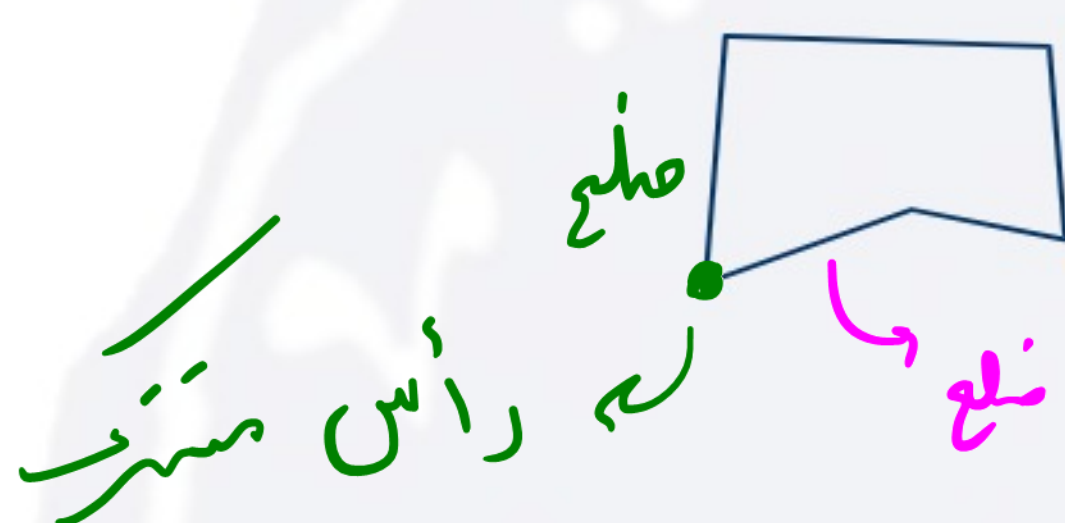
چند ضلعی

در این بخش به معرفی چندضلعی و برخی مفاهیم مربوط به آن پرداخته شده است. در بخش‌های بعدی، چند ضلعی‌های مهم به صورت دقیق معرفی شده و برخی محاسبات مربوط به آن‌ها را خواهیم دید.

چند ضلعی: $n \geq 3$ شکلی ←

- هر چندضلعی شکلی است متشکل از لااقل سه پاره‌خط با این شرایط که:
- هر پاره‌خط دقیقاً دو پاره‌خط دیگر را در نقاط انتهایی خود قطع می‌کند.
 - هر دو پاره‌خطی که نقطه‌ی مشترک دارند، در یک امتداد نباشند.

نمونه‌هایی ببینید:



توجه کنید:

در هر چند ضلعی:

- به پاره خط‌هایی که آن را تشکیل داده‌اند، «ضلع» گفته می‌شود.
- هر دو ضلع کناری، در یک نقطه مشترک هستند که به آن «رأس» گویند.
- اگر تعداد ضلع‌ها برابر n باشد، به آن شکل n ضلعی گوئیم.

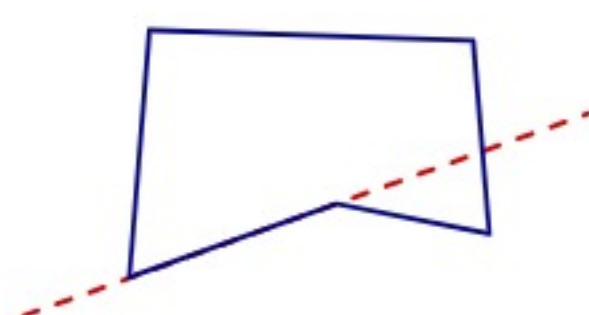
چند ضلعی‌ها را بر حسب یک خاصیت مهم می‌توان به دو نوع کلی تقسیم کرد:

چند ضلعی محدب:

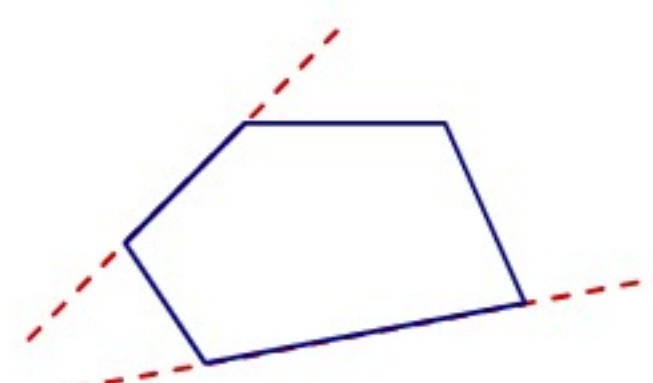
یک چندضلعی را «محدب» گوئیم، هرگاه:

اگر از هر ضلع آن خطی عبور دهیم، سایر نقاط شکل در یک سمت آن خط واقع شوند!

