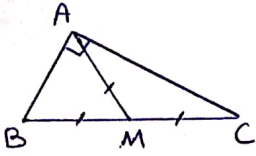


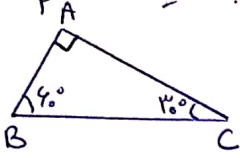
نکات تسی :

۱- در مثلث قائم الزامی ، اندازه میانه ی وارد بر وتر ، نصف اندازه ی وتر است .



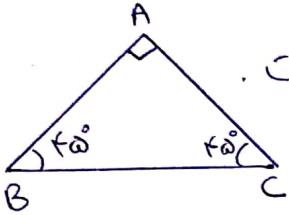
$$AM \Rightarrow AM = \frac{BC}{2} \Rightarrow AM = BM = MC$$

۲- در مثلث قائم الزامی ، اندازه ضلع روبه روبرو زاویه ی  $30^\circ$  ، نصف اندازه وتر و اندازه ی ضلع روبه روبرو زاویه ی  $60^\circ$  ،  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  اندازه وتر است .



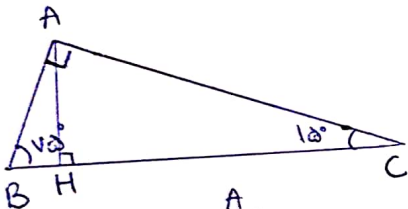
$$\begin{aligned} \hat{C} = 30^\circ &\Rightarrow AB = \frac{1}{2} BC \\ \hat{B} = 60^\circ &\Rightarrow AC = \frac{\sqrt{3}}{2} BC \end{aligned}$$

۳- در مثلث قائم الزامی (ی مساوی الساقین) ، اندازه ضلع روبه روبرو زاویه ی  $45^\circ$  ،  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  اندازه وتر است .



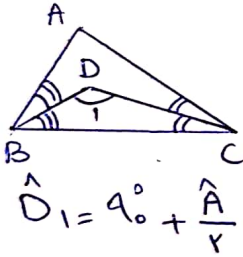
$$AC = AB = \frac{\sqrt{2}}{2} BC$$

۴- در مثلث قائم الزامی با زاویه ی  $15^\circ$  و  $75^\circ$  ، اندازه ارتفاع وارد بر وتر ، ربع اندازه وتر است .



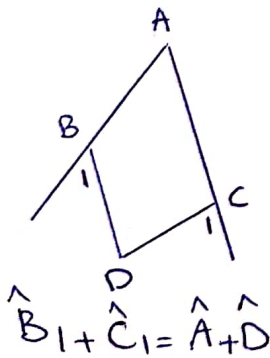
$$\hat{C} = 15^\circ \wedge \hat{B} = 75^\circ \Rightarrow AH = \frac{1}{4} BC$$

-۴

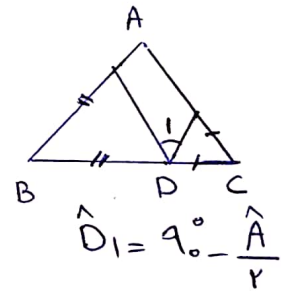


$$\hat{D}_1 = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$$

-۸

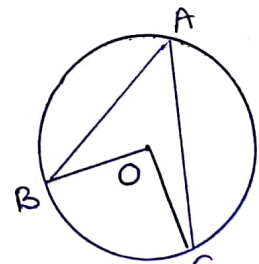


$$\hat{B}_1 + \hat{C}_1 = \hat{A} + \hat{D}$$



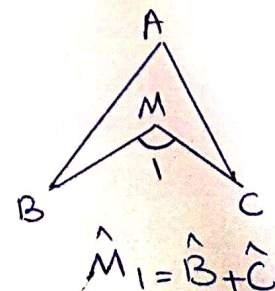
$$\hat{D}_1 = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$$

-۵



$$O \text{ منفر داره } \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} + \hat{C}$$

-۷



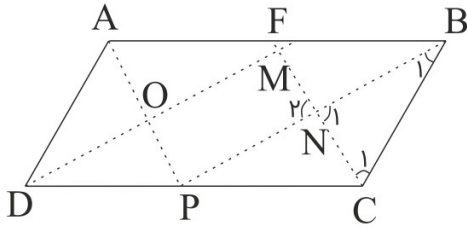
$$\hat{M}_1 = \hat{B} + \hat{C}$$

-۹

گزینه ۳

۱

$$\hat{B}_1 + \hat{C}_1 = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \Rightarrow \hat{N}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{N}_2 = 90^\circ$$



با همین مدل می‌توانیم متوجه شویم که همه زاویه‌ها ۹۰ درجه است، پس مستطیل خواهیم داشت (اضلاع برابر نیستند).

گزینه ۳

۲

گزینه ۱ : دوزنقه نیست.



گزینه ۲ : فقط گفته شده دایره داخل مربع نگفته محاط شده، شکل زیر یک خط تقارن دارد.

گزینه ۳ : مثال نقض ندارد.

گزینه ۴ : نقطه روی دایره باشد بی‌شمار خط مماس رسم می‌شود.

گزینه ۲

۳

مربع نوعی لوزی است.

در لوزی چهار ضلع برابرند.

در نتیجه: در مربع هر چهار ضلع برابرند.

گزینه ۴

۴

قابل اعتمادتر است، زیرا که همه باشند قرار ملاقات گذاشته می‌شود. در بقیه گزینه‌ها به صورت حتمی اتفاق نمی‌افتد.

گزینه ۳

۵

گزینه ۱: مستطیل نوعی متوازی‌الاضلاع است که قطرهای آن برابر می‌باشد.  
گزینه ۲: در مثلث قائم‌الزاویه محل برخورد ارتفاع‌ها روی رأس قائم است.  
گزینه ۴: در دوزنقه داده‌شده هر چهار زاویه متفاوت است.



گزینه ۴

۶

مطمئناً اینترمیلان تا به حال نباخته است، چون در روزهای فرد مساوی و در روزهای زوج برنده بوده است.

گزینه ۳

۷

حکم:  $OH = OH'$  فاصله وترها تا مرکز برابر است.

گزینه ۳

۸

تنها استدلال قابل اعتماد این است علی دوشنبه بعدی تعطیل نیست و باید امتحان دهد.

گزینه ۳

۹

متوازی‌الاضلاع مرکز تقارن دارد ولی خط تقارن ندارد.

گزینه ۲

۱۰

مربعی نوعی لوزی است. در لوزی اضلاع برابر هستند.

گزینه ۲

۱۱

گزینه ۲ صحیح است.

گزینه ۳

۱۲

حکم مسئله همان خواسته مسئله است که در اینجا مستطیل بودن می‌باشد.

گزینه ۱

۱۳

مستطیل بودن حکم است، چون خواسته مسئله است.

گزینه ۴

۱۴

می‌دانیم محل برخورد سه میانه و سه نیمساز در هر مثلثی درون آن مثلث است و محل برخورد عمودمنصف‌ها اگر مثلث قائم‌الزاویه باشد وسط وتر و اگر زاویه باز داشته باشد بیرون مثلث خواهد بود. اما محل برخورد ارتفاع‌ها وقتی مثلث قائم‌الزاویه است، روی رأس قائم خواهد بود؛ چون اضلاع قائمه خودشان ارتفاع‌های مثلث نیز هستند و محل برخوردشان، محل برخورد ارتفاع‌ها است.

گزینه ۲

۱۵

در گزینه "۲" استدلال نادرست است.

گزینه ۳

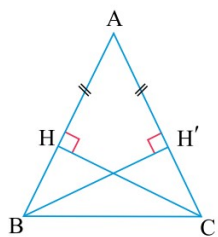
۱۶

محل برخورد ارتفاع‌ها در یک مثلث قائم‌الزاویه روی وتر است.

