

## هندسه

۱ اگر  $\vec{a} = i + 2j - k$  و  $\vec{b} = 3i + j + 2k$  و  $\vec{c} = 3k + j$  باشد، کدام بردار، نیمساز زاویه بین  $\vec{a} + \vec{c}$  و  $\vec{b}$  است؟

(۲)  $(1, -1, -1)$

(۱)  $(-1, 1, 1)$

(۴)  $(-1, 1, -1)$

(۳)  $(1, 1, 1)$

۲ اگر  $\vec{a} = (m, 2, -1)$  و  $|\vec{b}| = \sqrt{41}$  و دو بردار  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{a} - \vec{b}$  بر هم عمود باشند، مقدار مثبت  $m$  کدام است؟

(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) ۶

(۳) ۵

۳ مساحت ناحیه محدود به  $x^2 + y^2 - 2x + 4y \leq 3$  و  $x \geq 3$  در دستگاه محورهای مختصات کدام است؟

(۲)  $2(\pi - 2)$

(۱)  $2(\pi - 1)$

(۴)  $2(\pi - \frac{1}{2})$

(۳)  $2(\pi - \sqrt{2})$

۴

مساحت ناحیه‌ای که توسط رابطه‌های  $\begin{cases} |x| > y \\ x > y - 2 \\ y > 0 \\ x < 0 \end{cases}$  محصور شده، کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

۵

فرض کنید  $\vec{a} = (2, 1, -3)$  و بردار  $\vec{b}$  موازی بردار  $\vec{c} = (2, -1, 2)$  است. اگر  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$  باشد، اندازه بردار  $\vec{b}$  کدام است؟

$$3 \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

$$12 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

۶

با مبدأ مختصات و نقاط انتهایی بردارهای  $2\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$  و  $2\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$  که از مبدأ مختصات رسم شدند، یک مثلث ساخته‌ایم. محیط این مثلث کدام است؟

$$12\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{2} \quad (1)$$

$$\sqrt{23} \quad (4)$$

$$4(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \quad (3)$$

۷ اگر دو بردار  $\vec{a} = (1, 2, -1)$  و  $\vec{b} = (-4, -2, 5)$  دو ضلع یک متوازی‌الاضلاع باشند، طول کوچک‌ترین قطر این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

(۲)  $\sqrt{6}$

(۱) ۵

(۴) ۱۷

(۳)  $\sqrt{77}$

۸ اگر سه نقطه  $A(m, n, -1)$ ،  $B(1, -1, 2)$  و  $C(2, 2, 4)$  روی یک خط راست قرار گیرند، مقدار  $m + n$  کدام است؟

(۲) -۶

(۱) ۶

(۴) -۸

(۳) ۸

۹ اندازه تصویر قائم بردار  $(2, -a, 3)$  بر امتداد بردار  $(1, 0, a)$ ، برابر  $\frac{5}{\sqrt{2}}$  است. اختلاف مقادیر  $a$  کدام است؟

(۲) ۷

(۱) ۲

(۴)  $\frac{10}{7}$

(۳)  $\frac{3}{2}$

بردارهای  $\vec{a} = (2, -3, 1)$ ،  $\vec{b} = (1, 2, 4)$  و  $\vec{c} = (2, 1, -1)$  یال‌های مکعب مستطیل هستند. اندازه قطر این مکعب مستطیل کدام است؟

$$\sqrt{41} \quad (2)$$

$$\sqrt{5} \quad (1)$$

$$\sqrt{10} \quad (4)$$

$$3\sqrt{2} \quad (3)$$

با فرض  $\vec{a} = (3, m, 5)$  و  $\vec{b} = (3 - m, 7, 0)$ ، به ازای یک مقدار  $m$  دو بردار  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{a} - \vec{b}$  عمود بر هم هستند. زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  در این حالت، چند درجه است؟

$$45 \quad (2)$$

$$30 \quad (1)$$

$$90 \quad (4)$$

$$60 \quad (3)$$

وجه‌های یک مکعب مستطیل، قسمتهایی از صفحات به معادلات  $x = 5$ ،  $x = -2$ ،  $x = 1$ ،  $y = 1$ ،  $y = 2$ ،  $y = -3$  و  $z = 4$  هستند. کدامیک از نقاط زیر روی یکی از وجه‌های این مکعب و غیرواقع بر یال‌های آن است؟

