

1- در هر یک از شکل های زیر ABCD مربع است، اندازه های x و y را بدست آورید: $BC = CD$, $CB = CE$ $\rightarrow ED = CE \Rightarrow D = E_1$

$\triangle BCE$ متساوی الساقین
 $C_1 = 90^\circ$
 $\hat{C} = 90 + 90 = 180^\circ$
 $D_1 + C + E_1 = 180^\circ$
 $\angle E_1 + \dots = 180^\circ \Rightarrow E_1 = 160^\circ$
 $E_1 = 160^\circ \Rightarrow y = 161^\circ$, $F_1 + C_1 + E_1 = 180^\circ \Rightarrow y = 90 + 150 = 180 \Rightarrow y = 100^\circ$

$180 - 30 = 150 \div 2 = 75$
 $x = 360 - (75 + 75 + 90)$
 $x = 240 - 210$
 $x = 150$

2- در مثل مقابل اندازه ی زاویه ی \hat{A} را بدست آورید:

$NF = BF \rightarrow \hat{N} = \hat{B} = x$, $EM = EC \rightarrow \hat{M} = \hat{C} = y$
 $\triangle EMC: E_1 + M + C = 180^\circ \rightarrow E_1 + y + y = 180^\circ \rightarrow E_1 = 180 - 2y$
 $\triangle BNF: B + N + F_1 = 180^\circ \rightarrow F_1 + x + x = 180^\circ \rightarrow F_1 = 180 - 2x$
 $\triangle DEF: \hat{D} + E_1 + F_1 = 180^\circ \rightarrow 120 + (180 - 2y) + (180 - 2x) = 180 \Rightarrow$
 $480 - 2x - 2y = 60 \Rightarrow 2x + 2y = 420 \Rightarrow x + y = 210 \Rightarrow \hat{A} = 30^\circ$

3- دو مثلث مقابل متساوی الساقین و هم جهت اند.

الف) مقدار x را بدست آورید:
 $5x - 2 = 2x + 2$
 $3x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$
 ب) اگر محیط مثلث ABC برابر 17 باشد اندازه ی ضلع NP را بدست آورید.
 $AB + AC + BC = 17$
 $V + V + BC = 17 \Rightarrow BC = 17 - 2V = 17 - 2(\frac{4}{3}) = 17 - \frac{8}{3} = \frac{43}{3}$

4- ثابت کنید مجموع زاویه های خارجی هر مثلث 360° است.

$A_1 + B_1 + C_1 = 180^\circ$
 $\frac{A_1 + A_2}{180} + \frac{B_1 + B_2}{180} + \frac{C_1 + C_2}{180} = 360$
 $A_1 + B_1 + C_1 + A_2 + B_2 + C_2 = 540 \Rightarrow A_2 + B_2 + C_2 = 540 - 180 = 360^\circ$

5- نقاط M, N, P, Q در وسط های ضلع های مستطیل ABCD هستند.

ثابت کنید MNPQ لوزی است.
 الف) $MB = PC$ (مرفض)
 ب) $\hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$ (مرفض)
 ج) $BN = NC$ (مرفض)
 $\triangle MBN \cong \triangle PCN$
 $MN = NP$ (مرفض)
 حکم: $MN = NP$

6- \overline{DB} و \overline{DC} بیسازهای زاویه های \hat{B} و \hat{C} هستند.

$B_1 = B_2$, $C_1 = C_2$
 $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$
 $\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - \hat{A} \Rightarrow \frac{B}{y} + \frac{C}{y} = \frac{180 - A}{y}$
 $B + C = 180 - A$
 ثابت کنید $\hat{D} = 90 + \frac{\hat{A}}{2}$

7- در مستطیل ABCD با خط های AE و AF طوری رسم کنید که دو زاویه ی A_1 و B_1 برابر اند.

ثابت کنید $AE = AF$
 $A_1 = B_1$
 $A_1 + A_2 = B_1 + B_2 \Rightarrow A_2 = B_2$
 $\hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$
 $AD = BC$ (مرفض)
 $\triangle ADF \cong \triangle BCE$
 $AE = AF$ (مرفض)

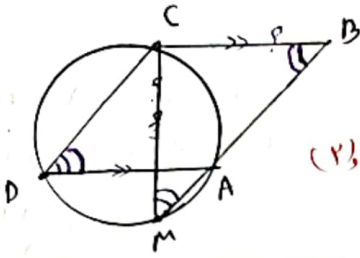
۸- در مثل معادل ثابت کنید $CM = CB$ (متوازی الاضلاع است)