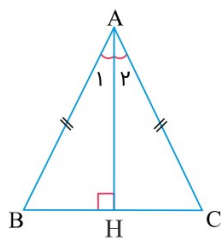
پاسخ سؤال ۱۷

گزینه ۲

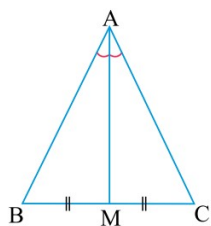
۱۷



$$۱) BH' = CH$$

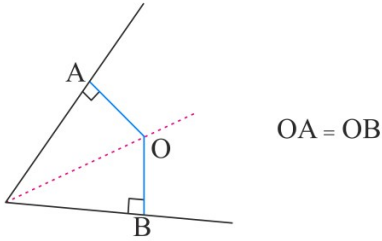


$$۳) H = ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$$

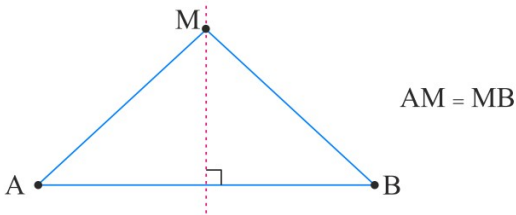


$$۴) BM = CM \Rightarrow \hat{M} = ۹۰^\circ$$

الف) درست است.



ب) درست است.



پ) نادرست است؛ زیرا روی رأس قائم قرار می‌گیرد.

ت) درست است.

اگر علی دزد باشد، هر سه نفر دروغگو هستند.  
اگر محمد دزد باشد، فقط رضا دروغ گفته است.  
و اگر رضا دزد باشد، هر سه دروغگو هستند.  
پس محمد دزد است و رضا دروغ گفته است.

چون همه جواب‌های مختلف داده‌اند، پس فقط یک نفر راست می‌گوید. چون فقط راست‌گویان حقوق گرفته‌اند، پس فقط یک نفر حقوق گرفته است.

- گزینه "۱": اگر هیچ کتابی نداشته باشد، هر سه دروغگو هستند. ×  
گزینه "۲": اگر ۵۰ کتاب داشته باشد، مهرداد و امیر راستگو هستند. ×  
گزینه "۳": اگر کمتر از ۵۰ کتاب داشته باشد، محمد و مهرداد راستگو هستند. ×  
گزینه "۴": اگر بیشتر از ۵۰ کتاب داشته باشد، فقط مهرداد راستگو است. ✓

۲۳

گزینه ۴

گزینه "۱": درست است. همه افراد گروه A از B کوتاه‌ترند، پس میانگین آنها نیز کمتر است.  $A < \text{علی} < B$   
 گزینه "۲": درست است.  
 گزینه "۳": درست است. همه افراد گروه B از علی بلندتر هستند، پس میانگین قد آنها نیز بیشتر است.  
 گزینه "۴": تعداد عضوهای A و B را نمی‌دانیم، پس مشخص نیست علی وسط باشد یا خیر.

۲۴

گزینه ۳

گزینه "۱": مربع یک نوع مستطیل است و قطرهای نیمساز زاویه رأس‌ها هستند.  
 گزینه "۲": لوزی نوعی متوازی‌الاضلاع است و قطرهای برهم عمودند.  
 گزینه "۳": در دوزنقه متساوی‌الساقین، قطرهای باهم برابرند.  
 ولی گزینه "۴" مثال نقض ندارد.

۲۵

گزینه ۴

در گزینه صحیح گفته شده ABCD مربع نیست پس اضلاعش برابر نیست که این نتیجه‌گیری غلط است زیرا در لوزی هم اضلاع A برابرند و ABCD ممکن است لوزی باشد.

۲۶

گزینه ۴

برای اینکه قطرهای برهم عمود شوند، باید در نقطه تقاطع زاویه  $90^\circ$  به وجود آید، پس حکم:  $\hat{O} = 90^\circ$

۲۷

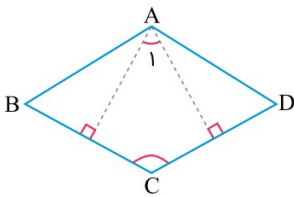
گزینه ۴

در گزینه صحیح عنوان شده که خیابان خیس است، ممکن است باران باریده باشد و یا عامل دیگری باعث خیس شدن باشد.

۲۸

گزینه ۴

زاویه‌های  $\hat{A}_1$  و C برابر نیستند.  
 پس مربع، مستطیل و متوازی‌الاضلاع نیست زیرا در این چهار ضلعی‌ها، زاویه‌های مقابل برابرند.



۲۹

گزینه ۴

چون مثلث متساوی‌الساقین است، پس  $AB = AC$  و  $\hat{B} = \hat{C}$  و چون می‌دانیم AM میانه است، پس  $BM = MC$  ولی باید اثبات کنیم  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$  پس جزء فرض نیست.

گزینه ۱

۳۰

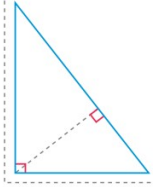
باید اثبات کنیم کمان‌ها برابرند، پس حکم:

$$\widehat{AB} = \widehat{CD}$$

گزینه ۱

۳۱

در مثلث قائم‌الزاویه محل برخورد ارتفاع‌ها روی رأس قائم است.



گزینه ۳

۳۲

اگر  $xy = 0$  باشد کافی است  $x = 0$  یا  $y = 0$  باشند، پس گزینه ۳ صحیح است.

گزینه ۱

۳۳

آرمین یا دوم است یا سوم.

محمد پشت آرمین است، پس یا سوم است یا چهارم و چون امید از او جلو می‌زند پس محمد سوم بوده که چهارم می‌شود و امید سوم و آرمین نیز دوم، پس رضا اول است.

گزینه ۳

۳۴

ممکن است مهران و مهرداد اصلاً یکدیگر را نشناسند.

گزینه ۳

۳۵

باید مثلث‌هایی را انتخاب کنیم که نصف هریک از قطرها، اضلاع مثلث باشند. پس مثلث‌های  $\triangle AOB$  و  $\triangle DOC$  یا  $\triangle AOC$  و  $\triangle BOD$  مناسب است که  $\triangle AOC$  و  $\triangle BOD$  در گزینه ۳ می‌باشد.

گزینه ۴

۳۶

در دوزنقه متساوی‌الساقین دو ضلع موازی‌اند و دو ضلع دیگر برابرند با اینکه متوازی‌الاضلاع نیست.





۳۷

گزینه ۲

قطرها یکدیگر را نصف نمی‌کنند، پس  $AO = OC$  و  $BO = OD$  صحیح نیست.

۳۸

گزینه ۴

استدلال‌های نادرست را بررسی می‌کنیم:

- (۱) گفته نشده که بقیه روزهای سال ابری نیست، پس ممکن است پاییز نباشد.  
 (۲) گفته نشده که بقیه روزهای هفته به پارک نمی‌رود، پس ممکن است وسط هفته باشد.  
 (۳) من دایی نشده‌ام، پس یا خواهر ندارم یا خواهر دارم ولی بچه ندارد. پس این استدلال درست نیست.  
 استدلال چهارم صحیح و قابل اعتماد است.

۳۹

گزینه ۳

- ۱- اگر کلید دست علی باشد، بنا به گفته‌ها فقط علی دروغگو است.  
 ۲- اگر کلید دست رضا باشد، رضا و محمد دروغگو هستند.  
 ۳- اگر کلید دست محمد باشد، هر سه دروغگو هستند.  
 پس کلید دست محمد است.

۴۰

گزینه ۳

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ \text{ در مثلث } ABC \\ \widehat{A} + \widehat{C} = 90^\circ \text{ در مثلث } AHC \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{A}$$

۴۱

گزینه ۴

ویژگی گزینه "۴" کافی نیست، زیرا می‌تواند تعریف دوزنقه متساوی‌الساقین نیز باشد.

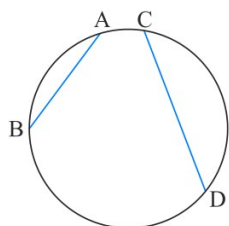


گزینه‌های "۱"، "۲" و "۳" را رد می‌کنیم:

(۱) در متوازی‌الاضلاع نیز اضلاع مقابل موازی‌اند.

(۲) این دو وتر برابر نیستند.

(۳) مستطیل زاویه‌های قائم دارد، ولی لوزی نیست.



(۱) گفته نشده هر دوشنبه باران می‌بارد پس ممکن هم هست باران نبارد.

(۲) قرار نیست حتماً هر دوشنبه باران ببارد پس ممکن است کمتر از ۴ روز هم بشود.

(۳) صحیح است.

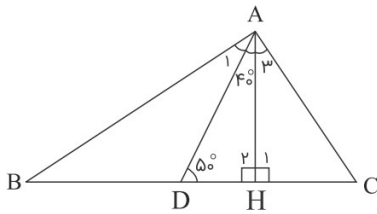
(۴) روزهای بارانی فقط دوشنبه‌ها هست.

