

آزمون آزمایشی شبیه‌ساز کنکور

دوشنبه ۱۴۰۱/۱۰/۲۶

شبیه‌ساز کنکور دی ۱۴۰۱

دوره‌ای دوازدهم ریاضی

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی

دفترچه شماره ۱

مدت پاسخ‌گویی: ۸۰ دقیقه

تعداد سوال: ۵۰

مدت پاسخ‌گویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
۸۰ دقیقه	۲۲	۱	۲۲	حسابان	۱
	۳۶	۲۳	۱۴	هندسه	۲
	۵۰	۳۷	۱۴	ریاضیات گسسته	۳

طراحان، بازیبنان و ناظران علمی:

حسابان	سیروس نصیری – محمدرضا میرزایی
هندسه	امیر هویدی – پریسا طلوعی – مهدی یاقوتی
ریاضیات گسسته	امیر هویدی – پریسا طلوعی – مهدی یاقوتی
فیزیک	نصرالله افاضل – پریسا شکارسری – وحید تونچی
شیمی	دکتر شاپور نامور

گروه فنی و تولید:

مدیر تولید	نکیسا رحمانی
مسئول آزمون	مهدیه کیمیایی پناه
حروفنگاران	مهناز احراری
صفحه آرایی	مهدیه کیمیایی پناه

تولید: واحد آزمون سازی مؤسسه علمی آموزشی علوی
نظارت: شورای عالی آموزش مؤسسه علمی آموزشی علوی

حسابان (جامع)

۱- اگر $A = \sqrt{7} - \sqrt{6}$ باشد، حاصل $B = \sqrt{(A + \frac{1}{A})(\frac{\sqrt{7}}{2} - \sqrt{7})}$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۲- در تجزیه عبارت $4x^3 + 12x^2 + 5x - 6$ کدام عامل وجود ندارد؟

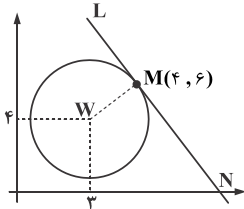
- ۲x-1 (۱) 2x+3 (۲) x+2 (۳) x-2 (۴)

۳- جواب نامعادله $3x^2 + 3x + 15 < 2x^2 + 4x - 5$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴)

۴- خط L بر دایره در نقطه M مماس است. طول نقطه N کدام است؟

- ۱۰ (۱)
۱۲ (۲)
۱۴ (۳)
۱۶ (۴)



۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $2x^2 - x - 2 = 0$ باشند، حاصل $|\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta}|$ کدام است؟

- $\frac{\sqrt{19}}{2}$ (۱) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{17}}{2}$ (۴)

۶- اگر $f = \{(a, 2a), (a, b), (b, 3a), (b, 7-2b)\}$ و $g = \{(a, a^2+1), (b, a^2+b^2)\}$ دو تابع باشند، آن‌گاه حاصل ضرب برد اعضای

تابع $\frac{f+g}{f-g+1}$ کدام است؟

- ۱۶ (۱) -۱۶ (۲) ۳۲ (۳) -۳۲ (۴)

۷- اگر $f(x) = x + a$ و فاصله دو تابع f و f^{-1} برابر $2\sqrt{2}$ باشد، $|a|$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴)

۸- دامنه تابع $f(x) = \frac{[\sin x] - [\cos x]}{[x + \frac{1}{4}] + [x + \frac{9}{4}]}$ کدام است؟

- $[-\frac{1}{4}, +\infty)$ (۱) $(-\infty, -\frac{5}{4})$ (۲) \mathbb{R} (۳) $(-\infty, -\frac{5}{4}) \cup [-\frac{1}{4}, +\infty)$ (۴)

۹- در صورتی که $\log_m 2 = 3$ باشد، مقدار $\log_7(6 \log_7 m)$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۰- مجموع اعداد چهار رقمی مضرب ۷ کوچک‌تر از ۸۰۰۰ کدام است؟