$\hat{D} = \frac{\widehat{AC}}{2}$, $\hat{M} = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow \hat{D} = \hat{M}$ (۱)

متوازی الاضلاع است

$\hat{B} = \hat{D}$ (۲)

$(۱), (۲) \Rightarrow \hat{B} = \hat{M} \xrightarrow{\Delta MCB} MC = CB$
متوازی الاضلاع



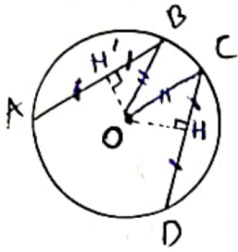
۹- ثابت کنید مرکز دایره از دو قطر مساوی به یک فاصله است؟
نکته: از مرکز هر دایره بر هر وتر دو دایره عمود رسم کنیم و ترانزیت می‌کنیم

$AB = CD \Rightarrow CH = BH'$

$AB = CD \rightarrow CH = BH'$ فرض

$\left. \begin{array}{l} \text{ض } OB = OC \text{ (شعاع دایره)} \\ \text{ض } CH = BH' \text{ (فرض)} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta OMC \cong \Delta OH'B$
ض $OH = OH'$ (مساوی اضلاع)

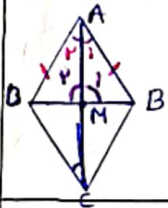
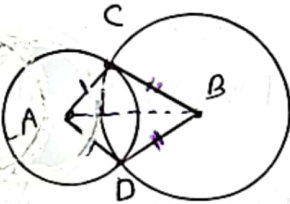
$OH = OH'$ حکم



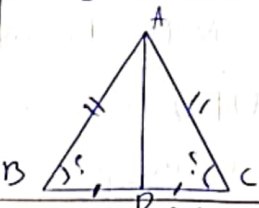
۱۰- دو دایره به مرکزهای A و B یکدیگر را در C و D قطع کردند. ثابت کنید $\hat{A}CB = \hat{A}DB$

$\left. \begin{array}{l} \text{ض } AC = AD \text{ (شعاع دایره)} \\ \text{ض } CB = BD \text{ (شعاع دایره)} \\ \text{ض } AB = AB \text{ (معموم)} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ACB \cong \Delta ADB$

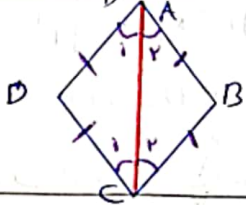
$CB = BD, AC = AD$ فرض
 $\Delta ACB \cong \Delta ADB$ حکم



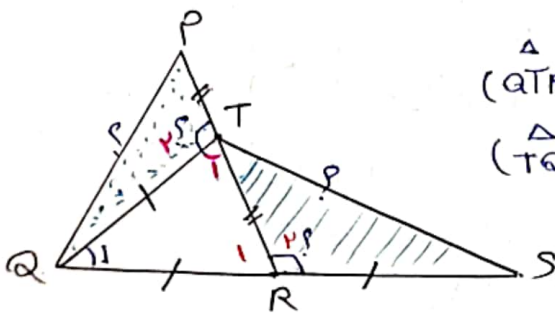
۱۱- ثابت کنید در هر لوزی قطر خارج رسم عمود اند و همدیگر را نصف می‌کنند؟
نکته: لوزی ابیات عمود بر یکدیگر است
فرض کردن دو قطر:
 $\left. \begin{array}{l} \text{ض } AD = AB \text{ (فرض)} \\ \text{ض } AM = AM \text{ (معموم)} \\ \text{ض } \angle A_1 = \angle A_2 \text{ (شعاع دایره)} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta AMD \cong \Delta AMB$
 $\hat{M}_1 = \hat{M}_2 \Rightarrow M_1 + M_2 = 180^\circ$



۱۲- ثابت کنید در هر مثلث متساوی الساقین، زاویه‌های مجاور به قاعده با هم برابر اند.
فرض $AB = AC$
 $\left. \begin{array}{l} \text{ض } BD = DC \text{ (فرض)} \\ \text{ض } AD = AD \text{ (معموم)} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABD \cong \Delta ADC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}$
شعاع دایره $AB = AC$
شعاع دایره $BD = DC$
شعاع دایره $AD = AD$
شعاع دایره $\hat{B} = \hat{C}$
شعاع دایره $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$
شعاع دایره $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$
شعاع دایره $M_1 + M_2 = 180^\circ$



