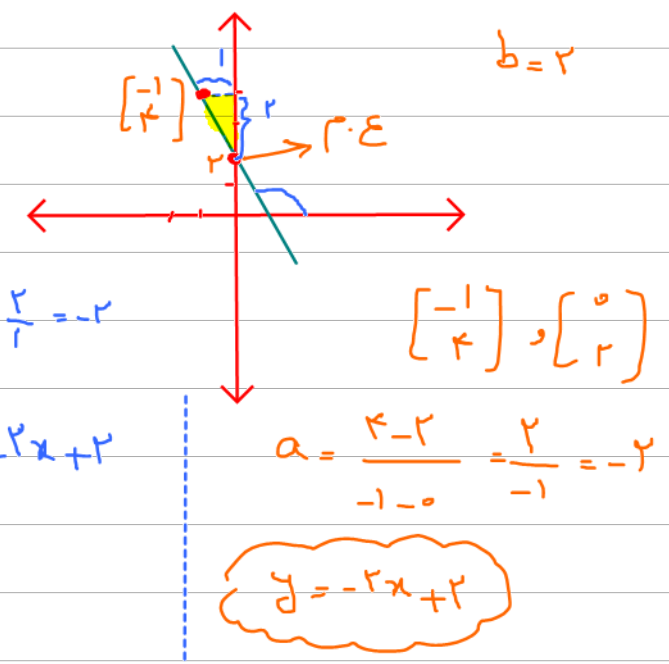
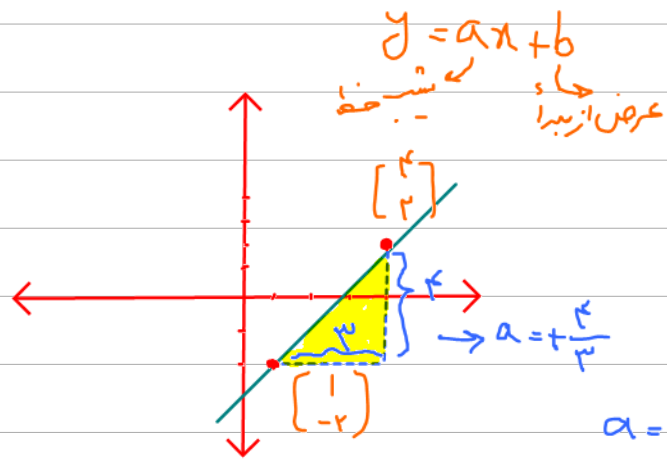


مثال: معادله خط زیر را بنویسید.



$$a = \frac{2 - (-2)}{1 - (-1)} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y = \frac{2}{3}x + b \xrightarrow{[-1, 0]} -2 = \frac{2}{3}(1) + b$$

$$b = -\frac{2 \times 3}{1 \times 3} = \frac{-4-2}{3} = -\frac{10}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{10}{3}$$

کار در کلاس

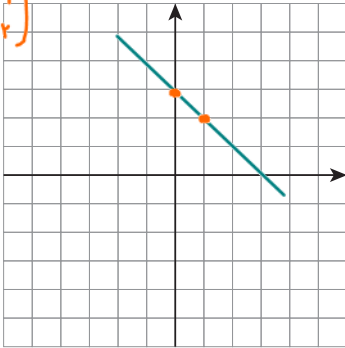
۱- نمودار خط‌های با معادله زیر را رسم کنید. $y = ax$ مبدأش \rightarrow

$$x=0 \rightarrow y = -0+3 = 3$$

$$x=1 \rightarrow y = -1+3 = 2$$

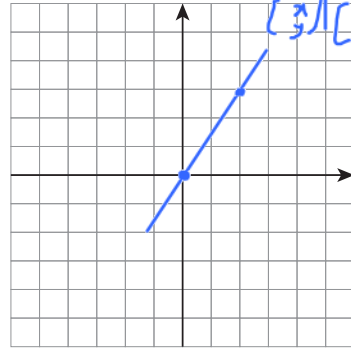
$$y = -x+3$$

2	0	1
y	3	2
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$



$$y = \frac{3}{2}x$$

x	0
y	0
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$



$$x=0 \rightarrow y = \frac{3}{2}(0) = 0$$

$$x=2 \rightarrow y = \frac{3}{2}(2) = 3$$

۲- آیا خط $y=3x$ از مبدأ مختصات (یعنی نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$) می‌گذرد؟ چرا؟ **بله، چون $b=0$ است.**