$$B(5, 2, 4) \quad (2)$$

$$A(3, 1, 4) \quad (1)$$

$$D(-3, \frac{3}{2}, 2) \quad (4)$$

$$C(-2, \frac{3}{2}, 0) \quad (3)$$

اگر  $A(۲, ۱, -۱)$ ،  $B(۱, ۰, ۲)$  و  $C$  نقطه‌ای روی محور  $z$  باشد، به طوری که مثلث  $ABC$  در رأس  $B$  قائم‌الزاویه باشد، مجموع مؤلفه‌های نقطه  $C$  کدام است؟

$$(۲) \quad -\frac{۳}{۲}$$

$$(۱) \quad -۱$$

$$(۴) \quad \frac{۵}{۳}$$

$$(۳) \quad -\frac{۱}{۲}$$

اگر ۳ رأس متوازی الاضلاع  $ABCD$  به صورت  $A = (۲, ۰, -۱)$ ،  $C = (۳, ۲, -۱)$  و  $D = (-۱, ۰, ۲)$  باشند، طول قطر  $BD$  از متوازی‌الاضلاع کدام است؟

$$(۲) \quad \sqrt{۸۹}$$

$$(۱) \quad \sqrt{۹۸}$$

$$(۴) \quad ۲\sqrt{۸۹}$$

$$(۳) \quad ۲\sqrt{۹۸}$$

اگر اندازه دو بردار  $\vec{V}_1 = ۲\vec{i} + (a+۱)\vec{j} + ۴\vec{k}$  و  $\vec{V}_۲ = a\vec{i} + ۴\vec{j} + ۳\vec{k}$  برابر باشند، کسینوس زاویه بین دو بردار کدام است؟

$$(۲) \quad \frac{۲۴}{۲۹}$$

$$(۱) \quad \frac{۱۶}{۲۹}$$

$$(۴) \quad \frac{۲۸}{۲۹}$$

$$(۳) \quad \frac{۴}{\sqrt{۲۹}}$$

اندازه بردار  $a$  برابر  $\sqrt{14}$  است. اگر اندازه تصویر آن بر روی صفحات  $xOy$  و  $yOz$  برابر  $\sqrt{5}$  و  $\sqrt{13}$  باشد، اندازه تصویر آن بر صفحه  $xOz$  کدام است؟

$$\sqrt{10} \quad (۲)$$

$$\sqrt{12} \quad (۱)$$

$$۲ \quad (۴)$$

$$\sqrt{13} \quad (۳)$$

اگر  $a$  و  $b$  دو بردار عمود بر هم باشند و  $a + b = (1, \alpha + 1, 2\alpha)$  و  $a - b = (2, 0, -1)$  مقدار  $\alpha$  کدام است؟

$$-1 \text{ و } 0/6 \quad (۲)$$

$$-1 \text{ و } 0/4 \quad (۱)$$

$$1 \text{ و } 0/6 \quad (۴)$$

$$1 \text{ و } 0/4 \quad (۳)$$

اگر  $A(-2, 3, 2)$ ،  $B(1, -1, 3)$  و  $2\vec{MA} = 3\vec{MB}$  جمع مختصات نقطه  $M$  کدام است؟

$$۲ \quad \text{صفر} \quad (۲)$$

$$۳ \quad (۱)$$

$$۱۵ \quad (۴)$$

$$۹ \quad (۳)$$

فرض کنید  $A(1, 2, 3)$ ،  $A'$  تصویر نقطه  $A$  بر صفحه  $yz$  و  $A''$  قرینه نقطه  $A$  نسبت به محور  $x$ ها باشد. طول پاره خط  $A'A''$  کدام است؟

$$\sqrt{53} \quad (۲)$$

$$\sqrt{22} \quad (۱)$$

$$\sqrt{19} \quad (۴)$$

$$\sqrt{14} \quad (۳)$$

۲۰ طول تصویر قائم بردار  $\vec{V}_1 = (1, 2, 2)$  بر بردار  $\vec{V}_2 = (2, 1, 2)$  کدام است؟

$\frac{8}{3}$  (۲)

۸ (۴)