- ۴۴۹۶۵۰۰ (۱) ۴۴۷۹۵۰۰ (۲) ۴۴۹۵۷۰۰ (۳) ۴۴۹۷۵۰۰ (۴)

۱۱- اگر $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ و α در ناحیه دوم باشد، مقدار $\tan(\frac{\pi}{4} + 2\alpha)$ چقدر است؟

- ۲۳۹ (۱) -۲۳۹ (۲) ۳۲۹ (۳) -۳۲۹ (۴)

۱۲- اگر $f(x) = a[-x^2] + 1$ و $g(x) = [\frac{-1}{x}] + 2$ و $\lim_{x \rightarrow 3^+} (fg)(x) = -9$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) -۱ (۴)

۱۳- اگر تابع $f(x) = \frac{(a+2)(x+1)^2}{ax^2 + 3x - b}$ فقط یک مجانب قائم $x = 2$ داشته باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

۱۴- تابع $f(x) = \frac{\tan x}{\sqrt{9-x^2}}$ چند مجانب قائم دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۴

۱۵- دوره تناوب تابع $f(x) = (\tan x) \times \frac{1-2\sin x}{1-2\sin x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴) 2π

۱۶- مجموع جواب‌های معادله $\tan \Delta x \tan 2x = -1$ در بازه $[0, \pi]$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{3\pi}{2}$ (۲) $\frac{4\pi}{3}$ (۳) $\frac{5\pi}{3}$ (۴) $\frac{3\pi}{4}$

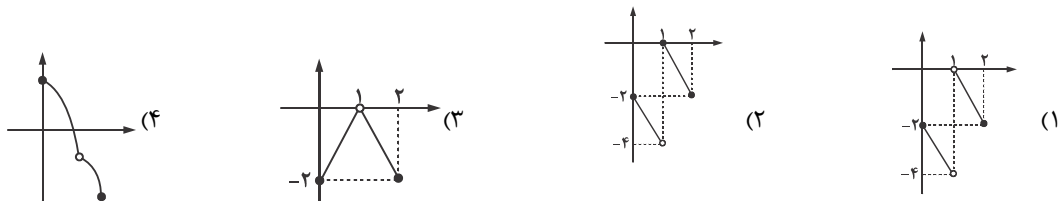
۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^{x+2} + 3^{2x-1}}{3^{2x+1} + 8^{x-1}}$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) صفر (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $+\infty$

۱۸- در صورتی که $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - 7}{2x + 4} = \frac{1}{2}$ باشد، مشتق تابع $g(x) = x^2 f(2x)$ در $x = -1$ چقدر است؟

- (۱) -۱۷ (۲) ۱۷ (۳) -۱۲ (۴) ۱۲

۱۹- در صورتی که $f(x) = -x^2 + 2|x - 1|$ و $0 \leq x \leq 2$ باشد، نمودار تابع $f'(x)$ کدام است؟



۲۰- عرض نقطه بحرانی تابع $f(x) = ax^4 - fax + a^2$ برابر ۱۰ است، $f(2)$ کدام است؟ ($a < 0$)

- (۱) ۱۲ (۲) -۱۲ (۳) ۱۴ (۴) -۱۴

۲۱- تابع $f(x) = \begin{cases} 2x - x^2 & x \geq 1 \\ 1 - (x-1)^3 & x < 1 \end{cases}$ از نظر یکنوایی چگونه است؟

- (۱) صعودی اکید (۲) نزولی اکید (۳) صعودی (۴) غیریکنوا

۲۲- در مورد تعداد نقاط عطف تابع $y = ax^4 + bx^3 + c$ کدام جمله صحیح است؟

- (۱) همواره فاقد نقطه عطف است. (۲) اگر $ab > 0$ باشد، یک نقطه عطف دارد. (۳) اگر $ab < 0$ باشد، فاقد نقطه عطف است. (۴) اگر $ab < 0$ باشد، دو نقطه عطف دارد.