۳- اگر در معادله $y=ax$ به جای a عددهای مختلفی قرار دهیم، بی‌شمار معادله خطی مانند $y=3x$ ،

$y=2x$ ، $y=-x$ و ... به دست می‌آید. آیا می‌توان گفت تمام این خط‌ها از مبدأ مختصات می‌گذرند؟

$y=ax$ صورت کلی معادله خط‌هایی است که از مبدأ مختصات می‌گذرند.

فعالیت

۱- در هر مورد دو نقطه از یک خط داده شده است؛ ابتدا خط را رسم کنید و سپس مانند نمونه

با توجه به مختصات هر نقطه معادله خط را حدس بزنید.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$y=2x$$

$$\text{الف) } \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{ب) } \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

۲- در فعالیت ۱ برای هر مورد، مختصات دو نقطه دیگر را روی هر خط به دست آورید.

۳- در قسمت (ب) کدام یک از نقطه‌ها با مختصات $\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 6 \\ 20 \end{bmatrix}$ روی خط قرار دارد؟

کار در کلاس

۱- مختصات نقطه‌ای به طول ۲ را روی خط $y=2x-1$ پیدا کنید.

$$x=2$$

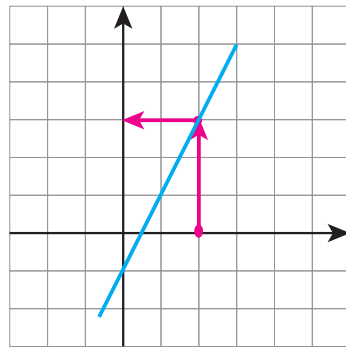
با استفاده از معادله خط

$$y=2x-1$$

$$y=2 \times 2 - 1 = 3$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

با استفاده از نمودار خط



$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$y=-3 \Rightarrow -3 = -\frac{1}{4}x + 2$$

۲- مختصات نقطه‌ای به عرض ۳- را روی خط $y = -\frac{1}{4}x + 2$ پیدا کنید.

$$\frac{1}{4}x = 3 + 2$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

۳- مختصات محل برخورد خط $y=5x+1$ را با محورهای مختصات پیدا کنید.

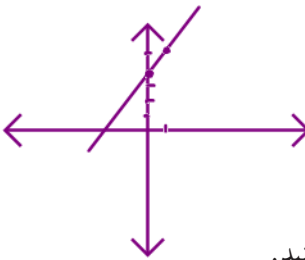
$$x=0 \rightarrow y = 5(0) + 1 \Rightarrow y = 1$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$y=0 \rightarrow 0 = 5x + 1 \Rightarrow 5x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{5}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

تمرین



x	0	2
y	4	5
	$\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$

۱- خط به معادله $y = \frac{1}{4}x + 4$ را رسم کنید.

$$\rightarrow \frac{1}{4}(0) + 4 = 4$$

$$x=2 \rightarrow y = \frac{1}{4}(2) + 4 = 5$$

الف) آیا نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ روی این خط است.

$$\text{ب) } x = -1$$

ب) مختصات نقطه‌های برخورد خط را با محورهای مختصات پیدا کنید.

$$\Rightarrow y = \frac{1}{4}(-1) + 4$$

ج) نقطه‌ای از این خط، به طول ۱- را پیدا کنید.

$$= \frac{1}{4}(-1) + 4$$

$$\text{الف) } \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow -1 \stackrel{?}{=} \frac{1}{4}(2) + 4$$

$$x=0 \rightarrow y = \frac{1}{4}(0) + 4 = 4 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