$\frac{8}{9}$  (۱)

۳ (۳)

۲۱ اگر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  سه بردار در فضای  $\mathbb{R}^3$  باشند با این ویژگی که  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  و  $|\vec{a}| = 2$  و  $|\vec{b}| = 4$  و  $|\vec{c}| = 3$  حاصل  $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$  کدام است؟

$\frac{27}{2}$  (۲)

$\frac{9}{2}$  (۴)

$\frac{15}{2}$  (۱)

$-\frac{29}{2}$  (۳)

۲۲ اگر  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$  و بردارهای  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  به ترتیب تصویر  $\vec{a}$  بر محور  $z$ ها و تصویر  $\vec{a}$  بر محور  $y$ ها باشند، طول بردار  $\vec{b} - \vec{c}$  کدام است؟

$\sqrt{5}$  (۲)

$2\sqrt{3}$  (۴)

۴ (۱)

۳ (۳)

۲۳

اندازه تصویر بردار  $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$  بر امتداد بردار  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$  چند است؟

- (۱) ۱  
 (۲)  $\sqrt{3}$   
 (۳) ۲  
 (۴) ۵

۲۴

زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر  $\frac{\pi}{6}$  است. زاویه بین بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{3}$   
 (۲)  $\frac{\pi}{6}$   
 (۳)  $\frac{5\pi}{6}$   
 (۴)  $\frac{\pi}{12}$

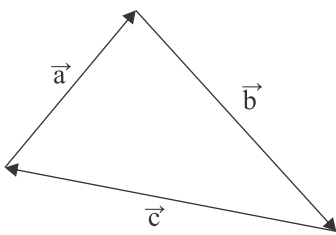
۲۵

کدامیک از نقطه‌های زیر در ناحیه ششم دستگاه مختصات  $\mathbb{R}^3$  قرار دارد؟

- (۱)  $(-3, -1, 2)$   
 (۲)  $(-1, 2, -5)$   
 (۳)  $(3, -1, 2)$   
 (۴)  $(-3, -1, -2)$

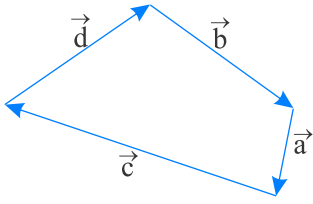
۲۶

در شکل زیر، طول بردارهای  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  به ترتیب ۴، ۵ و ۶ واحد است. حاصل  $\vec{b} \cdot \vec{c}$  کدام است؟



- (۱) ۴۵  
 (۲) -۴۵  
 (۳) ۲۲/۵  
 (۴) -۲۲/۵

در شکل زیر، اندازه بردارهای  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$ ،  $\vec{c}$  و  $\vec{d}$  به ترتیب ۱، ۲، ۳ و ۲ است. مقدار  $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$  چقدر است؟



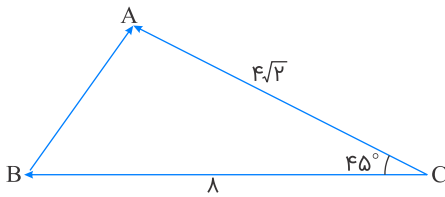
(۱) -۵

(۲) ۵

(۳) ۱۰

(۴) -۱۰

در شکل زیر حاصل  $\vec{BA} \cdot \vec{CB}$  کدام است؟



(۱) -۱۶

(۲) -۳۲

(۳) -۴۸

(۴) -۶۴

مثلث متساوی‌الاضلاع  $ABC$  به ضلع ۴ مفروض است. اگر نقطه  $H$  پای ارتفاع  $AH$  باشد، حاصل عبارت  $\vec{CA} \cdot \vec{CB} - \vec{AB} \cdot \vec{BH} + \vec{BC} \cdot \vec{AH}$  کدام است؟

۴ (۲)

(۱) صفر

۱۲ (۴)

(۳) ۸

سه نقطه  $A(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 3)$ ،  $B(0, 0, 3)$  و  $C(-2, -1, 5)$  رؤس مثلث  $ABC$  هستند. زاویه  $B$  چند درجه است؟

۳۰ (۲)

(۱) ۴۵

۱۵۰ (۴)

(۳) ۱۳۵