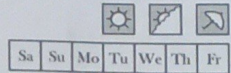


Subject:

Year:

Month:

Date:



تعریف متشابه :

دو مثلث را که از آن‌ها بزرگ شده‌ی (یا کوچک شده) دیگری باشند، دو مثلث متشابه می‌نامند.

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

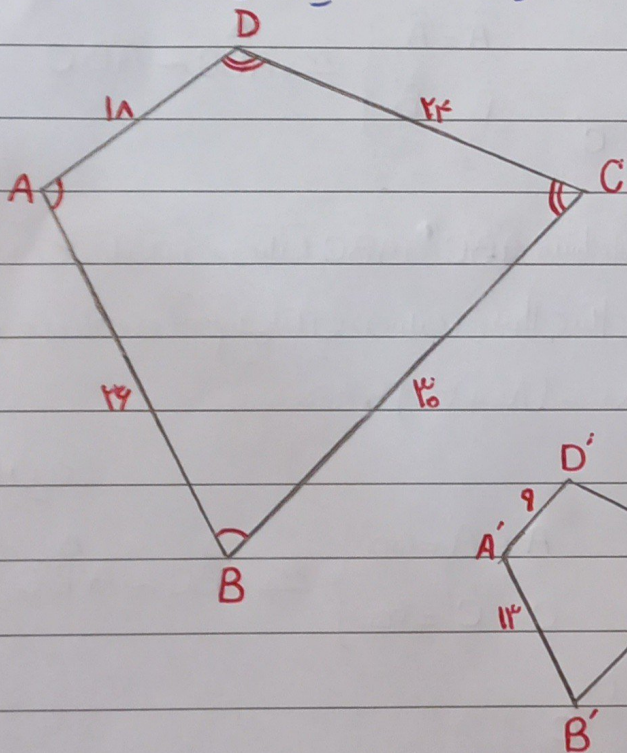
5

ویژگی متشابه بودن :

- 1: تعداد اضلاع باید برابر باشند.
- 2: زاویه‌های متناظر برابر باشند.
- 3: ضلع‌های متناظر آن‌ها با هم تناسب برابر داشته باشند.

مثال : نشان چند ضلع‌ها

15 دو چند ضلع با تعداد اضلاع برابر اما متشابه نبودند هرگاه زاویه‌های آن‌ها تقریباً نظیر مساوی و ضلع‌های متناظر آن‌ها متناسب باشند.



$$\hat{A} = \hat{A}', \hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}'$$

$$\hat{D} = \hat{D}'$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DA}{D'A'} = 2$$

$$\Leftrightarrow ABCD \sim A'B'C'D'$$

نسبت متشابه دو مثلث بالا 2 یا $\frac{1}{2}$ می‌باشد.

Subject:

Year:

Month:

Date:



Sa Su Mo Tu We Th Fr

نکته

• دو مثلث متشابه دو نسبت اشکال دارند که معکوس هم باشند.

• هر دو مربع دلخواه متشابه اند.

• هر دو مثلث متساوی الاضلاع متشابه اند.

• هر دو n ضلعی منتظم متشابه اند.

• هر دو مستطیل دلخواه نمی توانند متشابه باشند (در صورتی متشابه اند که نسبت کسین اضلاع متناظر آنها برقرار باشد.)

باشد.

• هر دو لوزی دلخواه نمی توانند متشابه باشند (در صورتی متشابه اند که برابر بودن زوایای متناظر برقرار باشد.)

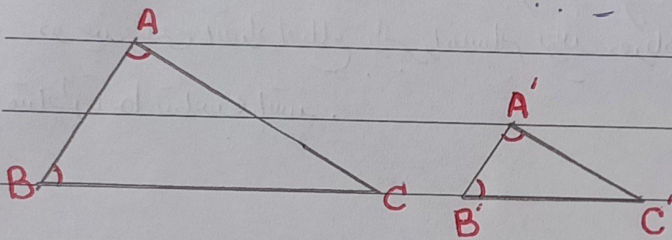
10

حالت های مشابه دو مثلث

به دلیل ویژگی هایی که مثلث دارد، دو مثلث با شرایط کمتری می توانند متشابه باشند.