هندسه (جامع)

۲۳- مثلث ABC ، اگر $\hat{A} + \hat{B} = 2\hat{C}$ و $\hat{B} < \hat{C}$ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $b > a > c$ (۲) $b > c > a$ (۳) $a > c > b$ (۴) $c > a > b$

۲۴- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 2\hat{B}$. کدام رابطه بین سه ضلع این مثلث برقرار است؟

- (۱) $a^2 = bc$ (۲) $b^2 = a \cdot c$ (۳) $a^2 - b^2 = b \cdot c$ (۴) $a^2 - c^2 = b \cdot c$

محل انجام محاسبات

۲۵- مثلث متساوی‌الساقین $(AB = AC)ABC$ که در آن $\hat{A} = 30^\circ$ و $BH = 6$ ارتفاع است با مثلث متساوی‌الساقین MNP که $NF = 6$ یکی از میانه‌های وارد بر ساق است، متشابه است. اگر k نسبت تشابه باشد، کدام رابطه صحیح است؟

- (۱) $k = 1$ (۲) $k = 2$ (۳) $1 < k < 2$ (۴) $2 < k$

۲۶- اگر صفحه‌ای عمود بر ارتفاع یک مخروط آن را به دو حجم مساوی تقسیم کند، نسبت ارتفاع دو مخروط حاصل چقدر است؟

- (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۴

۲۷- در مثلث ABC محیط برابر ۶ است. حاصل عبارت $r_a \cdot r_b + r_b \cdot r_c + r_c \cdot r_a$ کدام است؟ (r_a, r_b, r_c شعاع دایره‌های محاطی خارجی مثلث هستند).

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۳۶

۲۸- در مثلثی دایره محاطی داخلی به شعاع ۴ واحد، یکی از ضلع‌های مثلث را به دو پاره‌خط به طول‌های ۶ و ۸ واحد تقسیم می‌کند. محیط مثلث کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۳۶ (۳) ۴۲ (۴) ۷۲

۲۹- پاره‌خط AB ، به مرکز نقطه O خارج پاره‌خط با تجانس به نسبت $\frac{1}{3}$ را به $A'B'$ تبدیل می‌کنیم، سپس AB را به مرکز O و نسبت تجانس مثبت $k > 1$ به $A''B''$ تبدیل می‌کنیم. اگر $BB'' = BB'$ باشد، مقدار $\frac{A''B''}{A'B'}$ کدام است؟

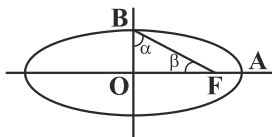
- (۱) $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) ۵ (۴) ۷

۳۰- مرکز دایره‌ای روی نیمساز ناحیه اول است. اگر این دایره از نقطه $A(6, 3)$ گذشته و بر خط به معادله $y = 2x$ مماس شود، شعاع آن کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $\sqrt{7}$ (۴) $\sqrt{10}$

۳۱- در شکل زیر، $2\alpha + 3\beta = 240^\circ$. خروج از مرکز بیضی چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$



۳۲- دستگاه معادلات $\begin{cases} 3x + (m-3)y = 2(3-m) \\ (m-1)x + y = m-2 \end{cases}$ نشان‌دهنده دو خط منطبق است. دستگاه $\begin{cases} (m-2)x + 5y = 4 \\ 4x + (m+1)y = 8 \end{cases}$ چند جواب دارد؟

- (۱) فقط یک جواب دارد. (۲) بی‌شمار جواب دارد. (۳) فاقد جواب است. (۴) گزینه‌های «۱» یا «۲»

۳۳- اگر $x+y+z = n$ و $\begin{vmatrix} x+n & x & y \\ y & y+n & y \\ z & z & z+n \end{vmatrix}$ مقدار n کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۲۷

۳۴- فرض کنید $6x - 2y + 3z = 7$ کم‌ترین مقدار $x^2 + y^2 + z^2$ چند است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{y}$ (۳) ۷ (۴) ۴۹

۳۵- فرض کنید a و b دو بردار یکه باشند و $a \times c = a + 2b$. زاویه بین a و b برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{2\pi}{3}$