در غیر این صورت، به آن «مقعّر» گفته می‌شود.



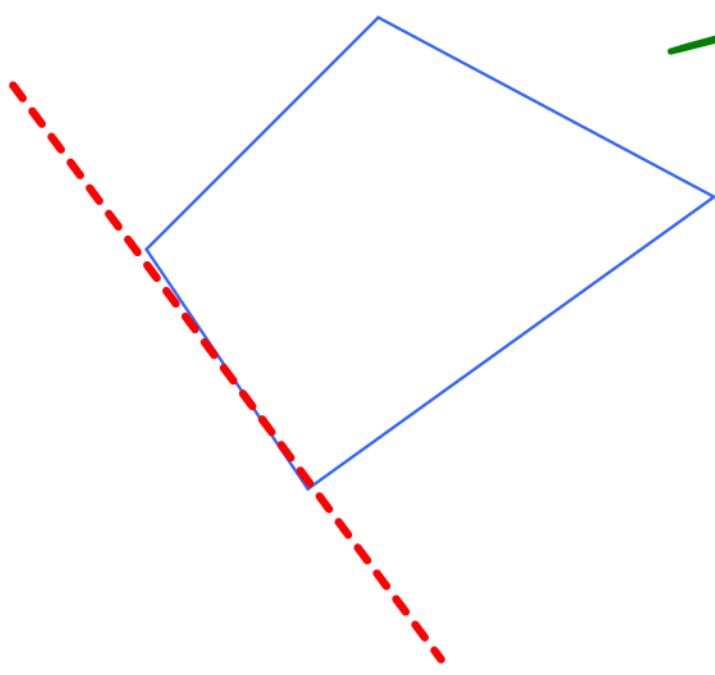
نمونه‌ی چندضلعی مقعر



نمونه‌ی چندضلعی محدب

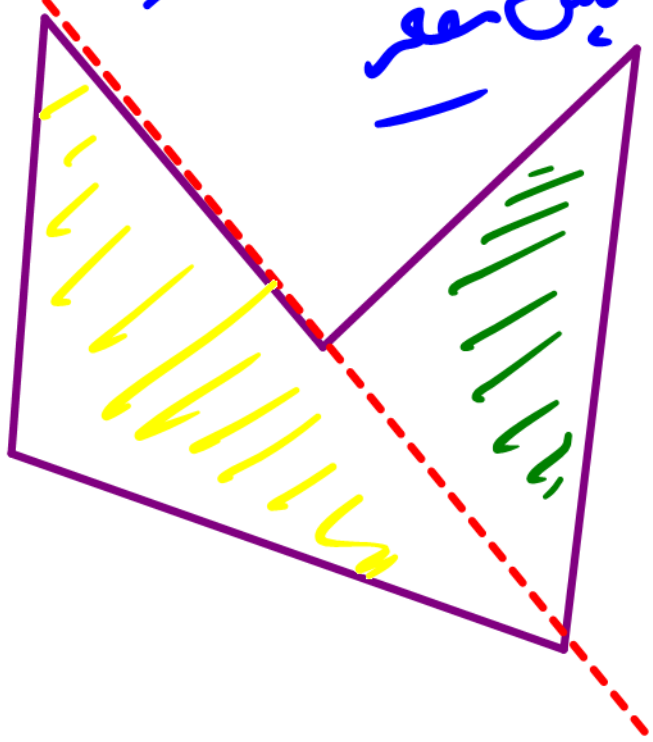
خط
آزمون

مصدب



خط
آزمون

چون شکل "مست
ر" ، پس صفحہ

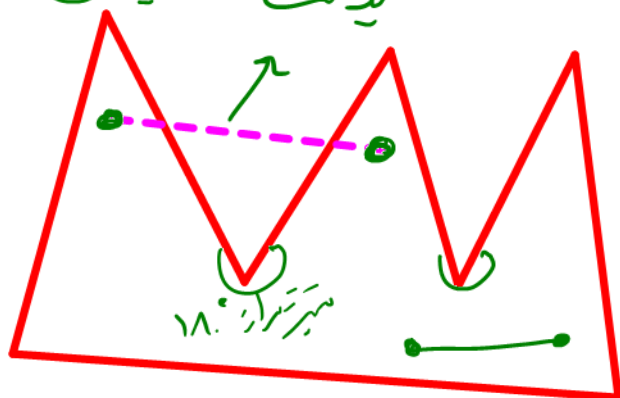
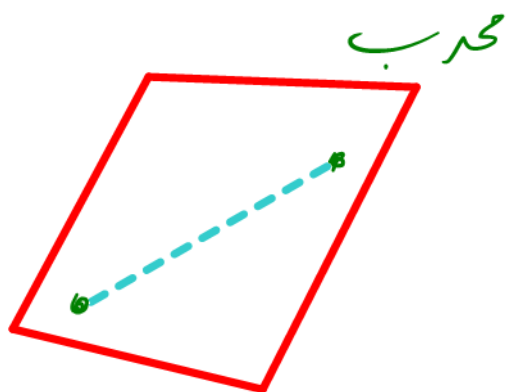


راه حل دوم برای شناخت ضلع منفرجه و منفرجه :
 زاویه کمتر از 180° ← محدب

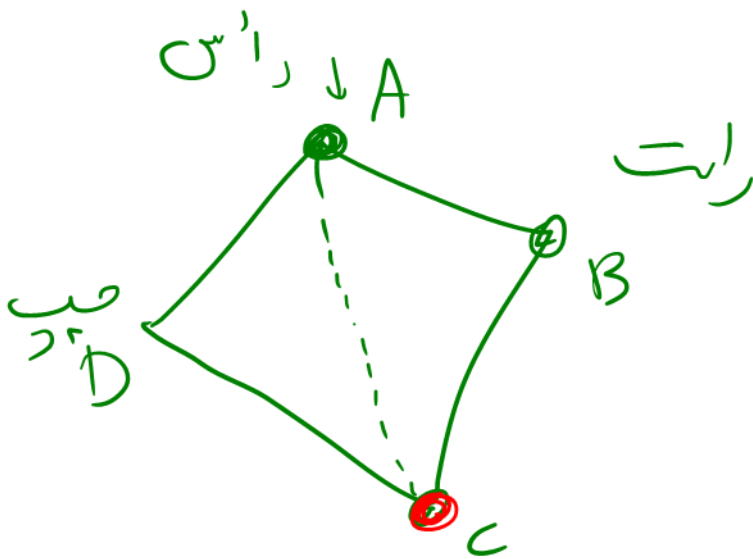


زاویه بیشتر از 180° ← منفرجه
