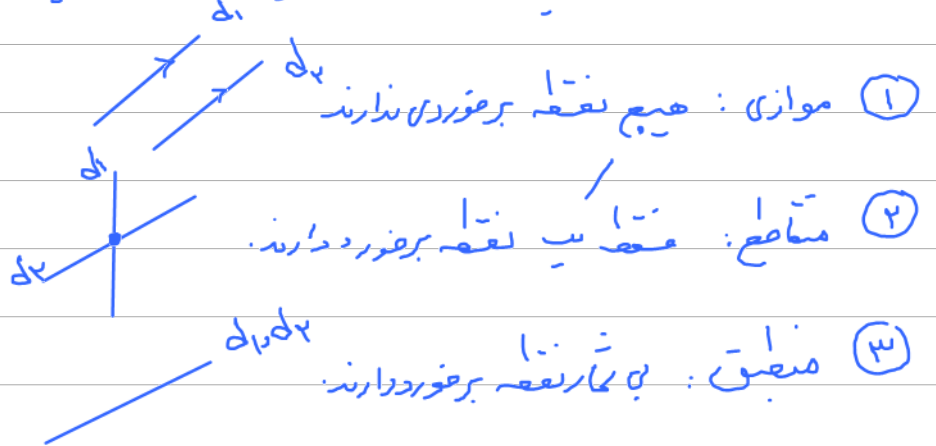


دستگاه معادلات خطی :

\* صورت هر معادله خطی  $ax + by = c$  است به در آن  $a$  و  $b$  و  $c$  اعداد مختلف هستند.

مثلاً:  $2x - 3y = 7$  و  $\frac{1}{3}x + 4y = \frac{9}{4}$

\* هر دو خط در صفحه به سه حالت زیر می‌توانند قرار بگیرند:



(در این حالت دست‌ها اضافه نداریم. در واقع خط داریم)

اگر دو خط با هم منقطع باشند، محل برخورد آنها نقطه‌ای است که در هر دو معادله به طور همزمان صدق می‌کند.

مثلاً نقطه  $\begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$  در هر دو معادله زیر صدق می‌کند:

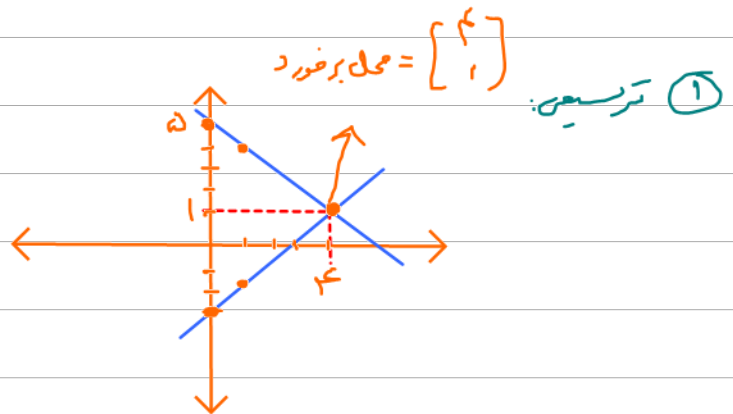
$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 & \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix} \rightarrow 2(5) + 3(-2) = 4 \\ & 10 - 6 = 4 \quad \checkmark \\ x + 4y = -3 & \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix} \rightarrow 5 + 4(-2) = -3 \\ & 5 - 8 = -3 \quad \checkmark \end{cases}$$

روش‌های حل دستگاه معادلات خطی (بیاب کردن محل برخورد دو خط):

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

x		0	1
y		5	4

x		0	1
y		-3	-2



$$\begin{aligned} 0 - y &= 3 & 1 - y &= 3 \\ 0 - 3 &= y & 1 - 3 &= y \\ \boxed{-3 = y} & & \boxed{-2 = y} & \end{aligned}$$

حالت ۱: هر دو معادله بصورت  $ax+by=c$  نوشته شود.

حالت ۲: یکی از معادله ها یا هر دو معادله را در عددی ضرب کنیم به نحوی که ضرایب  $x$  یا  $y$  در هر دو معادله قرینه همبند شوند

حالت ۳: معادلات جدید را با هم جمع کنیم. پس از جمع کردن به دست می آید.

حالت ۴: مقدار به دست آمده را در یکی از معادلات (به دلخواه) جایگذاری

$$\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \end{cases}$$


---


$$2x=8$$

$$\boxed{x=4}$$

$$x+y=5 \quad x=4$$

$$4+y=5$$

$$y=5-4 \Rightarrow \boxed{y=1}$$

مردم نامعادله مجهول جدید به دست می آید.