۳۶- اگر مساحت متوازی‌الاضلاع تولید شده توسط دو بردار $a = i + mj - k$ و $b = 2i + j + 2k$ برابر $5\sqrt{2}$ باشد، m کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

ریاضیات گسسته (جامع)

۳۷- اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و $B = \{2, 4, 6, 8\}$ ، آن‌گاه تعداد مجموعه‌هایی مانند X که در رابطه $A \cap B \subseteq X \subseteq A$ صدق می‌کنند، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۳۸- اگر $|A \times B| = 12$ و $|A \times C| = 18$ و $A \subseteq B$ ، آن‌گاه مجموعه $B \times C$ حداقل چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۵۴ (۴) ۲۱۶

۳۹- اگر $P(A') = \frac{1}{3}$ ، $P(B') = \frac{1}{5}$ و $P(A \cup B) = \frac{14}{15}$ ، مقدار $P(A \cap B') + P(A' \cap B)$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۴۰- اگر $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه‌ای و $P(a)$ ، $P(b)$ ، $P(c)$ و $P(d)$ چهار جمله متوالی یک دنباله حسابی با قدرنسبت $\frac{1}{12}$ باشد، $P(a)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{1}{12}$

۴۱- یک تاس را آنقدر پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار مضرب ۳ ظاهر شود. با کدام احتمال، حداکثر در پرتاب سوم این نتیجه حاصل می‌شود؟

- (۱) $\frac{10}{27}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{16}{27}$ (۴) $\frac{19}{27}$

۴۲- در نمودار جعبه‌ای ۲۳ داده، میانگین داده‌های سمت چپ و راست به ترتیب $\frac{21}{6}$ و ۳۳ و میانگین داده‌های داخل و روی جعبه ۲۵ است. میانگین کلی این داده‌ها کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{8}$ (۲) ۲۶ (۳) $\frac{26}{1}$ (۴) $\frac{26}{2}$

۴۳- با فاصله اطمینان ۹۵ درصدی، نمونه ۱۰۰ تایی میانگین جامعه را در بازه $(\frac{48}{3}, \frac{43}{7})$ برآورد می‌کند. اگر انحراف معیار نمونه و جامعه برابر باشند، ضریب تغییرات داده‌های نمونه کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۴۴- برای دو عدد طبیعی m و n می‌دانیم $5m + n$ ، $4n + m + 6$ و $2n + m + 6$ مقدار $m + n$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۴۵- در یک تقسیم اگر یک واحد به مقسوم و دو واحد به مقسوم‌علیه اضافه کنیم، خارج‌قسمت تغییر نکرده و باقی‌مانده ۵ واحد کم می‌شود. خارج‌قسمت کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

۴۶- باقی‌مانده تقسیم $(-39)^{23}$ بر عدد ۳۳ کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۵ (۳) ۴ (۴) ۱۱

۴۷- فرض کنید $V = \{a, b, c, d\}$ و $E \subseteq \{ab, bc, cd, ad\}$. چند گراف با مجموعه رئوس V و مجموعه یال‌های E وجود دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۴۸- گراف G از مرتبه ۱۴ است. این گراف دارای یک مجموعه احاطه‌گر ۵ عضوی به نام D دارد و یک زیر گراف با مجموعه رئوس D و از اندازه ۱۰ است. حداقل اندازه گراف G کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۹ (۳) ۱۸ (۴) ۱۰

۴۹- چند عدد سه رقمی وجود دارد که شامل رقم ۱ نباشد، اما حداقل یکی از ارقام ۲ یا ۳ را داشته باشند؟

- (۱) ۴۶ (۲) ۴۷ (۳) ۴۸ (۴) ۴۹

۵۰- A یک مربع لاتین 3×3 است که درایه‌های روی قطر اصلی آن یکسان است. حاصل $a_{12} + a_{23} + a_{31}$ حداکثر کدام است؟ (درایه سطر i ام و ستون j ام مربع A است.)

- (۱) ۸ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۹