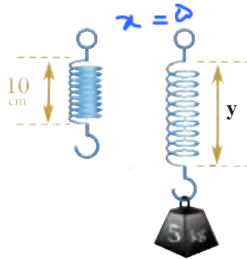
$$-1 \neq 5 \leftarrow \text{مترابند}$$

$$y=0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{4}x + 4 \Rightarrow \frac{1}{4}x = -4 \Rightarrow x = -16$$

$$\begin{bmatrix} -16 \\ 0 \end{bmatrix}$$

جرم وزنه

۲- طول یک فنر 10° سانتی متر است. وقتی وزنه‌ای به جرم x به آن وصل شود، طول فنر از رابطه $y = 0.18x + 10$ پیدا می‌شود. اگر وزنه‌ای به جرم 5 کیلوگرم به آن وصل شود، طول فنر چقدر می‌شود؟

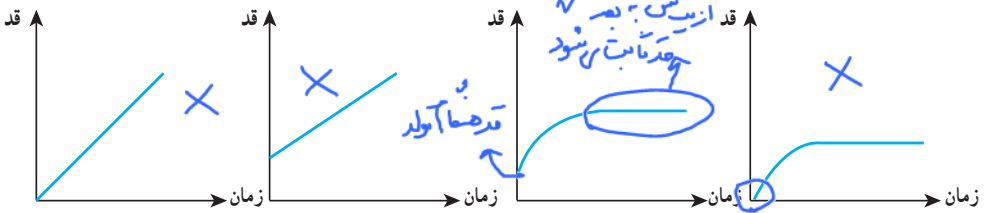


$$y = 0.18(5) + 10$$

$$y = 4 + 10 = 14$$

طول فنر

۳- کدام یک از نمودارهای زیر رابطه رشد قد انسان را از هنگام تولد تا بزرگسالی نشان می‌دهد؟ با توجه به وضعیت‌های مختلف، نمودار آن را توصیف کنید؛ برای مثال بگویید محل برخورد نمودار با محور y به چه معناست؟



۴- دو نقطه از یک خط داده شده است؛ معادله خط را حدس بزنید.

$$y = ax$$

$$y = 3x$$

الف) $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\times 3$

ب) $y = 2x - 1$
 $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

ج) $(0, 3)$ و $(1, 4)$
 $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ $(1 \times 3) + 1 = 4$

د) $y = 3x + 1$
 محل برخورد با محور عرضها

۵- مختصات محل برخورد خط به معادله $y = -x + 2$ را با محورهای مختصات بیابید.

$$y = 0 \Rightarrow 0 = -x + 2 \Rightarrow x = 2$$

محل برخورد با محور عرضها $[2, 0]$

$$x = 0 \Rightarrow y = -0 + 2 \Rightarrow y = 2$$

محل برخورد با محور عمود $[0, 2]$

۶- مختصات نقطه‌ای از خط به معادله $y = -\frac{1}{5}x + 4$ را بیابید که طول آن نقطه 5 باشد.

$$x = 5 \Rightarrow y = -\frac{1}{5}(5) + 4 = -1 + 4 = 3$$

محل برخورد با محور عمود $[5, 3]$

۷- خط $y = -\frac{1}{4}x + 2$ را رسم کنید.

آیا نقطه $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ روی این خط قرار دارد؟ نقطه‌ای به طول 1 روی این خط پیدا کنید.

نقطه‌ای به عرض 2 روی این خط پیدا کنید.

محل برخورد خط را با محورهای مختصات پیدا کنید.