فرض، داده مسئله است چون گفته Ox نیمساز زاویه O است پس زاویه O را به دو زاویه مساوی تقسیم کرده است پس  $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$  است.

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \xrightarrow{A=80^\circ} \widehat{B} + \widehat{C} = 100^\circ \Rightarrow \widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 = 50^\circ$$

$$\widehat{M} + \widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 = 180^\circ \Rightarrow \widehat{M} + 50^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{M} = 130^\circ$$

هر زاویه خارجی با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاورش برابر است:  $\widehat{A}_1 + \widehat{B} = 50^\circ$  (\*)  
 هر زاویه خارجی با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاورش برابر است:  $\widehat{C} + \widehat{A}_3 = 90^\circ$  (\*\*)



$$\widehat{D A H} = 40^\circ$$

$$B \widehat{A} C \text{ نیمساز } AD \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_3 + 40^\circ$$

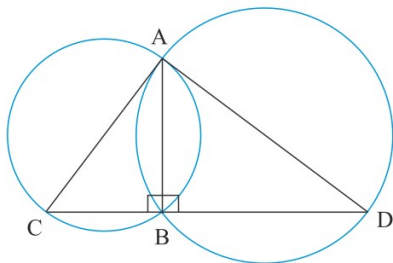
$$BC \text{ بر } AH \text{ ارتفاع وارد بر } BC \Rightarrow \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 = 90^\circ$$

$$\xrightarrow{(**)-(*)} \text{رابطه ۱: } \widehat{C} + \widehat{A}_3 - \widehat{A}_1 - \widehat{B} = 40^\circ$$

چون  $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_3 + 40^\circ$  پس در رابطه یک به جای  $\widehat{A}_1$  مقدار  $\widehat{A}_3 + 40^\circ$  را قرار می‌دهیم:

$$\widehat{C} + \widehat{A}_3 - \widehat{A}_3 - 40^\circ - \widehat{B} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{C} - \widehat{B} = 80^\circ$$

چون AC و AD قطر هستند پس برطبق رابطه‌های زاویه‌های محاطی (زاویه محاطی روبه‌رو به قطر ۹۰ درجه است) زاویه‌های ABC و ABD قائمه می‌شوند، بنابراین نقطه‌های B و C و D روی یک خط راست قرار می‌گیرند و مثلث تشکیل نمی‌دهند.



فاصله محل برخورد و نقطه هم‌رسی عمود منصف‌های مثلث از سه راس مثلث به یک اندازه است.

تمام حکم‌های بالا را می‌توان با استدلال معتبر اثبات کرد.

گزینه ۴

۵۰

مورد الف : نادرست - چون مجذور عدد طبیعی یک خود یک می‌شود.  
 مورد ب : نادرست - چون استان گیلان شهرهای زیادی دارد و ممکن است در شهری غیر از شهر رشت زندگی کند.  
 مورد پ : نادرست - ممکن است دوشنبه آینده، به‌خاطر مناسبتی تعطیل باشد.  
 مورد ت : نادرست - چون مثلاً با مثال نقض ۷ و ۲ عدد ۹ به‌دست می‌آید که فرد است. ۲ عدد اول است و همچنین زوج نیز می‌باشد و جمع هر عدد فرد (بقیه اعداد اول به جز ۲ فرد هستند) با عدد زوج عددی فرد است.

گزینه ۳

۵۱

ابتدا زاویه سوم را به‌دست می‌آوریم:  $180 - (50 + 30) = 100$   
 زاویه سوم ۱۰۰ درجه است که یک زاویه باز است. می‌دانیم اگر مثلث دارای زاویه باز باشد محل برخورد ارتفاع‌ها خارج از مثلث است.

گزینه ۳

۵۲

متوازی‌الاضلاع بودن و زاویه ۹۰ درجه داشتن از اطلاعات مسئله است و فرض محسوب می‌شود و مستطیل بودن حکم است.

گزینه ۴

۵۳

$$\begin{cases} \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 90^\circ \\ \hat{A} + \hat{B}_2 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{A}$$

گزینه ۲

۵۴

فرض این است که قطرهای یکدیگر را نصف کنند، یعنی  $AM = MC$  و  $BM = MD$  است.

گزینه ۳

۵۵

مرحله ۳ نادرست است؛ زیرا دو طرف را بر  $(1 - 1)$  یعنی بر صفر تقسیم کرده‌ایم. نمی‌توانیم مخرج عددی را صفر در نظر بگیریم، پس نمی‌توانیم بر صفر تقسیم کنیم.

گزینه ۳

۵۶

هر مربع، یک لوزی است و چهار ضلعی ABCD مربع است. بنابراین ABCD لوزی است.

گزینه ۴

۵۷

گزینه ۴: مثال نقض ندارد و مثال نقض سایر گزینه‌ها عبارت‌اند از:  
 گزینه ۱: مثلث قائم‌الزاویه که محل برخورد ارتفاع‌ها روی رأس قائم است.  
 گزینه ۲: مثلث قائم‌الزاویه که محل برخورد عمودمنصف‌ها روی وتر است.  
 گزینه ۳: دوزنقه متساوی‌الساقین

سه‌شنبه هفته دوم مهرماه، ۱۱ مهرماه است که روزهای دیگری که ورزش کرده‌ام به صورت زیر است:

۲, ۵, ۸, ۱۱, ۱۴, ۱۷, ۲۰, ۲۳, ۲۶, ۲۹

پس روز ۲۳م ماه را ورزش کرده‌ام.

گزینه "۳" نادرست است؛ زیرا در مثلث با زاویه باز، فقط دو ارتفاع خارج از مثلث می‌باشد و ارتفاع سوم داخل مثلث است.

باتوجه به تعاریف، گزینه ۲ صحیح است.

گزینه ۱: "محمد > علی" و "محمد > رضا"

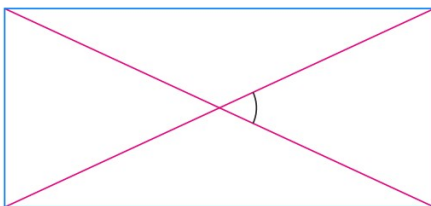
این اطلاعات نمی‌تواند تعیین کند که بین رضا و علی کدام کوتاه‌ترند.

گزینه ۲: یکی از سه روز بعد باران می‌بارد، پس نمی‌توانیم مطمئن باشیم دقیقاً سه‌شنبه باران می‌بارد.

گزینه ۴: سال تولد من و دوستم مشخص نیست، پس نمی‌توان گفت دقیقاً یک روز بزرگ‌ترم.

محل برخورد نیمسازهای همه مثلث‌ها همواره داخل مثلث است.

بر اساس جمله داده شده  $AC = BD$  فرض و  $BC = AD$  حکم مسئله است.



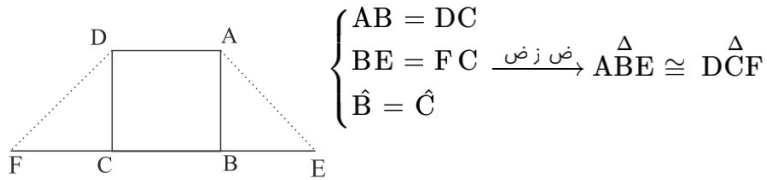
در مستطیل قطرهای بر هم عمود نیستند.

باتوجه به فرض داده شده مسئله AM میانه است، پس  $BM = MC$  نیز از فرض مسئله نتیجه می‌شود، بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

همواره به لوزی تبدیل می‌شود. ممکن است به مربع نیز تبدیل شود ولی همواره به مربع تبدیل نمی‌شود و اگر لوزی را بگوییم مربع را پوشش می‌دهیم ولی اگر مربع را بگوییم دیگر لوزی نمی‌تواند جواب باشد.

