

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C}_r = 180^\circ \\ \hat{C}_r + \hat{C}_1 = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C}_r = \hat{C}_r + \hat{C}_1 \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = \hat{C}_1$$

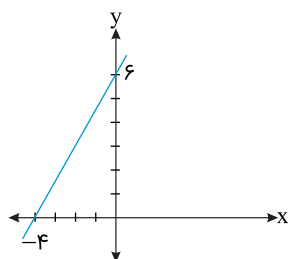
مختصات محل برخورد خط با محورهای مختصات را به دست می‌آوریم تا مختصات رأس‌های مثلث گفته‌شده به دست آید.

نقطه تقاطع با محور y ها:

$$x = 0 \Rightarrow 2y - 3 \times 0 = 12 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

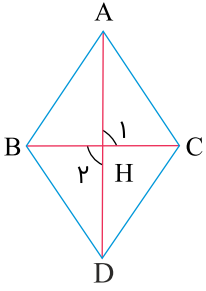
نقطه تقاطع با محور x ها:

$$y = 0 \Rightarrow 0 - 3x = 12 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix}$$



باتوجه به آنکه مثلث قائم‌الزاویه است، داریم:

$$S = \frac{6 \times 4}{2} = 12$$



$$\begin{cases} AH = HD \\ BH = HC \\ AC = BD \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle AHC \cong \triangle BHD \Rightarrow \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$$

$$y = 3x - 15 \xrightarrow{y=0} 0 = 3x - 15 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 5$$

الف نادرست - ممکن است متوازی الاضلاع ABCD یک مستطیل باشد، چون در مستطیل قطرها باهم برابرند.

ب نادرست - تمام اعداد اول فرد نیستند، عدد ۲ عددی اول است ولی فرد نیست، عدد طبیعی ۲ تنها عدد زوج اول است.

$$\overline{MN} = \overline{PQ} \text{ حکم:}$$

فرض:

$$\overline{AB} = \overline{DC} \Rightarrow \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{DC} \Rightarrow \overline{MB} = \overline{DP}$$

$$\overline{AD} = \overline{BC} \Rightarrow \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC} \Rightarrow \overline{QD} = \overline{BN}$$

اثبات:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{MB} = \overline{DP} \\ \overline{BN} = \overline{QD} \\ \hat{B} = \hat{D} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle BMN \cong \triangle QPD \Rightarrow \overline{MN} = \overline{QP}$$

پاسخ سؤالات ۷ تا ۹

۷ حکم - فرض

۸ استدلال

۹ نیمساز

پاسخ سؤال ۱۰

۱۰ نادرست. شیب دو خط موازی برابر است.

پاسخ سؤالات ۱۱ تا ۱۴

۱۱ نادرست. مثال نقض: در مثلثی با یک زاویهٔ باز، محل برخورد ارتفاع‌ها بیرون مثلث است.

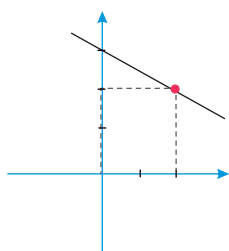
۱۲ درست

۱۳ درست

۱۴ نادرست

۱۵ الف

x	۲	۰
y	۲	۳



ب خیر، زیرا:

$$۲ = \frac{-1}{۲} \times (-۲) + ۳ \Rightarrow ۲ \neq ۴$$

پ محل برخورد با xها:

$$x = ۰ \Rightarrow y = ۳ \Rightarrow \begin{cases} ۰ \\ ۳ \end{cases}$$

محل برخورد با yها:

$$y = ۰ \Rightarrow ۰ = \frac{-1}{۲}x + ۳ \Rightarrow \frac{-1}{۲}x = -۳ \Rightarrow x = ۶ \Rightarrow \begin{cases} ۶ \\ ۰ \end{cases}$$

ت

$$x = ۴ \Rightarrow y = \frac{-1}{۲} \times ۴ + ۳ = ۱ \Rightarrow \begin{cases} ۴ \\ ۱ \end{cases}$$

۱۶ الف

نادرست. ممکن است خارج مثلث (در مثلث با زاویه باز) یا روی رأس قائم (در مثلث قائم‌الزاویه) قرار گیرد.