محل برخورد با محور عمود $[0, 2]$

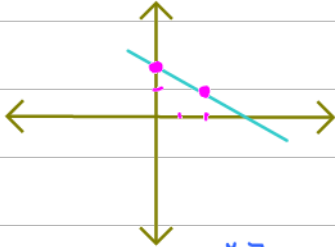
محل برخورد خط با محور عمود $[4, 0]$
 $y = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{4}x + 2 \Rightarrow \frac{1}{4}x = 2 \Rightarrow x = 8$

۷- خط $y = -\frac{1}{4}x + 2$ را رسم کنید.

x	۰	۲
y	۲	۱
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$x=0 \Rightarrow y = -\frac{1}{4}(0) + 2 = 2$$

$$x=2 \Rightarrow y = -\frac{1}{4}(2) + 2 = 1$$



$$y = -\frac{1}{4}x + 2 \xrightarrow{\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}} 3 = -\frac{1}{4}(x) + 2$$

$$3 \neq 1 \rightarrow \text{مترشحند}$$

$$y = -\frac{1}{4}x + 2 \xrightarrow{x=-1} y = -\frac{1}{4}(-1) + 2 = \frac{1}{4} + 2 = 2,25$$

$$y = -\frac{1}{4}x + 2 \xrightarrow{y=-2} -2 = -\frac{1}{4}x + 2$$

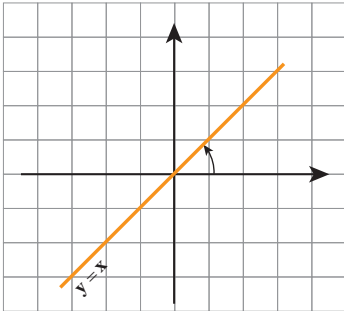
$$\frac{1}{4}x = 2 + 2$$

$$\frac{1}{4}x = 4 \rightarrow x = 16$$

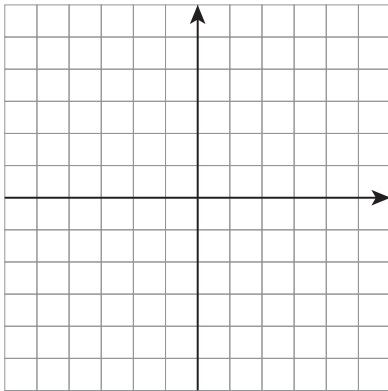
فعالیت

۱- خط‌های به معادله‌های زیر را در یک دستگاه محور مختصات رسم کنید؛ هر خط را با یک رنگ بکشید.

الف) $y = \frac{1}{3}x$ ب) $y = x$ ج) $y = 3x$ د) $y = -x$ هـ) $y = -2x$



تمام این خط‌ها از مبدأ مختصات می‌گذرند؛ تفاوت آنها در چیست؟ زاویه هر خط را مانند نمونه با قسمت مثبت محور طول‌ها مشخص کنید. در خط‌های الف، ب و ج چه رابطه‌ای بین ضریب x و این زاویه وجود دارد؟ خط‌های د و هـ چه نوع زاویه‌ای با جهت مثبت محور x می‌سازد؟



۲- خط‌های به معادله‌های زیر را در یک دستگاه مختصات رسم کنید؛ هر خط را با یک رنگ بکشید.

$y = 2x - 1$, $y = 2x$, $y = 2x + 3$

در معادله این خط‌ها ضریب x برابر با ۲ است که به آن شیب خط می‌گوییم. تفاوت خط‌ها در چیست؟ زاویه خط‌ها را با محور x با هم مقایسه کنید؛ چرا این خط‌ها با هم موازی‌اند؟

بین محل برخورد خط با محور عرض‌ها و عدد ثابت معادله چه رابطه‌ای می‌بینید؟

در معادله خط $y = ax + b$ ، عدد a ، شیب خط نامیده می‌شود. با تغییر a زاویه خط با جهت مثبت محور طول‌ها تغییر می‌کند. عدد b نشان‌دهنده محل برخورد خط با محور عرض‌هاست؛ به همین دلیل به آن عرض از مبدأ می‌گویند.

به عنوان مثال در خط به معادله $y = -3x + 2$ ، عرض از مبدأ ۲ و شیب خط، -۳ است.