گزینه ۱

۱



گزینه ۴

۲

$$\begin{cases} \text{مشترک } AB \\ \hat{A} = \hat{B} \\ \hat{D} = \hat{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{وز}} \triangle ADB \cong \triangle ABC$$

$$\begin{cases} \text{مشترک } AB \\ \hat{D} = \hat{C} \\ AD = BC \end{cases} \xrightarrow{\text{وض}} \triangle ADB \cong \triangle ABC$$

$$\begin{cases} AD = BC \\ \hat{A} = \hat{B} \\ \text{مشترک } AB \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ADB \cong \triangle ABC$$

گزینه ۲

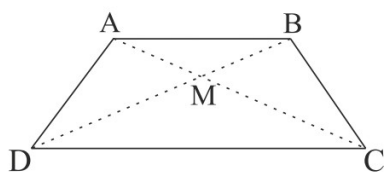
۳

ABD , BCD  
ADH , BCH'  
ABH , DCH'

۳ جفت مثلث همزهشت

گزینه ۲

۴



مثلث‌های ABD با ABC، AMD با BMC و BCD با ACD همزهشت هستند.

گزینه ۳

۵

مثلث‌های  $DCH$  با  $ABH'$ ،  $CEH$  با  $AFH'$ ،  $DCE$  با  $ABF$ ،  $ADC$  با  $ABC$  و  $ADH$  با  $CBH'$  هم‌زه‌ست هستند.

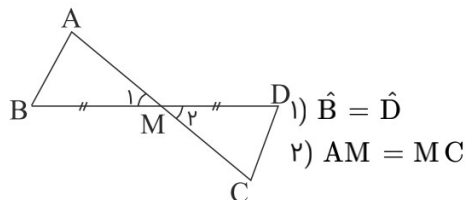
گزینه ۴

۶

داریم:  $BM = MD$  و  $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$

پس باید یکی از دو شرایط زیر استفاده شود.

که شرط دوم همان  $M$  وسط  $AC$  است.



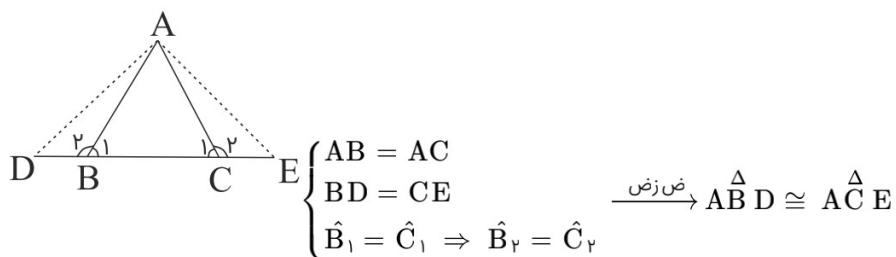
گزینه ۳

۷

$$\begin{cases} \text{مشترک } OM \\ OA = OB \\ \hat{A} = \hat{B} \end{cases} \xrightarrow{\text{وض}} \triangle OAM \cong \triangle OBM$$

گزینه ۱

۸



گزینه ۳

۹

$$\left. \begin{array}{l} \hat{D} = \hat{B} \\ AD = AB \\ \dots \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ضرض}} \triangle ADE \cong \triangle ABF$$

برای اینکه "ضرض" باشد، باید  $DE = BF$  باشد یعنی  $E$  و  $F$  وسط اضلاع باشند.

گزینه ۲

۱۰

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}OH = \hat{B}OH' \\ \hat{H} = \hat{H}' \\ AH = BH' \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} \Rightarrow \triangle AHO \cong \triangle BH'O$$



این دو مثلث هم‌زهت می‌باشند، پس:

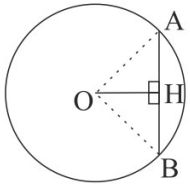
$$x + 1 = 3 \Rightarrow x = 2$$

$$2y - 1 = 2x + 1 \xrightarrow{x=2} 2y - 1 = 5 \Rightarrow y = 3$$

$$3z + 3 = 2y \xrightarrow{y=3} 3z + 3 = 6 \Rightarrow z = 1$$

$$x + y - z = 2 + 3 - 1 = 4$$

$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{D} \\ AB = AD \\ BM = DN \end{cases} \xrightarrow{\text{ضض}} \triangle ABM \cong \triangle ADN$$

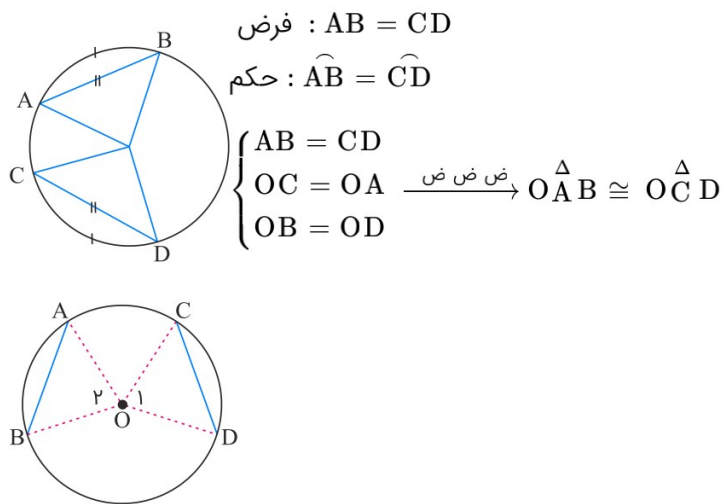


$$\begin{cases} OA = OB \\ OH = OH \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{وض}} \triangle OAH \cong \triangle OBH \Rightarrow AH = HB$$

$$\begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{F}_1 = \hat{E}_1 \end{cases} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1$$

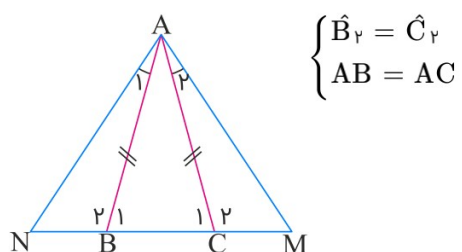
$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ AD = BC \end{cases} \xrightarrow{\text{ضض}} \triangle AFD \cong \triangle CGE$$

حکم مسئله  $\overline{AM} = \overline{BM}$  است.



$$\begin{cases} AE = PC \\ FA = MC \\ \hat{A} = \hat{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle AEF \cong \triangle PCM$$

در این دو مثلث داریم:



پس باید  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$  باشد و یا  $BN = CM$  که  $BN = CM$  در گزینه‌ها وجود دارد.

در چهارضلعی محیطی، مجموع دو ضلع مقابل با مجموع دو ضلع مقابل دیگر برابر است.

$$2x + 1 + x = 12 + 4 \Rightarrow 3x + 1 = 16 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 5$$

$$\Rightarrow 3x - 1 = 3(5) - 1 = 14$$

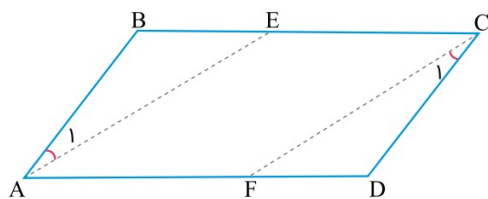
(از نکته "طول مماس‌های وارد بر دایره از یک نقطه خارج از آن باهم برابر است" استفاده کرده‌ایم.)

می‌دانیم که  $AB = AD$  و  $\widehat{B} = \widehat{D}$  است پس باید  $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$  یا  $BE = FD$  را اضافه می‌کنیم که  $BE = FD$  در گزینه‌ها می‌باشند.

می‌دانیم  $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$

گزینه ۲: در این حالت سه زاویه برابر می‌شوند که نمی‌توان با آن‌ها هم‌نهشتی را اثبات کرد.

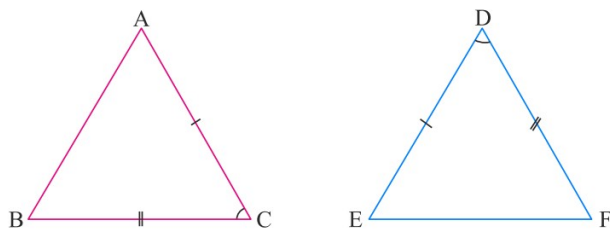
گزینه ۳ و ۴: در این حالت دو ضلع و یک زاویه داریم ولی زاویه بین دو ضلع نیست، اما اطلاعات گزینه ۱، دو زاویه و یک ضلع بین داریم که دلایل هم‌نهشتی کامل می‌شود.