1. هرگاه دو زاویه از یک مثلث، یا دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند، آن دو مثلث متشابه اند.

15



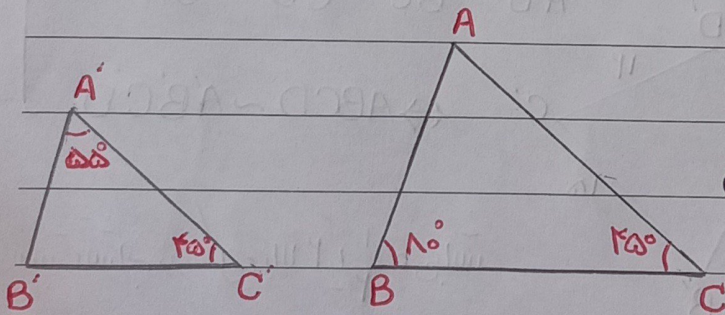
$$\left. \begin{matrix} \hat{A} = \hat{A}' \\ \hat{B} = \hat{B}' \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

20 مثال 8 ثابت کنید دو مثلث ABC و A'B'C' متشابه اند.

انوازه ای زاویه ای سهم یک از این دو مثلث، به عنوان مثال اندازه زاویه سهم مثلث ABC را تعیین می کنیم:

$$\hat{A} = 180 - (10 + 45) = 55^\circ$$

بنابراین:



$$\left. \begin{matrix} A = A' = 55^\circ \\ C = C' = 45^\circ \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

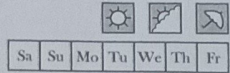
25

Subject:

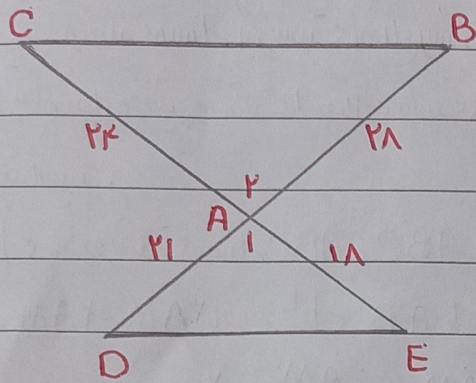
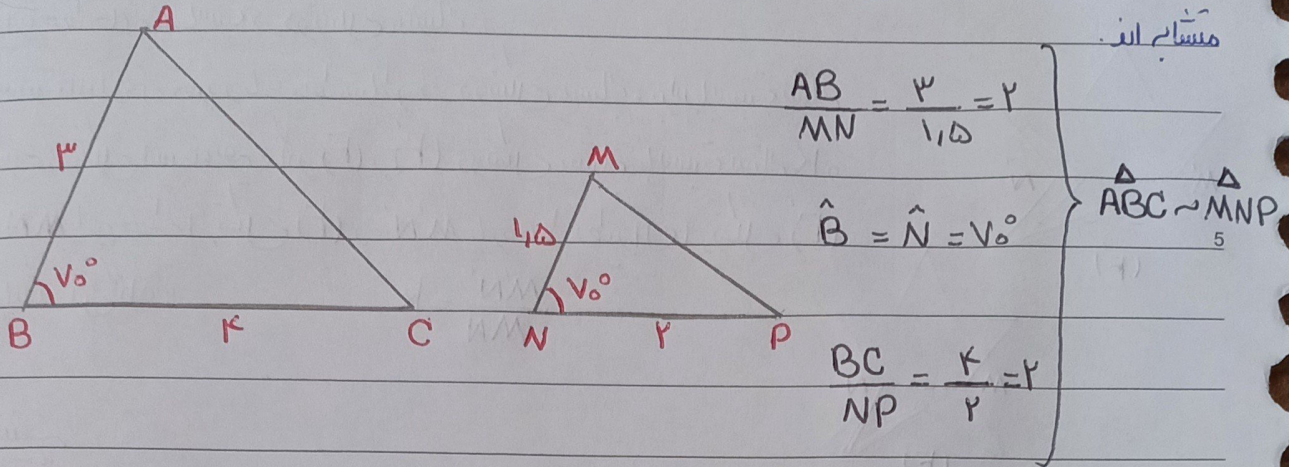
Year:

Month:

Date:



۲. هرگاه دو ضلع از مثلث با دو ضلع از مثلث دیگر متناسب و زاویه بین آن دو ضلع مساوی باشند، آن دو مثلث متناسب اند.