ب

درست - به استدلالی که براساس شواهد و تجربه باشد نمی‌توان اعتماد کرد.

پ

نادرست - رابطه مساحت مربع با طول آن به صورت خطی نیست.

۱۷

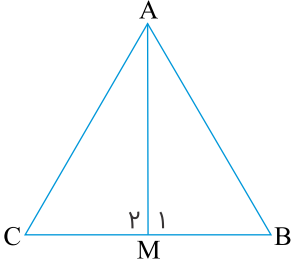
$$\begin{bmatrix} -۲ \\ ۰ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۰ \\ ۴ \end{bmatrix} \Rightarrow \text{شیب} = \frac{۰ - ۴}{-۲ - ۰} = \frac{-۴}{-۲} = ۲$$

معادله خط: $y = ۲x + ۴$

۱۸

الف فرض: $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BM} = \overline{CM}$

حکم: $\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ$



اثبات:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{AC} \\ \overline{AM} = \overline{AM} \\ \overline{BM} = \overline{CM} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle AMB \cong \triangle AMC \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ$$

ب، زیرا \overline{AM} هم میانه و هم ارتفاع است، لذا عمود منصف نیز می باشد.

پاسخ سؤالات ۱۹ تا ۲۲

۱۹ نیمساز

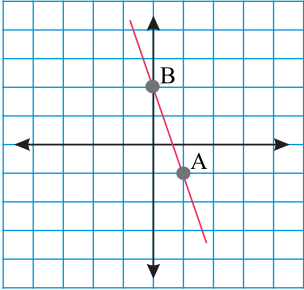
۲۰ مقعر

۲۱ یک

۲۲ ۵

۲۳

$$\begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -3(1) + 2 = -1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = A \\ x = 0 \Rightarrow y = -3(0) + 2 = 2 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} = B \end{cases}$$



شیب = -3 ، عرض از مبدا = 2

ب

مختصات نقطه داده شده را داخل معادله قرار می‌دهیم:

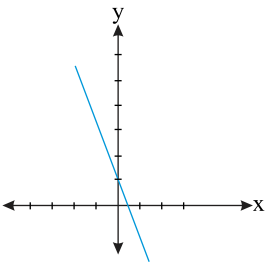
پ

$$y = -3x + 2 \Rightarrow 2 = -3(1) + 2 \Rightarrow 2 \neq -1$$

پس روی این خط قرار ندارد.

۲۴
الف

$$2x + y = 1 \Rightarrow y = -2x + 1$$



شیب -2 عرض از مبدا $+1$

ب

$$y = -2x + 3$$

پ

بله

ت

$$y = -2x + 1 \xrightarrow{\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}} -1 = -2 \times 1 + 1 \Rightarrow -1 = -1$$

$$\begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \begin{bmatrix} ? \\ -7 \end{bmatrix} \Rightarrow -7 = -2x + 1 \Rightarrow 2x = 7 + 1 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 \\ -7 \end{bmatrix}$$

ث

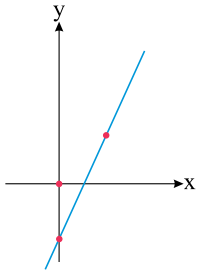
زاویه باز می‌سازد چون شیب منفی است.

ج

$$y = 0 \Rightarrow 0 = -2x + 1 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

ج

۲۵
الف



x	0	1
y	-1	1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

بله قرار دارد.