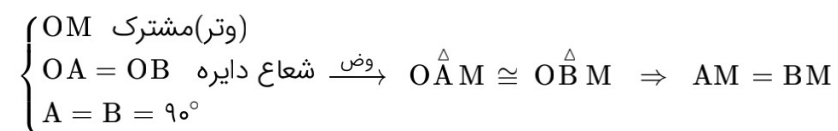
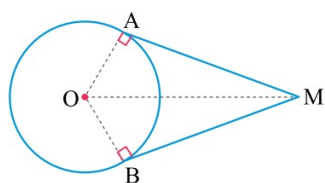
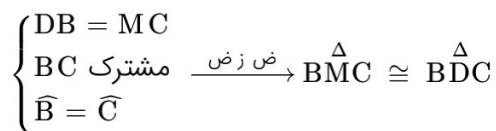
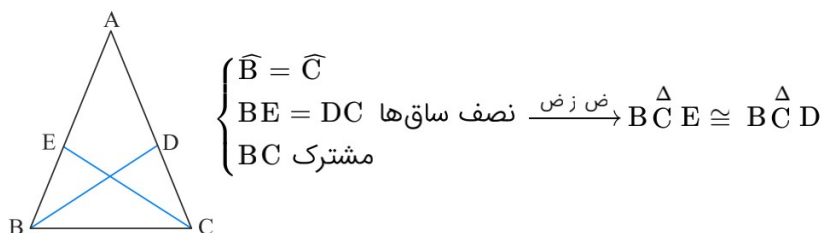
$$\begin{cases} \widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 \\ AB = CD \xrightarrow{\text{زضز}} \triangle ABE \cong \triangle CDF \\ \widehat{B} = \widehat{D} \end{cases}$$

در گزینه ۳ دلایل کافی برای هم‌نهشتی دو مثلث وجود ندارد.

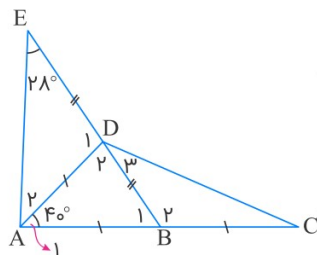
دو مثلث فرضی رسم می‌کنیم:



چون دو ضلع برابرند پس باید ضلع سوم و یا زاویه بین آن‌ها برابر باشند که در گزینه‌ها فقط زاویه داریم، پس باید زاویه بین آن‌ها را نام ببریم.  
پس:  $\widehat{C} = \widehat{D}$



مثلث  $ABD$  متساوی‌الساقین است، پس  $\hat{D}_2 = \hat{B}_1$ ، بنابراین مکمل‌های آن‌ها نیز برابراند.

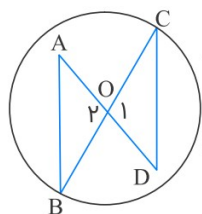


$$\begin{cases} \hat{D}_1 = \hat{B}_2 \\ DE = DB \text{ فرض مسئله} \\ BC = AD \text{ فرض مسئله} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ADE \cong \triangle BCD \Rightarrow \hat{C} = \hat{A}_2$$

$$\hat{A}_1 = 40^\circ \Rightarrow 180 - 40 = 140 \Rightarrow \begin{cases} \hat{D}_2 = 70 \\ \hat{B}_1 = 70 \end{cases} \Rightarrow \hat{D}_1 = 110$$

$$\begin{aligned} \triangle ADE \text{ در مثلث } \hat{A}_2 &= 180 - (110 + 28) = 180 - 138 = 42^\circ \\ \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{C} &\Rightarrow \hat{C} = 42^\circ \end{aligned}$$

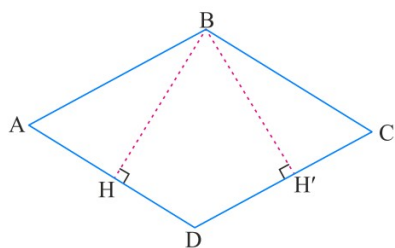
در شکل داریم:

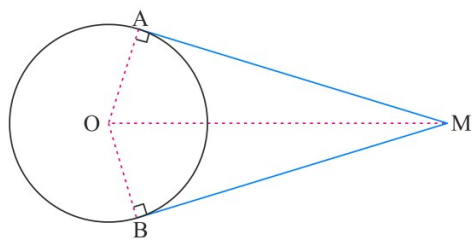


$$\begin{cases} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ متقابل به رأس} \\ OC = OB \text{ شعاع دایره} \end{cases}$$

اگر دلیل سوم  $AB = CD$  باشد، حالت دو ضلع و زاویه بین تشکیل نمی‌شود، زیرا زاویه بین دو ضلع نیست. پس با  $AB = CD$  نمی‌توان هم‌نهشتی دو مثلث را اثبات کرد.

$$\begin{cases} AB = BC \text{ اضلاع لوزی} \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \\ \hat{A} = \hat{C} \text{ زاویه‌های مقابل لوزی} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض}} \triangle AHB \cong \triangle BHC'$$



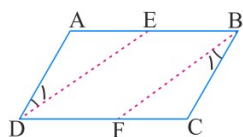


$$\begin{cases} OA = OB & \text{شعاع} \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \\ OM & \text{مشترک} \end{cases} \xrightarrow{\text{و ض}} \triangle AMO \cong \triangle BMO \Rightarrow AM = BM$$

اگر نقطه P روی نیمساز زاویه A باشد، داریم:

$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 & \text{AP نیمساز} \\ \hat{M} = \hat{N} = 90^\circ \\ AP & \text{مشترک} \end{cases} \xrightarrow{\text{و ض}} \triangle AMP \cong \triangle ANP$$

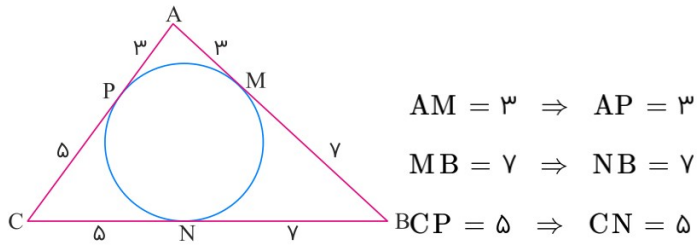
ولی در بقیه گزینه‌ها، دلایل کافی نیست.



$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{C} \\ \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ AD = BC \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ز}} \triangle ADE \cong \triangle CBF$$

$$\begin{cases} DC & \text{مشترک} \\ BC = AD \\ \hat{D} = \hat{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ADC \cong \triangle BDC$$

می‌دانیم از هر نقطه خارج از دایره، دو مماس بر دایره رسم می‌شوند که این دو مماس باهم برابرند.

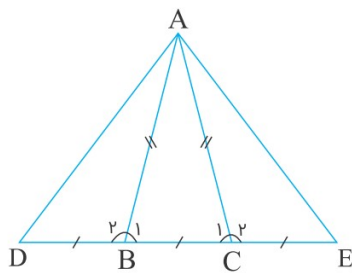


$$AM = ۳ \Rightarrow AP = ۳$$

$$MB = ۷ \Rightarrow NB = ۷$$

$$BCP = ۵ \Rightarrow CN = ۵$$

$$\text{محیط مثلث} : (۳ + ۷ + ۵) \times ۲ = ۳۰$$



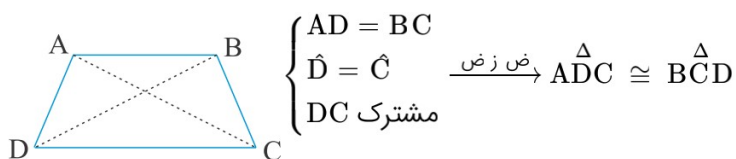
$$\begin{cases} AB = AC \\ BD = CE \\ \hat{B}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{C}_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABD \cong \triangle ACE$$

$$\begin{cases} AC = B'C' \\ \hat{A} = \hat{C}' \\ \hat{C} = \hat{B}' \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ز}} \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$

دو مثلث همنهشت هستند، پس:

$$BC = A'B' \Rightarrow y + ۵ = ۲y - ۳ \Rightarrow y = ۸$$

$$AB = A'C' \Rightarrow ۲x - ۲ = x + ۱ \Rightarrow x = ۳ \Rightarrow x + y = ۸ + ۳ = ۱۱$$



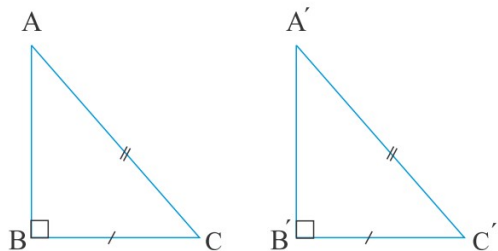
$$\begin{cases} AD = BC \\ \hat{D} = \hat{C} \\ DC \text{ مشترک} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ADC \cong \triangle BCD$$

مثلث‌های هم‌نهشت عبارت‌اند از:

$(ABP, ADQ), (BPM, QND), (ABM, ADN), (APD, ABQ), (ABD, BCD)$

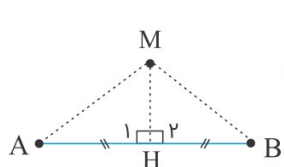
۵ جفت مثلث هم‌نهشت وجود دارد.