۱۰ سوال: آیا دو مثلث ABC و ADE متناسب اند؟ چرا؟

بله زیرا:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{21}{18} = \frac{7}{6}$$

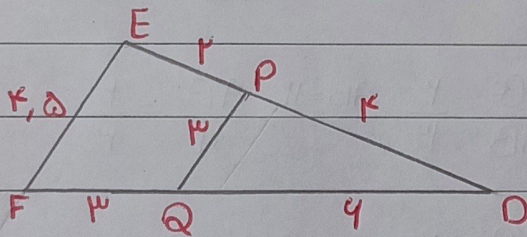
مقابل بر رأس

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$

15

۳. هرگاه سه ضلع از مثلث با سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند، آن دو مثلث متناسب اند.

۲۰ سوال: چرا دو مثلث FED و PDQ متناسب اند؟



$\frac{DP}{DE} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

$\frac{PQ}{FE} = \frac{1.5}{4.5} = \frac{1}{3}$

$\frac{DQ}{FE} = \frac{1}{4.5} = \frac{2}{9}$

25

Subject:

Year:

Month:

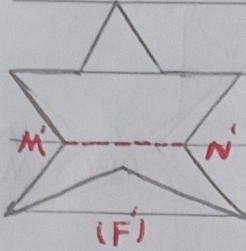
Date:



| | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|
| Sa | Su | Mo | Tu | We | Th | Fr |
|----|----|----|----|----|----|----|

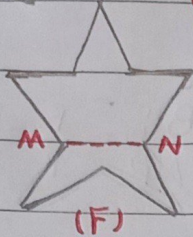
اصول مهم

بازه‌های متناسب در دو مثلث متشابه:



نسبت اندازه‌های هر دو بازه متناسب در دو مثلث متشابه، برابر با نسبت تشابه آن دو مثلث است، یعنی اگر (F) و (F') دو مثلث متشابه با نسبت تشابه K و MN بازه‌های متناسب آن دو مثلث (F) و $M'N'$ بازه‌های متناسب آن دو مثلث (F') باشد آن گاه:

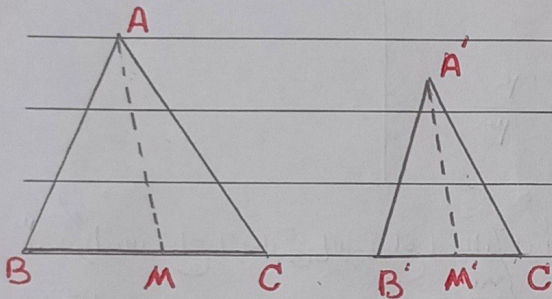
$$\frac{M'N'}{MN} = K$$



نتیجه

10 در دو مثلث متشابه اگر نسبت اضلاع نسبت تشابه K باشد آن دو مثلث‌های نظیر و بین سازه‌های نظیر و ارتفاع‌های نظیر دو مثلث با همان نسبت K با هم متناسبند. به طوری که تمام اجزای طولی دو مثلث با همان نسبت K متناسبند.

مثال: در دو مثلث متشابه ABC و $A'B'C'$ بازه‌های AM و $A'M'$ میان‌های نظیر هم‌صورت باشند. اگر $AB = 12$ و $2AM = A'M'$ باشد، طول $A'B'$ را بیابید.