ب

$$y = 2x - 1 \xrightarrow{\begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix}} -5 = \underbrace{2 \times (-2) - 1}_{-5} \quad -5 = -5 \quad \checkmark$$

$$y = 2x - 1 \xrightarrow{\begin{bmatrix} 3 \\ ? \end{bmatrix}} y = 2 \times 3 - 1 = 5 \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

پ

ت محل برخورد با محور طول‌ها $y = 0$:

$$y = 0 \Rightarrow y = 2x - 1 \Rightarrow 0 = 2x - 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

محل برخورد با محور عرض‌ها $x = 0$:

$$x = 0 \Rightarrow y = 2 \times 0 - 1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

پاسخ سؤالات ۲۶ تا ۲۷

۲۶ درست

۲۷ نادرست

۲۸

$$2y = -4x + 1 \Rightarrow y = -2x + \frac{1}{2}$$

شیب خطی که با خط $y = -2x + \frac{1}{2}$ موازی باشد باید با شیب خط $y = -2x + \frac{1}{2}$ برابر باشد. شیب این خط -2 است، پس معادله خطی که با خط $y = -2x + \frac{1}{2}$ موازی باشد و از مبدا بگذرد خط $y = -2x$ است.

۲۹

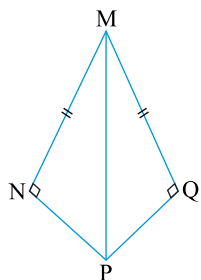
$$\begin{cases} AE = AC \\ \hat{A} = \hat{A} \text{ مشترک} \\ AD = AB \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرض}} \triangle AED \cong \triangle ABC \Rightarrow BC = DE$$

پاسخ سؤال ۳۰

۳۰ -۳

$$-\frac{2y}{-2} = \frac{x}{-2} + \frac{6}{-2} \Rightarrow y = -\frac{x}{2} - 3$$

پاسخ سؤالات ۳۱ تا ۳۲



فرض: $MN = MQ$

$\hat{N} = \hat{Q} = 90^\circ$

حکم: $NP = PQ$

اثبات: از M به P خطی وصل می‌کنیم تا شکل به دو مثلث $\triangle MNP$ و $\triangle MPQ$ تقسیم شود. اکنون همنهشتی این دو مثلث را اثبات می‌کنیم و سپس در تساوی اجزای متناظر، تساوی NP و PQ را نتیجه می‌گیریم.

$$\left. \begin{array}{l} MN = MQ \\ MP = MP \\ \hat{N} = \hat{Q} = 90^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{طبق فرض} \\ \text{ضلع مشترک} \end{array} \xrightarrow{\text{وض}} \triangle MNP \cong \triangle MPQ$$

$\xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}} NP = PQ$

$$x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \times 0 + 1 \Rightarrow y = 1$$

محل برخورد با محور عرض‌ها $\left| \begin{array}{l} 0 \\ 1 \end{array} \right.$

$$y = 0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow \frac{1}{2}x = -1 \Rightarrow x = -2$$

محل برخورد با محور طول‌ها $\left| \begin{array}{l} -2 \\ 0 \end{array} \right.$

$$\frac{۴}{۲x-۴} = \frac{۵}{۱۰} = \frac{۸}{y+۵} \Rightarrow \frac{۴}{۲x-۴} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲x-۴ = ۸ \Rightarrow ۲x = ۱۲ \Rightarrow x = ۶$$

$$\frac{۸}{y+۵} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow y+۵ = ۱۶ \Rightarrow y = ۱۱$$

بله، قرار دارد.

$$y = \frac{۳}{۲}x - ۲ \xrightarrow{\begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix}} ۱ = \frac{۳}{۲} \times ۲ - ۲ \Rightarrow ۱ = ۱$$

۱ ثابت کنید اندازه زاویه خارجی مثلث با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاورش برابر است.

۲ مساحت مثلثی که از تقاطع خط $2y - 3x = 12$ با محورهای مختصات به وجود می‌آید را به دست آورید.

۳ ثابت کنید در هر لوزی قطرهای بر یکدیگر عمودند.