بنا به فرض مسئله:

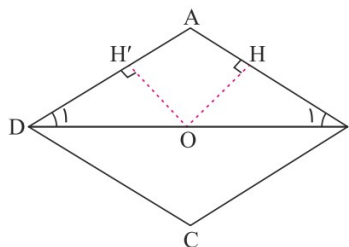


$$\begin{cases} AC = A'C' \\ BC = B'C' \\ \hat{C} = \hat{C}' \end{cases}$$

پس می‌تواند "و ض"، "و ز" و "رض ز" باشد، بنابراین همه حالت‌ها صحیح است.



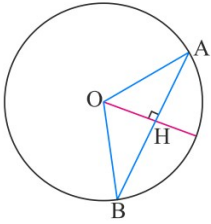
$$\begin{cases} \text{مشترک } MH \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ AH = BH \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle AMH \cong \triangle MBH \Rightarrow AM = MB$$



$$\begin{cases} \text{وتر } OB = OD \\ \hat{H} = \hat{H}' \\ \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \end{cases} \xrightarrow{\text{و ز}} \triangle OHB \cong \triangle OH'$$



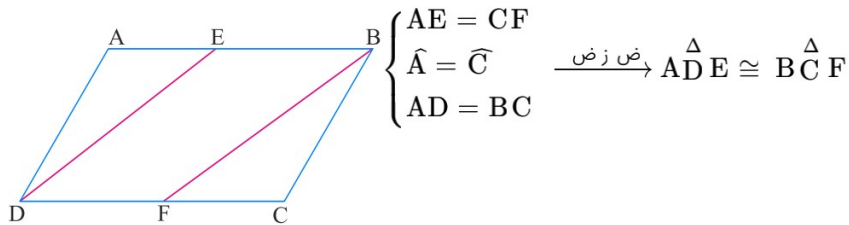
فرض :  $H = 90^\circ$  , حکم :  $AH = BH$



$$\begin{cases} OA = OB \text{ وتر} \\ \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 \\ OH \text{ مشترک} \end{cases} \xrightarrow{\text{و ض}} \triangle OAH \cong \triangle OBH$$

گزینه ۳

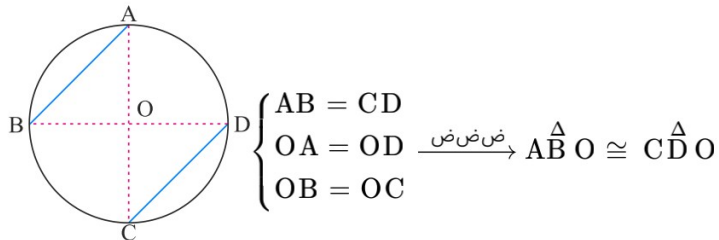
۴۴



$$\begin{cases} AE = CE \\ \widehat{A} = \widehat{C} \\ AD = BC \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ADE \cong \triangle CFE$$

گزینه ۴

۴۵



$$\begin{cases} AB = CD \\ OA = OD \\ OB = OC \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABO \cong \triangle CDO$$

$$\widehat{AOB} = \widehat{DOC} \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$$

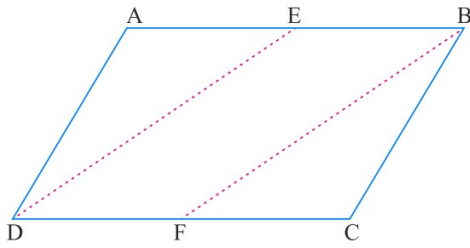
$$\widehat{A} = \widehat{D}, \widehat{B} = \widehat{C}$$

پس کمان‌های  $\widehat{AD}$  و  $\widehat{AB}$  همواره برابر نیستند.

گزینه ۱

۴۶

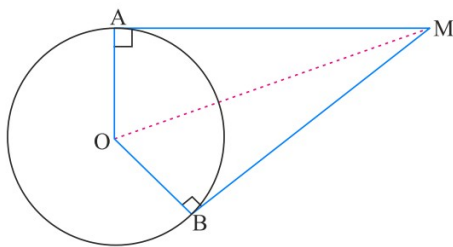
$$\begin{cases} AB = AD \text{ (وتر)} \\ \widehat{E} = \widehat{F} = 90^\circ \\ \widehat{B} = \widehat{D} \text{ های مقابل لوزی} \end{cases} \xrightarrow{\text{و ز}} \triangle ABE \cong \triangle ADF$$



$$\begin{cases} \widehat{A} = \widehat{C} \\ AD = BC \\ AE = FC \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ADE \cong \triangle BCF$$

$$\triangle ADN \cong \triangle BMC, \triangle ANB \cong \triangle DMC, \triangle ABD \cong \triangle BCD$$

۳ جفت مثلث هم‌نهشت وجود دارد.



حکم :  $MA = MB$

$$\begin{cases} \widehat{A} = \widehat{B} \\ OA = OB \\ OM \text{ مشترک} \end{cases} \xrightarrow{\text{وض ض}} \triangle AMO \cong \triangle BMO$$

$$\begin{cases} \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \\ \widehat{B} = \widehat{C} = 90^\circ \\ AM \text{ مشترک} \end{cases} \xrightarrow{\text{و ج}} \triangle ABM \cong \triangle ACM$$

هرگاه از یک نقطه بر دایره‌ای مماس داشته باشیم، مماس‌ها با هم برابرند.

$$3x - 2 = 2x + 5 \Rightarrow x = 7$$

$$3x - 2 = y + 4 \xrightarrow{x=7} 19 = y + 4 \Rightarrow y = 15$$

$$y - x = 15 - 7 = 8$$

نسبت اضلاع برابر است.

$$\frac{2x-1}{3} = \frac{y+2}{6} = \frac{12}{8}$$

$$\frac{2x-1}{3} = \frac{12}{8} \Rightarrow \frac{2x-1}{3} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2x-1 = 9 \Rightarrow 2x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{2}$$

$$\frac{y+2}{6} = \frac{12}{8} \Rightarrow \frac{y+2}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2y+4 = 18 \Rightarrow 2y = 14 \Rightarrow y = 7$$

$$2x - y = 2 \times \frac{11}{2} - 7 = 11 - 7 = 4$$

$$\begin{array}{r|l} 1 & 2/5 \\ \hline 5000 & \square \end{array}$$

در اندازه واقعی  $5000 \times 2/5 = 12500$

$$\begin{array}{r|l} 1 & \square \\ \hline 2000 & 12500 \end{array}$$

$$\frac{12500}{2000} = 6/25$$

در دو شکل متشابه، زاویه‌ها تغییر نمی‌کند.

گزینه ۳ صحیح است.

گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{1}{200} = \frac{f}{x} \Rightarrow x = 200$$

پاسخ سؤالات ۵۸ تا ۶۱

گزینه ۲

۵۸

گزینه ۲

۵۹

گزینه ۲

۶۰

گزینه ۳

۶۱

گزینه ۴

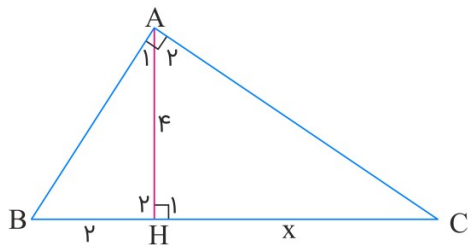
۶۲

گزینه ۴ صحیح است.