 منفرجه

راه حل سوم برای شناخت ضلع منفرجه :
 دیدت خط بیرون افتاد

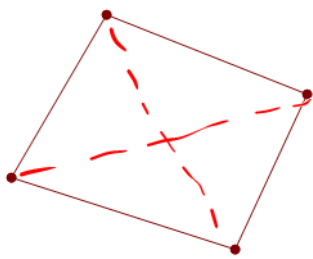


قطر ← از اتصال دو رأس غیر مجاور

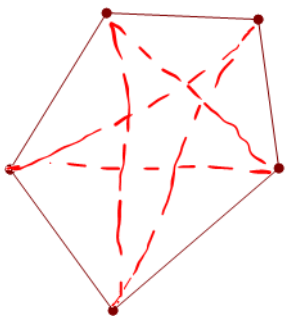


AC
CA

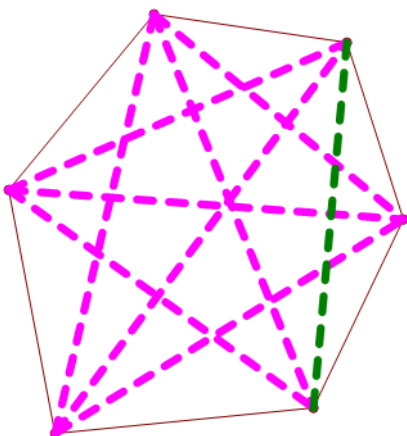
اثبات استرایی تعداد مَرَمَا



→ $n=4$ مَرَمَا $= \frac{4 \times (4-1)}{2}$



→ $n=5$ مَرَمَا $= \frac{5 \times (5-1)}{2}$



→ $n=6$ مَرَمَا $= \frac{6 \times (6-1)}{2}$

→ n مَرَمَا $= \frac{n(n-1)}{2}$



توجه کنید:

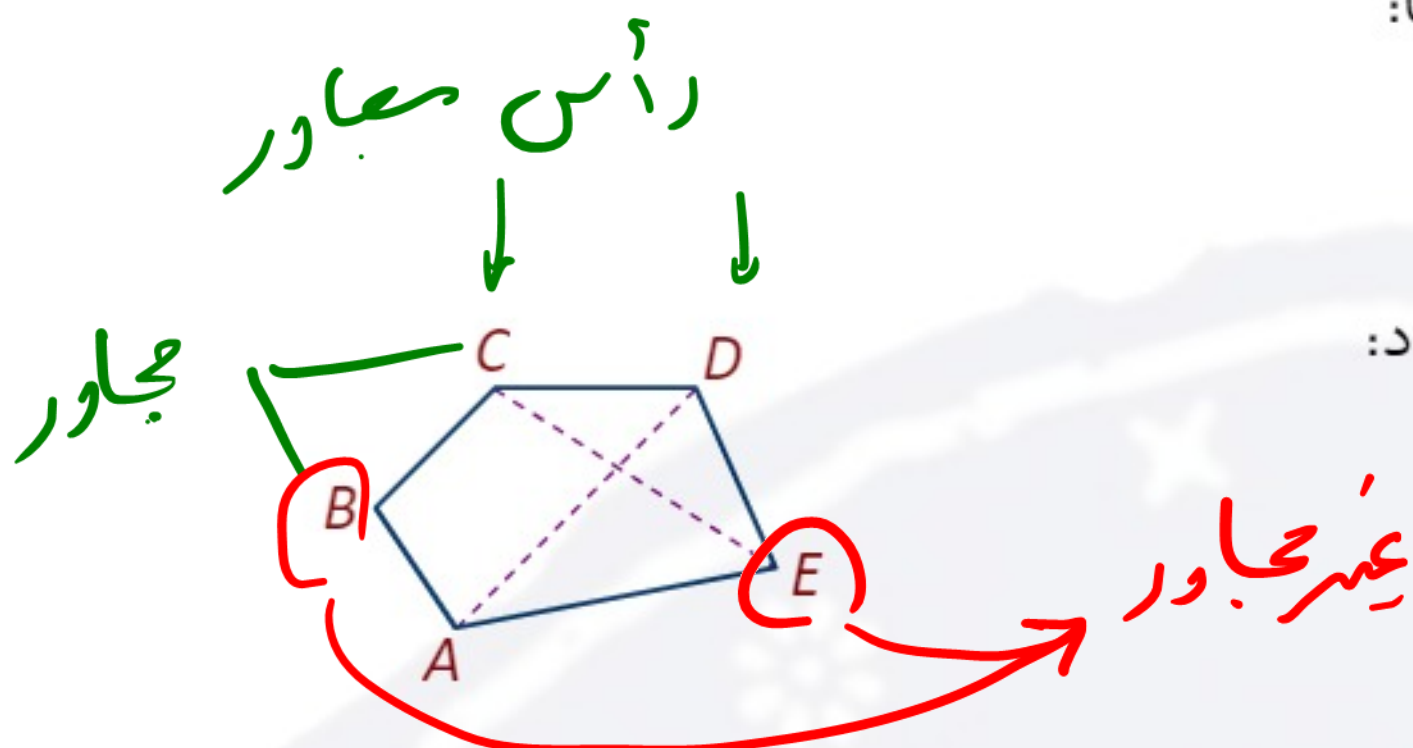
در چندضلعی محدب، تمام زوایای داخلی کوچکتر از 180° هستند؛ ولی در چندضلعی مقعر، لااقل یک زاویه ی بزرگتر از 180° وجود دارد. بعلاوه:

تقریباً تمام مباحث ما از این پس مربوط به چند ضلعی های محدب خواهد بود.