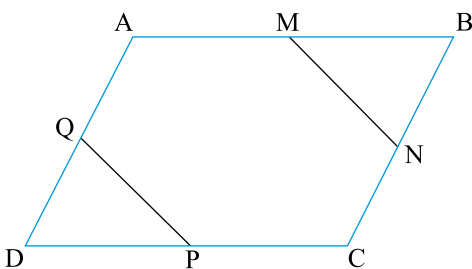
۴ مختصات نقطه برخورد خط $y = 3x - 15$ را با محور طول‌ها به دست آورید.

۵ درستی یا نادرستی استدلال‌های زیر را مشخص کنید. در صورت نادرست بودن دلیل و یا مثال نقض بیاورید.

متوازی‌الاضلاع ABCD مربع است \Rightarrow } مربع نوعی متوازی‌الاضلاع است که قطرهایش باهم برابرند
در متوازی‌الاضلاع ABCD قطرهای باهم برابرند

اعداد اول فرد هستند \Rightarrow } مجموع دو عدد اول عددی زوج شده است
مجموع دو عدد فرد عددی زوج است

۶ در شکل زیر چهار ضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع است و M، N، P و Q وسط اضلاع آن می‌باشند. ثابت کنید $\overline{MN} = \overline{PQ}$ است.



در جای خالی عدد و یا عبارت مناسب بگذارید.

۷ به خواسته‌های مسئله و به داده‌های آن می‌گویند.

۸ یعنی دلیل آوردن و استفاده از دانسته‌های قبلی برای معلوم کردن موضوعی که در ابتدا مجهول بوده است.

۹ در هر مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع وارد بر ساق همان زاویه بین دو ساق است.

جملات درست و نادرست را مشخص کنید.

۱۰ دو خط موازی هستند، هرگاه شیب آن‌ها قرینه و معکوس یکدیگر باشد.

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۱۱ محل برخورد ارتفاع‌های هر مثلث درون آن است.

۱۲ در مربع هر قطر نیمساز زاویه‌های دو سر آن قطر است.

۱۳ وترهای نظیر به کمان‌های برابر در دایره برابر هستند.

۱۴ در هر متوازی‌الاضلاع، قطرهای باهم برابر هستند.

۱۵ به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف خط به معادله $y = \frac{-1}{3}x + 3$ را رسم کنید.

ب آیا نقطه $\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ روی این خط است؟

پ محل برخورد خط را با محورهای مختصات پیدا کنید.

ت نقطه‌ای از خط به طول ۴ را پیدا کنید.

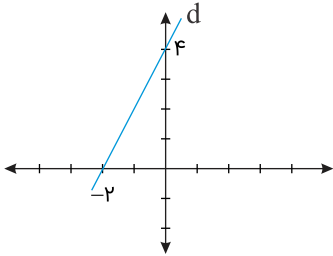
۱۶ درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف محل برخورد ارتفاع‌های یک مثلث همیشه درون مثلث قرار دارد.

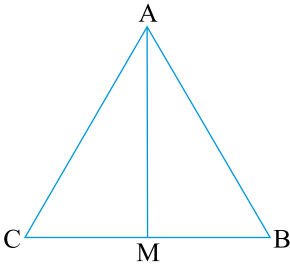
ب اگر در استدلال از مشاهده و تجربه استفاده شود، نتایج حاصل از آن قطعی نمی‌باشد.

پ رابطه مساحت مربع با طول آن خطی است.

۱۷ باتوجه به شکل داده شده، معادله خط d را بنویسید.



۱۸ در شکل زیر، ABC مثلثی متساوی‌الساقین است و \overline{AM} میانه وارد بر قاعده \overline{BC} می‌باشد.



الف ثابت کنید \overline{AM} ارتفاع وارد بر \overline{BC} است.

ب آیا می‌توان نتیجه گرفت \overline{AM} عمودمنصف ضلع \overline{BC} نیز می‌باشد؟ چرا؟

جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید.

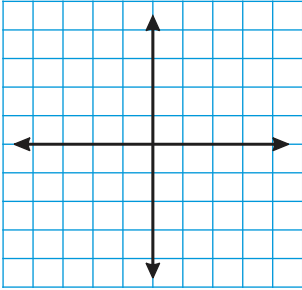
۱۹ هر نقطه روی زاویه از دو ضلع آن زاویه، به یک فاصله است.