گزینه ۴

۶۳

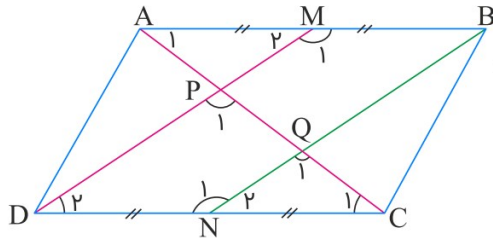
$$3(1) = -2(-1) + 1$$



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{A}_y = 90^\circ \\ \hat{C} + \hat{A}_y = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} \\ \left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C} \\ \hat{H}_y = \hat{H}_1 = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{zz} \triangle AHC \sim \triangle AHB$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{BH} = \frac{HC}{AH} \Rightarrow AH^2 = BH \cdot CH \Rightarrow f^2 = y \cdot x \Rightarrow CH = \lambda$$

از B به N (وسط DC) وصل می‌کنیم.



$$AB = CD \Rightarrow AM = MB = NC = ND$$

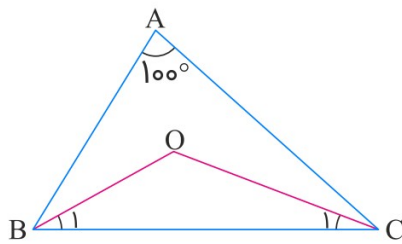
$$\left. \begin{array}{l} MB = DN \\ MB \parallel DN \end{array} \right\} \Rightarrow \text{متوازی الاضلاع } MBND \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{N}_1 \Rightarrow \hat{M}_2 = \hat{N}_2$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{موازی مورب } \hat{P}_1 = \hat{Q}_1 \\ \text{موازی مورب } \hat{N}_2 = \hat{D}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{z.z} \triangle CQN \sim \triangle CPD$$

$$\Rightarrow \frac{CQ}{CP} = \frac{CN}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow CP = 2CQ$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{M}_2 = \hat{N}_2 \\ \text{موازی مورب } \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ AM = NC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AMP \cong \triangle CQN \Rightarrow AP = CQ$$

$$\Rightarrow CQ = QP = AP = \frac{AC}{3} = \frac{6}{3} = 2$$



$$\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - \hat{A} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

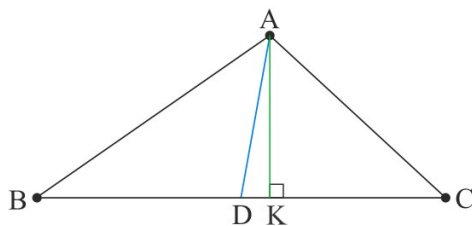
$$\Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} = \frac{\hat{B} + \hat{C}}{2} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{O} = 180^\circ - (\hat{B}_1 + \hat{C}_1) = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

چون AD میانه است،  $CD = DB$  می‌باشد، همچنین ارتفاع AK وارد بر ضلع BC است. پس مساحت دو مثلث ABD و ACD برابرند، بنابراین:

$$\frac{AB \times DH'}{2} = \frac{AC \times DH}{2} \Rightarrow AB \times DH' = AC \times DH$$

و چون  $AB > AC$  است، پس باید  $DH' < DH$  باشد.



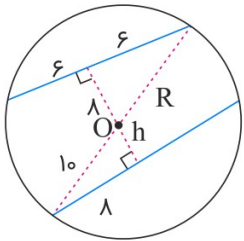
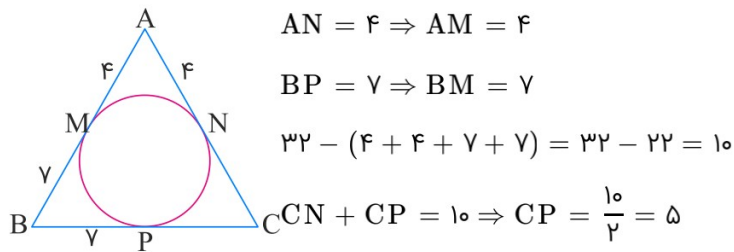
چون دو مثلث متشابه‌اند، پس نسبت اضلاع آنها نیز برابر است.

$$\frac{4}{x+2} = \frac{6}{y+3} \Rightarrow 4y + 12 = 6x + 12 \Rightarrow 4y = 6x \Rightarrow 2y = 3x$$

باید نسبت هر سه ضلع برابر باشد.

$$\begin{aligned}
 ۱) \frac{۸}{۸} &= \frac{۱۶}{۱۶} \neq \frac{۱۲}{۹} \quad \times \\
 ۲) \frac{۸}{۸} &\neq \frac{۱۲}{۹} = \frac{۱۶}{۱۲} \quad \times \\
 ۳) \frac{۸}{۶} &= \frac{۱۶}{۱۲} \neq \frac{۱۲}{۱۰} \quad \times \\
 ۴) \frac{۸}{۶} &= \frac{۱۲}{۹} = \frac{۱۶}{۱۲} \quad \checkmark
 \end{aligned}$$

از هر نقطه خارج از دایره دو مماس رسم می‌شود که باهم برابرند.



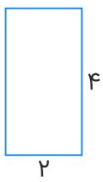
$$R^2 = ۶^2 + h^2 \Rightarrow R = ۱۰$$

$$۱۰^2 = h^2 + ۸^2 \Rightarrow h^2 = ۳۶ \Rightarrow h = ۶$$

چون متشابه هستند، پس نسبت اضلاع برقرار است.

$$\begin{aligned}
 \frac{۱۲}{x-1} &= \frac{x+1}{۲} \Rightarrow (x+1)(x-1) = ۲۴ \Rightarrow x^2 - 1 = ۲۴ \\
 \Rightarrow x^2 &= ۲۵ \Rightarrow x = ۵
 \end{aligned}$$

$$\text{محیط: } (۲ + ۴) \times ۲ = ۱۲$$



گزینه ۲

۷۲

$$\begin{aligned} 8 \text{ متر} = 800 \text{ سانتی متر} &\rightarrow \frac{1}{1000} \left| \frac{\square}{800} \right. \rightarrow 0/8 \\ 4 \text{ متر} = 400 \text{ سانتی متر} &\rightarrow \frac{1}{1000} \left| \frac{\square}{400} \right. \rightarrow 0/4 \\ 5 \text{ متر} = 500 \text{ سانتی متر} &\rightarrow \frac{1}{1000} \left| \frac{\square}{500} \right. \rightarrow 0/5 \end{aligned}$$

سانتی متر ۱/۷ :  $0/8 + 0/4 + 0/5 = 1/7$

گزینه ۲

۷۳

چون دو مثلث متشابه می باشند، پس نسبت اضلاع برابر است.

$$\begin{aligned} \frac{5}{a} = \frac{6}{b} = \frac{8}{10} \\ \frac{6}{b} = \frac{8}{10} \Rightarrow 8b = 60 \Rightarrow b = \frac{60}{8} = 7/5 \\ \frac{5}{a} = \frac{8}{10} \Rightarrow 8a = 50 \Rightarrow a = \frac{50}{8} = 6/25 \\ a + b = 7/5 + 6/25 = 13/5 \end{aligned}$$

گزینه ۳

۷۴

چون دو مثلث متشابه می باشند، پس نسبت اضلاع بین آنها برقرار است.

$$\begin{aligned} \frac{4}{6} = \frac{6}{a} = \frac{9}{b} \\ \frac{6}{a} = \frac{6}{6} \Rightarrow a = 9 \\ \frac{4}{6} = \frac{9}{b} \Rightarrow b = 13/5 \\ \text{محیط مثلث : } 6 + 9 + 13/5 = 28/5 \end{aligned}$$

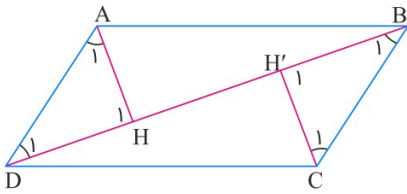
گزینه ۲

۷۵

در اندازه واقعی) سانتی متر  $24000 \times 12 = 24000$

$$\frac{1}{1200} \frac{\square}{24000} \Rightarrow \square = 20 \text{ سانتی متر}$$

می‌دانیم  $\widehat{B}_1 = \widehat{D}_1$  و  $AD = BC$  می‌باشند و دلیل سوم  $\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1$  و یا  $DH = BH'$  باید باشد که حالت‌های ض ض و یا ز ز را به وجود آورد که در گزینه ۴ یکی از موارد آورده شده است.

