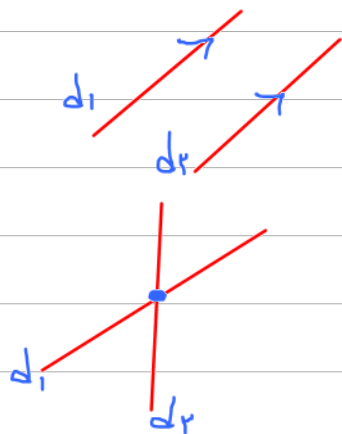


دسته معادلات خطی

* صورت هر معادله خطی به شکل $ax + by = c$ است. در a و b و c اعداد صحیح هستند.

مثلاً: $3x - 4y = 7$ و $\frac{1}{4}x + 8y = \frac{3}{8}$

* هر دو خط در صفحه می‌توانند به سه حالت زیر قرار بگیرند:



① موازی: هیچ نقطه برخورد ندارند

② متقاطع: فقط یک نقطه برخورد دارند

③ منطبق: بی‌شمار نقطه برخورد دارند

* در این حالت در هر ۲ خط نزدیک می‌شوند. فقط یک خط داریم با معادله آن - ظاهر معادله آن با هم یکپوش می‌شوند

اگر در صفحه با هم متقاطع باشند، محل برخورد آنها نقطه آن است - در معادلات هر دو خط صدق دارند

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 & \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix} \\ x + 4y = -3 & \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

مثلاً نقطه $\begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$ در معادله

$$\begin{aligned} 2(5) + 3(-2) &= 4 \\ 10 - 6 &= 4 \quad \checkmark \end{aligned}$$

در دو معادله صدق دارند پس محل برخورد در دو خط است

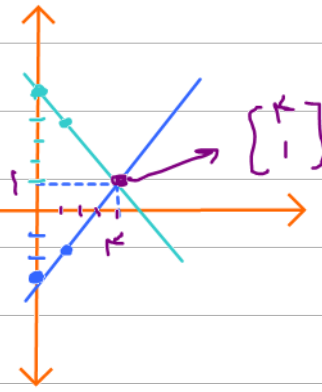
$$\begin{aligned} 5 + 4(-2) &= -3 \\ 5 - 8 &= -3 \quad \checkmark \end{aligned}$$

روش های حل دستگاه معادله های خطی (بدون جدول تقاطع درفضا)

$$\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r|rr} x & 5 & 1 \\ \hline y & 5 & -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rr} x & 5 & 1 \\ \hline y & -3 & -2 \end{array}$$



① ترسیم:

② حذف:

گام ۱: هر دو معادله بصورت $ax+by=c$ باشند.

گام ۲: یکی از معادله ها یا هر دو معادله را در عددی ضرب می کنیم تا ضرایب x یا ضرایب y در هر دو معادله قرین می شوند.

گام ۳: هر دو معادله را با هم جمع می کنیم. می توانیم جمع را به دست می آوریم.

گام ۴: مقدار بدست آمده را در یکی از معادله ها (به دقت نگاه)

$$\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \end{cases}$$

$$2x = 8$$

$$\boxed{x=4}$$

جایگزینی در یکی و محاسبه دیگر را به دست می آوریم.

$$x+y=5 \xrightarrow{x=4} 4+y=5$$

$$y=5-4$$

$$\boxed{y=1}$$

$\left[\begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix} \right]$ ← محل برخورد درفضا

مثال: دستگاه معادله های خطی زیر را به روش حذف حل کنید.

$$2x \begin{cases} 2x+y=1 \\ 3x-2y=12 \end{cases}$$

\Rightarrow

$$\begin{cases} 4x+2y=2 \\ 3x-2y=12 \end{cases}$$

$$7x=14 \rightarrow \boxed{x=2}$$

$$2x+y=1 \xrightarrow{x=2}$$

$$2(2)+y=1$$

$$y=1-4$$

$$\boxed{y=-3}$$

$\left[\begin{matrix} 2 \\ -3 \end{matrix} \right]$

$$(-1) \times \begin{cases} x + 2y = 9 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x - 2y = -9 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$$

$$-y = -14$$

$$\boxed{y = 14}$$

$$x + 2y = 9 \xrightarrow{y=14} x + 2(14) = 9 \quad \begin{bmatrix} 9 \\ 14 \end{bmatrix}$$

$$x = 9 - 28$$

$$\boxed{x = -19}$$

$$\begin{matrix} (1) \times \\ (-3) \times \end{matrix} \begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ 2x + 3y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ -6x - 9y = 12 \end{cases}$$