۱- در هر یک از معادله‌های زیر، شیب و عرض از مبدأ خط را مشخص کنید.

$$y = 2x - 4$$

$$y = -\frac{2}{3}x$$

$$y = -3x + 1$$

۲- معادله خطی را بنویسید که :

(الف) شیب آن ۲- و عرض از مبدأ آن ۱- باشد.

(ب) شیب آن $\frac{1}{4}$ باشد و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند.

(ج) با خط $y = 2x + 1$ موازی باشد و از نقطه $\left[\begin{smallmatrix} 4 \\ 0 \end{smallmatrix} \right]$ بگذرد.

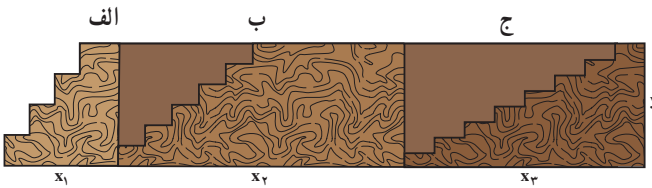
۳- معادله خطی را بنویسید که شیب آن ۲ باشد و از نقطه $\left[\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix} \right]$ بگذرد.

$$y = ax + b \rightarrow y = 2x + b \rightarrow 2 = 2 \times 1 + b \rightarrow \boxed{b = \quad} \xrightarrow{\text{معادله خط}} \boxed{y = \quad}$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 ۲ ۲ ۱

فعالیت

۱- در تصویر زیر، سه نوع راه پله می‌بینید؛ در هر سه مورد ارتفاعی که بالا می‌روید، یکسان است.



کدام راه پله شیب

بیشتری دارد؟

کدام یک، تعداد پله،

بیشتری دارد؟

بالا رفتن از کدام یک ساده‌تر است؟

۲- در محورهای مختصات مقابل، کدام خط شیب

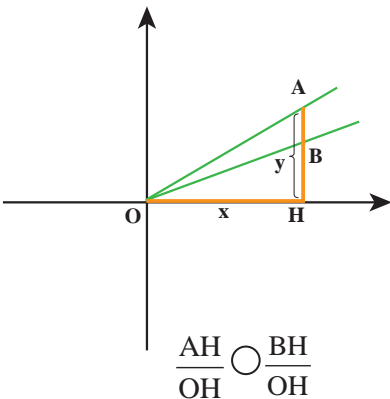
بیشتری دارد؟

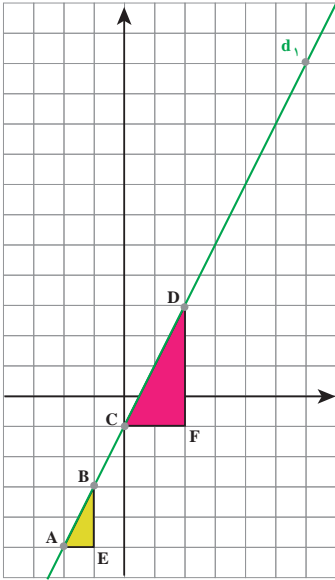
نقطه‌های A و B طول ثابتی دارند ولی عرض آنها

متفاوت است.

کدام یک از دو نسبت زیر بزرگ‌تر است؟ چرا؟

این دو نسبت چه ارتباطی با شیب خط‌ها دارد؟





۳- روی خط d_1 به معادله $y = 2x - 1$ دو نقطه دلخواه مثل A و B در نظر گرفته ایم. با توجه به مثلث قائم الزاویه ایجاد شده، شیب خط را به دست آورده ایم.

$$d_1 \text{ شیب خط} = \frac{EB}{EA} = \frac{2}{1} = 2$$

برای دو نقطه C و D نیز با توجه به مثلث رسم شده، شیب خط را پیدا کنید.