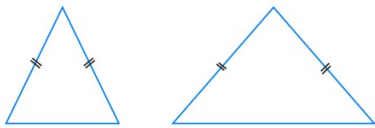


باید واحدها یکی شوند.

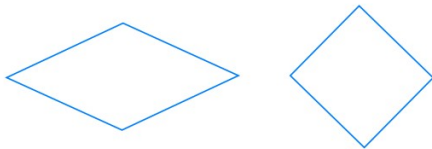
سانتی‌متر  $500000 = 100000 \times (5 \text{ کیلومتر})$

$$\frac{4}{500000} = \frac{1}{125000}$$

۱- هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع دلخواه همواره متشابه‌اند.  
۲- هر دو مثلث متساوی‌الساقین دلخواه متشابه نیستند، زیرا ممکن است زاویه‌های رأس آن‌ها برابر نباشند.



۳- در هر دو لوزی دلخواه ممکن است زاویه‌ها برابر نباشند.



۴- در هر دو مستطیل دلخواه نیز ممکن است نسبت اضلاع برابر نباشند.



اگر دو مثلث متشابه باشند، نسبت اضلاع آن‌ها برابرند.

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{y} = \frac{10}{x}$$

$$\begin{cases} \frac{4}{5} = \frac{8}{y} \Rightarrow y = 10 \\ \frac{4}{5} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = \frac{50}{4} = 12.5 \end{cases} \Rightarrow \text{محیط مثلث} = 5 + 10 + 12.5 = 27.5$$



اگر دو مثلث متشابه باشند، پس نسبت اضلاع آنها برابر است.

$$\frac{3x}{x+1} = \frac{8}{4} = \frac{12}{2y-2}$$

$$\frac{3x}{x+1} = \frac{2}{1} \Rightarrow 3x = 2x + 2 \Rightarrow x = 2$$

$$\frac{2}{1} = \frac{12}{2y-2} \Rightarrow 4y - 4 = 12 \Rightarrow 4y = 16 \Rightarrow y = 4$$

$$x + y = 2 + 4 = 6$$

اضلاع مثلث ABC را  $x$ ،  $x+2$  و  $x+4$  در نظر می‌گیریم.

$$\frac{x}{\lambda} = \frac{x+2}{y} = \frac{x+4}{16} \Rightarrow \frac{x}{\lambda} = \frac{x+4}{16} \Rightarrow 16x = \lambda x + 32 \Rightarrow \lambda x = 32 \Rightarrow x = 4$$

$$\frac{x}{\lambda} = \frac{x+2}{y} \xrightarrow{x=4} \frac{4}{\lambda} = \frac{6}{y} \Rightarrow y = 12$$

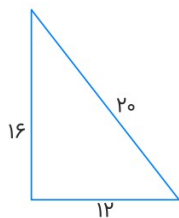
$$DEF \text{ محیط: } 8 + 12 + 16 = 36$$

$$\frac{1}{70000} = \frac{16}{\square} \Rightarrow (\square \rightarrow 320000 \text{ (در اندازه واقعی)})$$

$$\frac{1}{16000} = \frac{\square}{320000} \Rightarrow (\square \rightarrow 20 \text{ متر})$$

چون متشابه می‌باشند، پس نسبت اضلاع آنها برابر است.

$$\frac{10}{20} = \frac{8}{x} = \frac{6}{y} \Rightarrow x = 16, y = 12$$



اضلاع مثلث دوم ۱۲، ۱۶ و ۲۰ است که مثلث قائم‌الزاویه تشکیل می‌دهند.

$$\text{مساحت: } \frac{12 \times 16}{2} = 96$$

چون متشابه هستند پس باید نسبت اضلاع برابر باشد.

$$\frac{۴}{\square} = \frac{\square}{۹} \Rightarrow \square = ۶$$

مساحت مستطیل علیرضا :  $۴ \times ۶ = ۲۴$

نسبت اضلاع گزینه "۴" نسبت به اضلاع مثلث داده شده برابر با  $\frac{۱}{۳}$  است، ولی در بقیه گزینه‌ها نسبت هر سه ضلع برابر نیست.

چون دو مثلث متشابه هستند، پس نسبت اضلاع برابر است.

$$\frac{۴}{y+۲} = \frac{۸}{۱۰} = \frac{x}{۱۵} \Rightarrow \frac{۴}{y+۲} = \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow y+۲ = ۵ \Rightarrow y = ۳$$

$$\frac{۸}{۱۰} = \frac{x}{۱۵} \Rightarrow x = \frac{۸ \times ۱۵}{۱۰} = ۱۲ \Rightarrow x + y = ۱۲ + ۳ = ۱۵$$

کل نقشه اول :  $\frac{۱}{۱۲۰۰} = \frac{۲۴}{\square} \Rightarrow \square = ۲۸۸۰۰$

نقشه دوم :  $\frac{۱}{۱۸۰۰} = \frac{\square}{۲۸۸۰۰} \Rightarrow \square = ۱۶$

فاصله دو نقطه روی نقشه دوم ۱۶ سانتی‌متر است.

$$\begin{cases} \widehat{A} = \widehat{D} \\ \widehat{B} \text{ مشترک} \\ \widehat{E} = \widehat{C} \end{cases} \Rightarrow \frac{DE}{AC} = \frac{BE}{BC} = \frac{BD}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{۵}{۲x+۴} = \frac{۸}{y+۳} = \frac{۴}{۱۶} = \frac{۱}{۴}$$

$$\begin{cases} \frac{۵}{۲x+۴} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow ۲x+۴ = ۲۰ \Rightarrow x = ۸ \\ \frac{۸}{y+۳} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow y+۳ = ۳۲ \Rightarrow y = ۲۹ \\ \Rightarrow x+y = ۸+۲۹ = ۳۷ \end{cases}$$

در دو لوزی دلخواه نسبت اضلاع باهم برابرند، پس اگر زاویه‌های تند و یا زاویه‌های باز باهم برابر باشند کافی است.

$$\frac{1}{200} = \frac{3/5}{\square} \Rightarrow \square = 700$$

$$\frac{1}{500} = \frac{\square}{700} \Rightarrow \square = 1/4$$

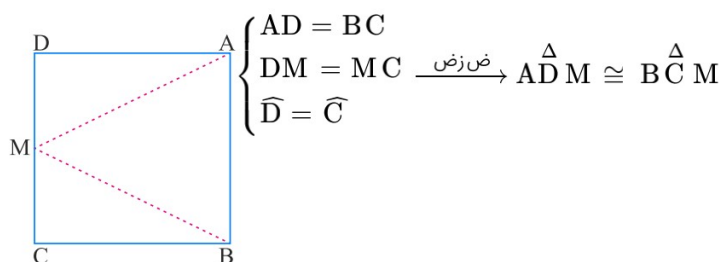
چون متشابه هستند پس نسبت اضلاع برقرار است.

$$\frac{2}{y+1} = \frac{2x-1}{6} = \frac{5}{8}$$

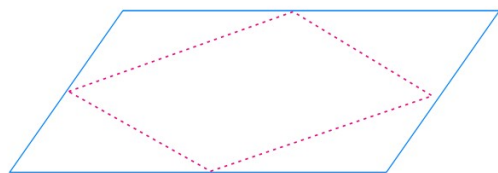
$$\frac{2}{y+1} = \frac{5}{8} \Rightarrow 5y + 5 = 16 \Rightarrow 5y = 11 \Rightarrow y = \frac{11}{5}$$

$$\frac{2x-1}{6} = \frac{5}{8} \Rightarrow 16x - 8 = 30 \Rightarrow 16x = 38 \Rightarrow x = \frac{38}{16} = \frac{19}{8}$$

$$x + y = \frac{11}{5} + \frac{19}{8} = \frac{88 + 95}{40} = \frac{183}{40}$$



همواره متوازی‌الاضلاع تشکیل می‌شود. می‌توان اثبات کرد که اضلاع مقابل موازی هستند.



نسبت اضلاع دو مثلث  $\frac{۳}{۴/۵} = \frac{۲}{۳}$  است.

محیط مثلث اول  $۱۵ = ۳ + ۵ + ۷$  است، پس محیط مثلث دوم برابر است با:

$$\frac{۲}{۳} = \frac{۱۵}{\square} \Rightarrow \square = ۲۲/۵$$