بیان دقیق چند مفهوم ساده ی دیگر در مورد چندضلعی ها:

توجه کنید:

با توضیح روی نمونه ی مقابل، به مواردی ساده اشاره می شود:



○ به هر دو رأسی که دو سر یک ضلع هستند، رأس های مجاور گوئیم. مانند C و D و همچنین E و A . سایر رأس ها غیر مجاور هستند؛ مانند B و E . بنابراین:

تعریف ضلع → هر ضلع دو رأس مجاور را به هم متصل کرده است.

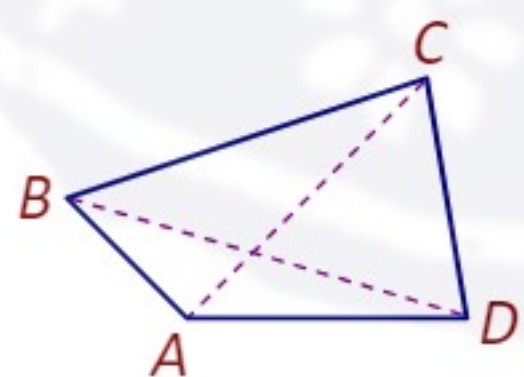
قطر:

○ پاره خطی که دو رأس غیر مجاور را به هم متصل کند، یک قطر از چندضلعی است. مانند قطرهای AD و CE که در شکل رسم شده است.

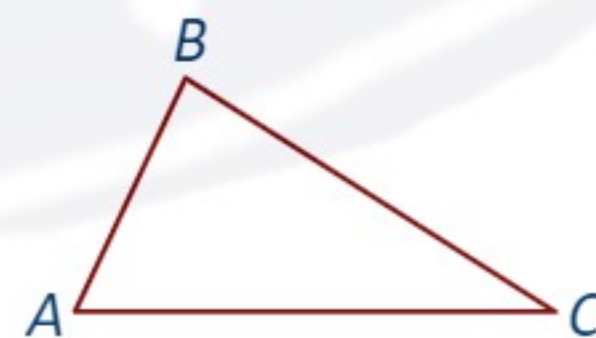


بعلاوه:

▪ مثلث یک سه ضلعی است که رأس های آن همگی مجاورند و بنابراین قطر ندارد.
 ▪ در چهارضلعی $ABCD$ فقط A و C و همچنین B و D رئوس غیر مجاورند و بنابراین این شکل تنها دو قطر AC و BD را دارد.



چهارضلعی دو قطر دارد.



مثلث قطر ندارد.

استدلالی

مثال: با استدلال مناسب، فرمولی برای تعداد قطرهای یک n ضلعی محدب به دست آورید.

n ضلعی ← n رأس ، صفر تا $(n-1)$ رأس غیر مجاور



برای تولید رأس $n-3$ وصل کنیم
 ضلع است $\rightarrow$ $\left\{ \begin{array}{l} 1 \rightarrow \text{خودش} \\ 1 \rightarrow \text{سایر} \\ 1 \rightarrow \text{است} \end{array} \right\}$ n رأس



تعداد کل
مقارها

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

دید قطر را دوبار شماریم

نوبت شماسست ...

پای تخته!



۱. در یک n ضلعی محدب، از هر رأس $n-3$ قطر عبور می کند. تعداد کل قطرها را به دست آورید.

$$n-3 = 2n-11 \rightarrow n=8$$

$$\text{تعداد کل مقارها} = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{8(8-3)}{2} = \frac{8 \times 5}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

جواب آخر: ۲۰

پاسخ دهید (۱) ?

- ۱- تعداد قطرهای یک چند ضلعی محدب از تعداد اضلاع آن ۴۲ عدد بیشتر است. تعداد اضلاع و قطرها را حساب کنید.
- ۲- در یک n ضلعی محدب، از هر رأس $4n-24$ قطر می گذرد. تعداد قطرهای گذرنده از سه رأس مجاور را حساب کنید.
- ۳- تعداد قطرهای گذرنده از دو رأس مجاور یک k ضلعی برابر ۳۸ است. تعداد قطرهای چند ضلعی را بیابید.

منتخب کتاب:

- ۱- در کدام n ضلعی تعداد قطرها و ضلعها برابر است؟