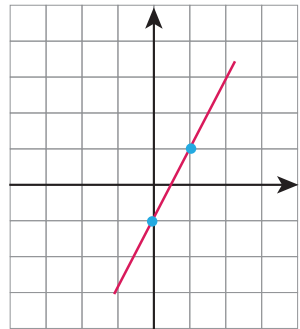
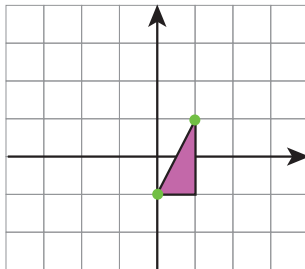
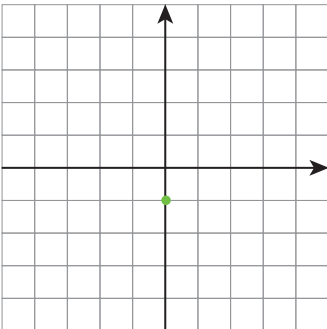
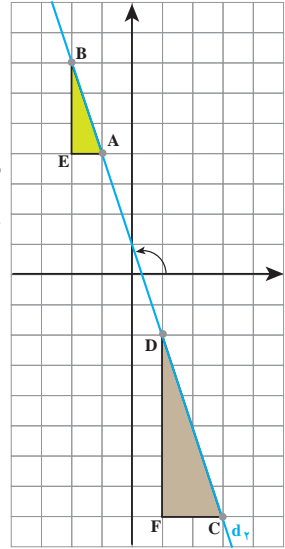
دو نقطه دلخواه دیگر روی خط در نظر بگیرید و با رسم یک مثلث قائم الزاویه شیب خط را دوباره پیدا کنید.

۴- خط d_2 با محور طول، زاویه بزرگ تر از 90° می سازد؛ پس شیب خط، منفی می شود. با توجه به مثلث های رسم شده مقدار شیب خط d_2 را پیدا کنید.

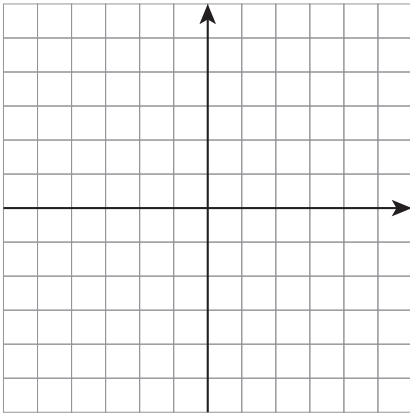
$$d_2 \text{ شیب خط} = -\frac{EB}{EA} =$$

خط d_2 محور عرض ها را در نقطه $\left[\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \right]$ قطع کرده است یا عرض از مبدأ آن ۱ است. معادله خط d_2 را بنویسید.

۵- با توجه به این بیان از شیب خط، در زیر مراحل رسم معادله خط $y = 2x - 1$ با روش دیگری مشخص شده است؛ این روش را توضیح دهید.



(۱) خط از این نقطه می گذرد. (۲) با توجه به مقدار شیب نقطه دیگر پیدا می شود. (۳) با داشتن دو نقطه خط رسم می شود.



۱- نقطه‌های $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات نشان دهید و خطی را رسم کنید که از این دو نقطه می‌گذرد.

روی خط، دو نقطه انتخاب کنید و مختصات آنها را بنویسید. $\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$

اگر نقطه دیگری روی این خط در نظر بگیریم، طول آن برابر است با:

یک نقطه دلخواه به طول ۲ بنویسید و روی محور مختصات نشان دهید: $\begin{bmatrix} 2 \\ \quad \end{bmatrix}$
 تمام نقطه‌ها به طول ۲ روی خط بالا قرار می‌گیرند و معادله آنها به صورت $x=2$ است.

۲- صورت کلی معادله‌های خطی به صورت $ax+by=c$ است.