۱۳- ثابت کنید در هر لوزی قطر همدیگر را نصف می‌کنند.
فرض شکل لوزی است
 $\left. \begin{array}{l} \text{ض } AB = AD \text{ (فرض)} \\ \text{ض } BC = CD \text{ (فرض)} \\ \text{ض } AC = AC \text{ (معموم)} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta ADC$
 $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$
 $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$
شکل لوزی است
 $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$
 $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$ حکم



۱۴- در مثل زیر ثابت کنید $PQ = TS$, $\hat{P}TQ = \hat{T}RS$

$\left. \begin{array}{l} \hat{R}_2 = \hat{Q}_1 + \hat{T}_1 \\ \hat{T}_2 = \hat{Q}_1 + \hat{R}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{R}_2 = \hat{T}_2$
 $\hat{R}_1 = \hat{T}_1$
 $\hat{P}TQ = \hat{T}RS$

$QT = QR \Rightarrow \hat{T}_1 = \hat{R}_1$
متساوی الساقین

فرض $PQ = TS$
 $\left. \begin{array}{l} \text{ض } RT = TP \text{ (فرض)} \\ \hat{R}_2 = \hat{T}_2 \text{ (ثبت اول)} \\ \text{ض } RS = TQ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta PTQ \cong \Delta TRS$
ض $PQ = TS$ حکم

۱- دو مثلث $\triangle ABD$ و $\triangle BCD$:

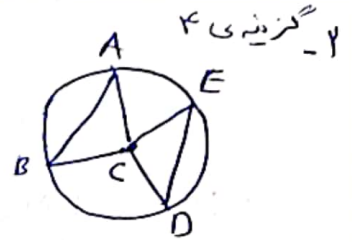
$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ \\ \hat{C}_1 = \hat{B}_1 \\ BD = BD \text{ (من مشترک)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle BCD$$

$$\hat{ABE} = \frac{\widehat{AE}}{\rho} \text{ و } \hat{ADE} = \frac{\widehat{AE}}{\rho} \Rightarrow \hat{ABE} = \hat{ADE}$$

زاویه های عمادی روی یک کمان های برابر

$$\hat{BCA} = \hat{DCE} \text{ (متقابل به راست)}$$

$$\hat{BAD} = \frac{\widehat{BD}}{\rho} \text{ و } \hat{BED} = \frac{\widehat{BD}}{\rho} \Rightarrow \hat{BAD} = \hat{BED}$$



توضیحات

زاویه های دو مثلث $\triangle ACB$ و $\triangle EDC$ برابرند؛ برای هر کدام از دو ضلع این مثلث با هم منفرجه بیانات هم نهیستند این دو مثلث با هم منفرجه ی دو زاویه ی برابر و ضلع بین خواص درستی؛ دقت کنید $\hat{BCD} = \hat{ACE}$ اطلاعاتی به شکل امانت نمیکنند چون می دانیم زاویه های متقابل به راستی برابر اند

۲- گزینه ۲

$$\hat{A} = \hat{E} = 60^\circ \quad A_2 = 180 - 60 = 120$$

$$\hat{C} = \hat{F} = 55^\circ \Rightarrow A_2 + D_2 = 120 + 115 = 235$$

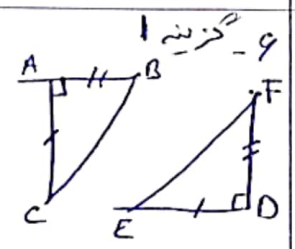
$$\hat{B} = \hat{D} = 65^\circ \Rightarrow D_2 = 180 - 65 = 115$$

۳- (در شکل زاویه ی $\hat{B} = \hat{A} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$ است)

$$\left. \begin{array}{l} OC = OB \text{ (شعاع دایره ک)} \\ OA = OD \text{ (شعاع دایره ب)} \\ \hat{COD} = \hat{BOA} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow$$

گزینه ۲

$$\left. \begin{array}{l} AB = DE \\ AC = DF \\ A = D = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow$$



۴- گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} BC^2 = AC^2 + AB^2 \\ EF^2 = DE^2 + DF^2 \end{array} \right\} \Rightarrow AC = DF \Rightarrow BC^2 = EF^2 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} AC = DF \\ AB = DE \\ BC = EF \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$AB = AD$$

$$F = E = 90$$

$$B = D \text{ (مقابلها با هم برابرند)}$$

و زاویه‌ها
 \implies

۷- گزینه ۱

۸- گزینه ۲

$$ADN \cong BMC$$

$$ABN \cong DMC$$

$$ABD \cong BCD$$

۹- گزینه ۳

$$\hat{A} = \hat{C}$$

$$AB = BC$$

$$AE = FC$$

فرض

$$\implies ADE \cong BCF$$

-۱۰