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{محل برقرار در دو خط}$$

مثال: دستگاه معادله های خطی زیر را به روش حذفی حل کنید.

$$2x \begin{cases} 2x+y=1 \\ 3x-2y=12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+2y=2 \\ 3x-2y=12 \end{cases}$$


---


$$7x=14$$

$$x = \frac{14}{7} = 2 \Rightarrow \boxed{x=2}$$

$$2x+y=1 \quad x=2 \rightarrow 2(2)+y=1$$

$$y=1-4$$

$$\boxed{y=-3}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \rightarrow \text{محل برقرار در دو خط}$$

$$(-2) \times \begin{cases} x+2y=9 \\ 2x-3y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x-4y=-18 \\ 2x-3y=4 \end{cases}$$


---


$$-7y=-14$$

$$-7y=-14$$

$$\boxed{y=2}$$

$$x+2y=9$$

$$y=2 \rightarrow x+2(2)=9$$

$$x=9-4$$

$$\boxed{x=5}$$

$$\text{محل برقرار در دو خط} \rightarrow \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} (-2) \times \\ (3) \times \end{cases} \begin{cases} 2x + 2y = -1 \\ 2x + 3y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x - 4y = 2 \\ 2x + 3y = -4 \end{cases}$$

$$\Delta y = -1$$

$$\boxed{y = -2}$$

$$2x + 3y = -4 \xrightarrow{y = -2} 2x + 3(-2) = -4$$

$$2x = 4$$

$$2x = 4$$

$$\boxed{x = 2}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 2 \times \\ 1 \times \end{cases} \begin{cases} 2x + 4y = 7 \\ 2x - 2y = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \cdot 2x + 4 \cdot y = 2 \cdot 7 \\ 2x - 2y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$2 \cdot 7 = 14$$

$$\boxed{x = 1}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$2x + 4y = 7 \xrightarrow{x=1} 2(1) + 4y = 7$$

$$4y = 7 - 2 = 5 \Rightarrow \boxed{y = \frac{5}{4}}$$

$$\begin{cases} 2x - 2y = 2 \\ y = x + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 2 \\ 2x - 2(x + 1) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 2 \\ -2x + 2y = 2 \end{cases}$$

$$-y = 1$$

$$\boxed{y = -1}$$

$$-x + y = 1 \xrightarrow{y = -1} -x - 1 = 1$$

$$-1 - 1 = x$$

$$\boxed{x = -2}$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

### روش جایگزینی: (۳)

گام ۱: در یکی از معادله ها، یک مجهول را بر حسب مجهول دیگر بنویسیم.

گام ۲: آن را در معادله دیگر جایگزین کنیم و به این ترتیب معادله دوم تبدیل به معادله یک متغیره شود. آن را

حل کرده مقدار مجهول را بدست می آوریم.

گام ۳: مقدار بدست آمده را در یکی از معادلات به کمک قرار در معادله و مجهول دیگر را بدست می آوریم.

(بجز است در معادله آن که در گام ۱ بدست آوریم تکرار نمی.)

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x - 2y = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x \\ 3x - 2(1 - 2x) = 12 \end{cases}$$

$$3x - 2 + 4x = 12$$

$$7x + 4x = 12 + 2$$

$$7x = 14$$

$$x = 2$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$y = 1 - 2x \xrightarrow{x=2} y = 1 - 2(2) = 1 - 4 \Rightarrow y = -3$$

مثال: دستگاه معادله خط زیر را بر روش جایگزینی حل کنید.

$$\begin{cases} x + 2y = 9 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 9 - 2y \\ 2(9 - 2y) - 3y = 4 \end{cases} \xrightarrow{y=2} x = 9 - 2(2) = 9 - 4 = 5 \rightarrow x = 5$$

$$18 - 4y - 3y = 4$$

$$-4y - 3y = 4 - 18$$

$$-7y = -14$$

$$y = 2$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = -1 \\ 2x + 2y = -2 \end{cases} \Rightarrow \textcircled{1} \quad x = \frac{-1 - 2y}{2} \quad y = -2 \rightarrow x = \frac{-1 - 2(-2)}{2} = \frac{-1 + 4}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad 2 \left( \frac{-1 - 2y}{2} \right) + 2y = -2 \quad \boxed{x = 1}$$

$$\frac{-2 - 2y}{2} + \frac{2y \times 2}{1 \times 2} = -2$$

$$\frac{-2 - 2y + 4y}{2} = -2 \Rightarrow -2 + 2y = -4$$

$$2y = -2$$

$$\boxed{y = -1}$$