(الف) با توجه به مقدارهای نوشته شده، معادله خط را بنویسید؛ کدام خط از مبدأ می‌گذرد؟

$$a=2, b=3, c=4 \rightarrow$$

$$a=-1, b=2, c=0 \rightarrow$$

(ب) با توجه به خط‌های داده شده، مقدارهای a ، b و c را پیدا کنید.

$$-3x+2y=2 \rightarrow a= \quad b= \quad c=$$

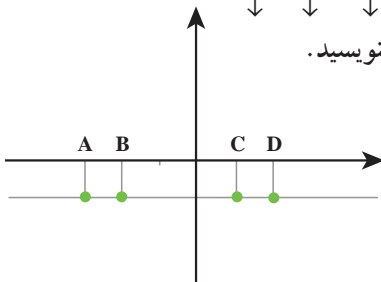
$$y=2x+1 \rightarrow a= \quad b= \quad c=$$

(ج) برای خط $x=2$ مقدارهای a ، b و c را بنویسید.

$$ax + by = c \rightarrow x = 2$$

↓ ↓ ↓

۳- مختصات نقطه‌های مشخص شده را روی خط بنویسید.



$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

این نقطه‌ها چه ویژگی مشترکی دارند؟
معادله خط رسم شده را بنویسید.

در شکل کلی معادله‌های خطی به جای a ، b و c چه عددی قرار دهیم تا معادله خط رسم شده به دست آید؟

$$ax + by = c$$

↓ ↓ ↓

۴- مانند نمونه برای خط‌های داده شده شیب و عرض از مبدأ را پیدا کنید.

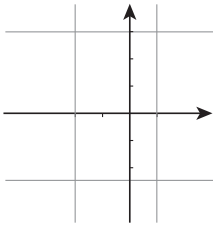
$$2y - 4x = 8 \rightarrow 2y = 4x + 8 \rightarrow y = \frac{4}{2}x + \frac{8}{2} \rightarrow y = 2x + 4$$

عرض از مبدأ شیب

$$3x - 2y = 6$$

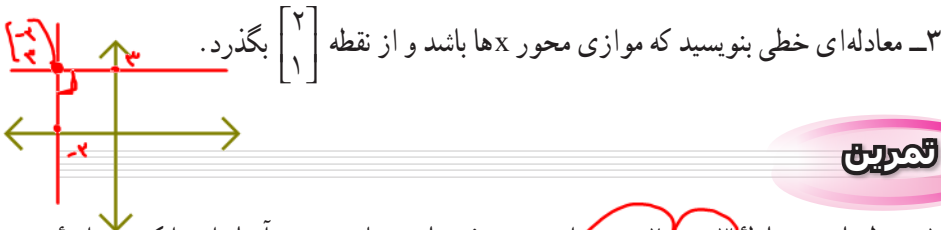
$$x + 3y - 9 = 0$$

کار در کلاس



۱- معادله‌های خط‌های رسم شده را در دستگاه مختصات مقابل کنار هر کدام بنویسید.

۲- از برخورد دو خط $y = -3$ و $x = 2$ کدام نقطه به دست می‌آید؟



تمرین

۱- خط‌های به معادله $x = -2$ و $y = 3$ را رسم و مختصات محل برخورد آنها را پیدا کنید. زاویه

بین این دو خط چند درجه است؟ **۹۰**

۲- معادله محور طول‌ها و محور عرض‌ها را بنویسید؛ محل برخورد آنها چه نقطه‌ای است؟ **$(0, 0)$**

۳- شیب و عرض از مبدأ خط‌های زیر را پیدا و سپس آن خط‌ها را رسم کنید.