۲۰ اگر در یک چندضلعی پاره‌خطی که دو نقطه درون این چندضلعی را به هم وصل می‌کند به طور کامل درون شکل نباشد، آن شکل چندضلعی است.

۲۱ نسبت تشابه دو شکل همنهشت عدد است.

۲۲ در معادله خط $y = 5x + 1$ عدد a ، عدد است.

۲۳ خط به معادله $y = -3x + 2$ را در نظر بگیرید:



الف این خط را در دستگاه مختصات رسم کنید.

ب شیب و عرض از مبدا این خط را بنویسید.

پ آیا نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ روی این خط قرار دارد؟

۲۴ خط d به معادله $2x + y = 1$ را در نظر بگیرید.

الف خط d را در دستگاه مختصات رسم کنید.

ب شیب و عرض از مبدا خط d را مشخص کنید.

پ معادله خطی را بنویسید که با خط d موازی باشد و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند.

ت آیا نقطه $A = \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \end{bmatrix}$ روی خط d قرار دارد؟ چرا؟

ث مختصات نقطه‌ای از خط d را بیابید که عرضش -7 باشد.

ج زاویه‌ای که خط d با جهت مثبت محور طول‌ها می‌سازد زاویه تند است یا باز؟

چ خط d محور طول‌ها را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟

۲۵ به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

الف خط d به معادله $y = 2x - 1$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.

ب آیا نقطه $A = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix}$ روی خط d قرار دارد؟ چرا؟

پ مختصات نقطه‌ای از خط d را بیابید که طولش 3 باشد.

ت مختصات نقطه‌های برخورد خط d با محورهای مختصات را پیدا کنید.

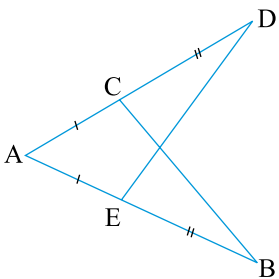
درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

۲۶ رابطه محیط یک مربع با طول آن خطی است.

۲۷ در هر مثلث محل برخورد نیمسازها داخل مثلث نمی‌باشد.

۲۸ معادله خطی را بنویسید که با خط $2y = -4x + 1$ موازی بوده و از مبدا مختصات بگذرد.

۲۹ در شکل زیر ثابت کنید: $BC = DE$



در جاهای خالی عدد یا کلمه مناسب بنویسید.

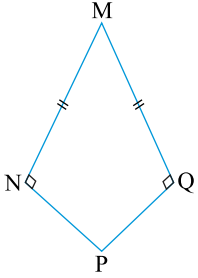
۳۰ عرض از مبدأ خط $-2y = x + 6$ برابر با عدد است.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

۳۱ یعنی دلیل آوردن و استفاده از دانسته‌های قبلی.

۳۲ وقتی خاصیتی را برای یک عضو از یک مجموعه ثابت کردیم، اگر تمام ویژگی‌هایی که در استدلال خود به کار برده‌ایم در سایر عضوهای آن مجموعه نیز باشد، می‌توانیم درستی نتیجه را به همه عضوهای مجموعه دهیم.

۳۳ در شکل زیر ثابت کنید $NP=PQ$. (فرض و حکم مسئله را بنویسید).



۳۴ مختصات محل برخورد خط $y = +\frac{1}{4}x + 1$ را با محورهای مختصات پیدا کنید.

۳۵ مثلث $\triangle ABC$ به ضلع‌های ۴، ۵ و ۸ با مثلث $\triangle DEF$ به ضلع $2x - 4$ و 10 و $y + 5$ متشابه هستند. مقدار x و y را پیدا کنید.

آیا نقطه $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix}$ روی خط $y = \frac{۳}{۲}x - ۲$ قرار دارد؟ چرا؟