15 و $3A'M' = 2AM \rightarrow \frac{A'M'}{AM} = \frac{2}{3}$ حل:

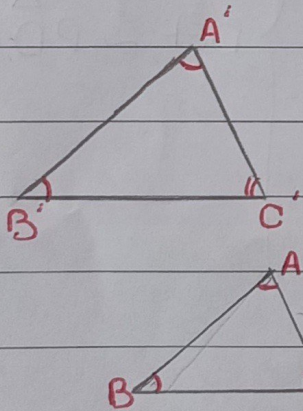
$$ABC \sim A'B'C' \rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'M'}{AM}$$

$$\rightarrow \frac{A'B'}{12} = \frac{2}{3} \quad AB = 12 \rightarrow \frac{A'B'}{12} = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow 3A'B' = 24 \rightarrow A'B' = 8$$

25 محیط و مساحت مثلث‌های متشابه

نسبت محیط‌های هر دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه آن دو مثلث است. به عنوان



مثال، اگر دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابه باشند و نسبت تشابه آنها K باشد

نسبت محیط‌های آنها نیز K است زیرا:

Subject:

Year:

Month:

Date:

| | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|
| Sa | Su | Mo | Tu | We | Th | Fr |
|----|----|----|----|----|----|----|

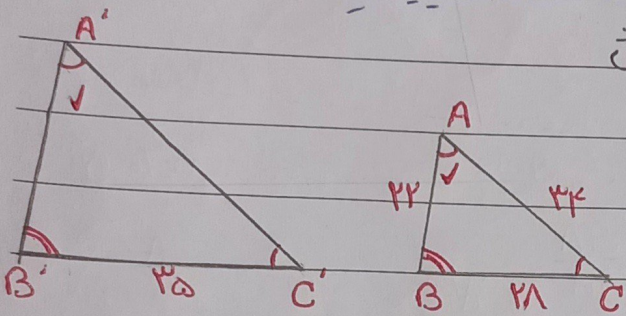
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k$$

امانبار ویزتر نسبت های مساوی ($\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{a+b}{a'+b'}$) داریم:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'B'+AC'+B'C'}{AB+AC+BC} = \frac{\text{محیط مثلث } A'B'C'}{\text{محیط مثلث } ABC} = k \quad 5$$

مثال 3: دو مثلث ABC و A'B'C' متشابه اند، محیط مثلث A'B'C' را تعیین کنید.

$$\text{محیط مثلث} = 22 + 24 + 28 = 74$$



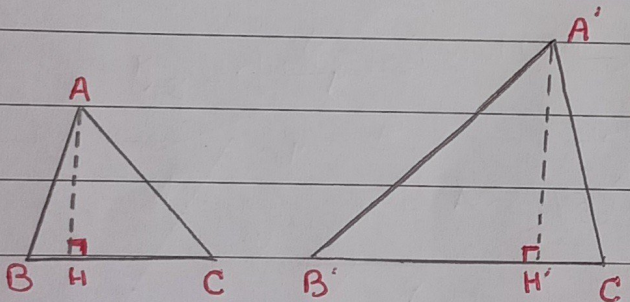
$$\frac{\text{محیط مثلث } ABC}{\text{محیط مثلث } A'B'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$

$$\frac{74}{P} = \frac{28}{35} \rightarrow P = \frac{74 \times 35}{28} = 92.5 \quad 15$$

مساحت مثلث های متشابه

نسبت مساحت های هر دو مثلث متشابه، برابر مجذور نسبت سیم است. به عنوان مثال ثابت می کنیم که اگر دو مثلث ABC و A'B'C' متشابه باشند و نسبت سیم آن ها k باشد، نسبت مساحت های شان برابر k^2 است.

20 برای اثبات، AH و A'H' را رسم می کنیم.



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times AH$$

$$S_{\triangle A'B'C'} = \frac{1}{2} \times B'C' \times A'H'$$

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AH}{\frac{1}{2} \times B'C' \times A'H'} = \frac{BC \times AH}{B'C' \times A'H'} \quad 25$$

Subject: _____

Year: _____

Month: _____

Date: _____



| | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|
| Sa | Su | Mo | Tu | We | Th | Fr |
|----|----|----|----|----|----|----|

اما صریحاً $\frac{BC}{B'C'} = k$ و $\frac{AH}{A'H'} = k$ نسبت، بنابراین:

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}} = \frac{BC}{B'C'} \times \frac{AH}{A'H'} = k \times k = k^2$$

5

مدیر: محسن ولی پور

10