$$3y - 2x = 6$$

$$4x - 2y = 8$$

$$2x - y = 3$$

$$3y = 2x + 6$$

$$y = \frac{2}{3}x + 2$$

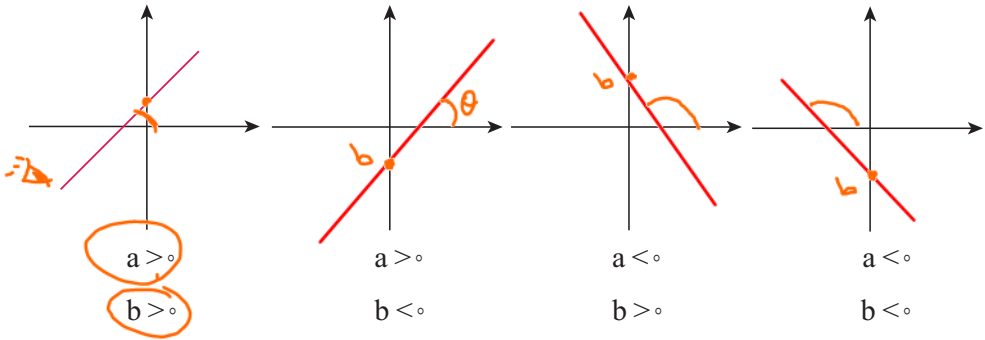
$$2y = 4x - 8$$

$$y = 2x - 4$$

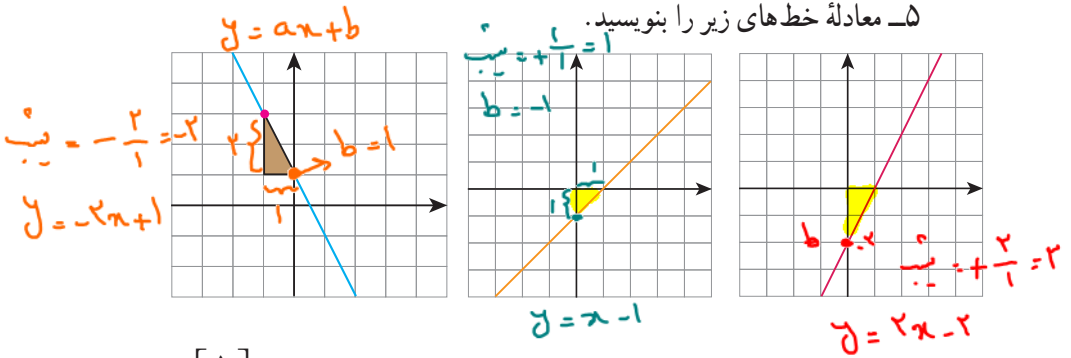
$$2x - y = 3$$

$$y = 2x - 3$$

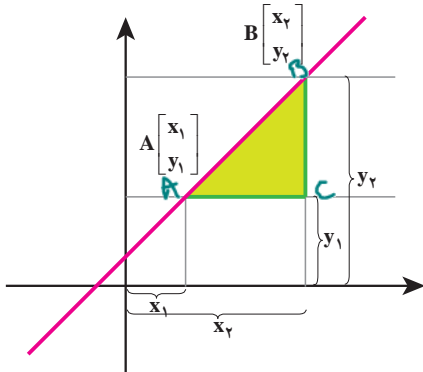
۴- خط $y=ax+b$ را در نظر بگیرید. در هر یک از حالت‌های مورد نظر، خط را مانند نمونه در دستگاه مختصات رسم کنید.



۵- معادله خط‌های زیر را بنویسید.



۶- معادله خطی بنویسید که با خط $2y - 4x = 5$ موازی باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ بگذرد.
۷- با توجه به شکل مقابل نشان دهید.



$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\therefore \text{شیب خط} = \frac{BC}{AC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

۸- دو نقطه از یک خط هستند؛ شیب خط را پیدا کنید و معادله خط را بنویسید.

$$\text{شیب خط} = \frac{2 - (-1)}{3 - 4} = \frac{3}{-1} = -3$$

$$y = -3x + b$$

۱۰۷

$$y = -3x + 11$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow 2 = -3(3) + b \\ b = 2 + 9 = 11$$

۶- معادله خطی بنویسید که با خط $2y - 4x = 5$ موازی باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ بگذرد.

$$2y - 4x = 5 \xrightarrow{\text{استاندارد}} 2y = 4x + 5 \xrightarrow{:2} y = 2x + \frac{5}{2}$$

$2 = \frac{5}{2}$

$$y = 2x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}} -1 = 2(1) + b$$
$$b = -1 - 2 = -3$$

$y = 2x - 3$