$$-7y = 11$$

$$\boxed{y = -\frac{11}{7}}$$

$$3x + 2y = -1 \xrightarrow{y = -\frac{11}{7}} 3x + 2\left(-\frac{11}{7}\right) = -1$$

$$3x = -1 + \frac{22}{7} = \frac{15}{7}$$

$$\boxed{x = \frac{5}{7}}$$

$$\begin{matrix} 2 \times \\ 1 \times \end{matrix} \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 3x - 2y = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 6y = 8 \\ 3x - 2y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$3Vx = 3V$$

$$\boxed{x = 1}$$

$$2x + 3y = 4 \xrightarrow{x=1} 2(1) + 3y = 4$$

$$3y = 4 - 2 = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{3}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ y = x + 1 \end{cases} \xrightarrow{2x} \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ -x + y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cancel{2x} - 3y = 5 \\ \cancel{-2x} + 2y = 2 \end{cases}$$

$$-y = 7$$

$$\boxed{y = -7}$$

$$-x + y = 1 \xrightarrow{y = -7} -x - 7 = 1$$

$$-x = 7 + 1$$

$$\boxed{x = -8}$$

$$\begin{bmatrix} -8 \\ -7 \end{bmatrix}$$

③ روش جایگزینی

کام ۱: در این از معادله های یک مجهول را بر حسب مجهول دیگری بنویسیم.

کام ۲: آن را در معادله دوم قرار دهیم و به این ترتیب معادله دوم، یک مجهول می شود. آن را حل کرده

معادله مجهول را به دست می آوریم.

کام ۳: مقدار به دست آمده را در معادله یک جایگزین می کنیم و معادله را به دست می آوریم.

(معمولاً در معادله اول به دست آوریم قرار دهیم)

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x - 2y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \textcircled{1} y = 1 - 2x \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow y = 1 - 2(2) = 1 - 4 \Rightarrow \boxed{y = -3}$$

$$3x - 2y = 12 \xrightarrow{\textcircled{1}} 3x - 2(1 - 2x) = 12$$

$$3x - 2 + 4x = 12$$

$$7x = 14$$

$$\boxed{x = 2}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

مثال: دستگاه معادلات خطی زیر را به روش جابجایی حل کنید.

$$\begin{cases} x + 2y = 9 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{①}} \boxed{x = -2y + 9} \xrightarrow{y=2} x = -2(2) + 9 \Rightarrow \boxed{x = 5}$$

$$\xrightarrow{\text{②}} 2(-2y + 9) - 3y = 4$$

$$-4y + 18 - 3y = 4$$

$$-7y = -14$$

$$\boxed{y = 2}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ 2x + 3y = -4 \end{cases} \xrightarrow{\text{①}} \boxed{y = \frac{-1 - 3x}{2}} \xrightarrow{x=1} y = \frac{-1 - 3(1)}{2} = \frac{-1 - 3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$\xrightarrow{\text{②}} 2x + 3\left(\frac{-1 - 3x}{2}\right) = -4$$

$$2x + \frac{-3 - 9x}{2} = -4$$

$$\frac{4x - 3 - 9x}{2} = -4 \Rightarrow -5x - 3 = -8$$

$$-5x = -8 + 3$$

$$-5x = -5$$

$$\boxed{x = 1}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

مثال: معادله خطی را بنویسید که از نقطه تقاطع دو خط $x - y = 8$ و $\frac{x}{5} = \frac{y}{3}$ بگذرد و موازی خط $2y = 3x - 1$ باشد.

$$3x = 5y \Rightarrow 3x - 5y = 0$$

$$\begin{cases} \frac{x}{5} = \frac{y}{3} \\ x - y = 8 \end{cases} \xrightarrow{(-3) \times} \begin{cases} 3x - 5y = 0 \\ x - y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 5y = 0 \\ -3x + 3y = -24 \end{cases}$$

$$\underline{-2y = -24}$$

$$\boxed{y = 12}$$

$$x - y = 1 \xrightarrow{y=12} x - 12 = 1 \Rightarrow \boxed{x = 13}$$

$$\begin{bmatrix} 13 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$$y = \frac{3}{4}x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 13 \\ 12 \end{bmatrix}} 12 = \frac{3}{4}(13) + b$$

$$12 = 3.75 + b$$

$$b = 12 - 3.75 = 8.25$$

$$y = \frac{3}{4}x + 8.25$$