

حل دستگاه به روش حذفی

به روشی که در آن یکی از مجهول‌ها را حذف می‌کنیم، حل دستگاه به روش حذفی گفته می‌شود.

با جمع دو معادله یکی از مجهولات را حذف می‌کنیم و با این کار دو معادله به یک معادله با یک مجهول تبدیل می‌شود و با حل آن و به دست آوردن یک مجهول، مجهول دیگر را با جاگذاری کردن متغیر به دست آمده، محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 12 \end{cases}$$

$$x + 2x = 3 + 12 \rightarrow 3x = 15 \rightarrow x = 5$$

$$x + y = 3 \rightarrow 5 + y = 3 \rightarrow y = 3 - 5 \rightarrow y = -2 \quad \rightarrow \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$$

تذکره: گاهی لازم است که یک یا هر دو معادله را در عددی ضرب کنیم تا ضرایب یکی از مجهول‌ها قرینه شود.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \rightarrow (3x - 2y = 5) \times 2 \rightarrow 6x - 4y = 10 \\ 2x - 5y = -4 \rightarrow (2x - 5y = -4) \times (-3) \rightarrow -6x + 15y = 12 \end{cases}$$

$$-4y + 15y = 22 \rightarrow 11y = 22 \rightarrow y = 2$$

$$3x - 2y = 5 \rightarrow 3x - 4 = 5 \rightarrow 3x = 4 + 5 \rightarrow 3x = 9 \rightarrow x = 3$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

مثال ۱: معادلات زیر را به روش حذفی حل کنید.

$$1) \begin{cases} y - 2x = -6 \\ 2x + 4y = -14 \end{cases}$$

$$\rightarrow y + 4y = -6 + (-14) \rightarrow 5y = -20 \rightarrow y = -4$$

$$y - 2x = -6 \rightarrow -4 - 2x = -6 \rightarrow -2x = -6 + 4 \rightarrow -2x = -2 \rightarrow x = 1$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$2) \begin{cases} 5x + y = 9 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \rightarrow 5x + y = 9 \rightarrow (5x + y = 9) \times (-3) \rightarrow -15x - 3y = -27$$

$$2x + 3y = 1$$

$$-15x - 3y = -27$$

$$2x + 3y = 1$$

$$\begin{aligned} -15x + 2x &= -27 + 1 \rightarrow -13x = -26 \\ &\rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 1 \rightarrow 2 \times 2 + 3y = 1 \rightarrow 4 + 3y = 1 \rightarrow 3y \\ &= -4 + 1 \rightarrow 3y = -3 \rightarrow y = -1 \end{aligned}$$

$$۳) \begin{cases} ۲(x - ۳y) + ۳y = ۱۲ \\ ۴y = ۲x - ۱۴ \end{cases}$$

$$۴) \begin{cases} \frac{x}{۲} = \frac{y+۳}{۴} \\ \frac{x-y}{۲} = \frac{y+۲x}{۷} \end{cases}$$

حل دستگاه به روش جای‌گزینی:

در این روش ابتدا با استفاده از یکی از معادلات متغیری را بر حسب متغیر دیگر به دست می‌آوریم و سپس در معادله دیگر به جای متغیر به دست آمده جا گذاری می‌کنیم.

$$\begin{cases} ۳x + y = ۱۲ \\ y - ۴x = -۲ \rightarrow y = ۴x - ۲ \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} ۳x + ۴x - ۲ &= ۱۲ \rightarrow ۷x = ۲ + ۱۲ \rightarrow ۷x = ۱۴ \\ \rightarrow x &= \frac{۱۴}{۷} = ۲ \end{aligned}$$

$$y = ۴x - ۲ \rightarrow y = ۴ \times ۲ - ۲ = ۸ - ۲ = ۶$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} ۲ \\ ۶ \end{bmatrix}$$

مثال ۲: هریک از دستگاه‌های زیر را به روش جای‌گزینی حل کنید.

$$۱) \begin{cases} ۴x - ۷y = ۵ \\ ۱۰x + ۵y = ۳۵ \end{cases}$$

$$۱۰x + ۵y = ۳۵ \rightarrow ۲x + y = ۷ \rightarrow y = ۷ - ۲x$$

$$۴x - ۷(۷ - ۲x) = ۵ \rightarrow ۴x - ۴۹ + ۱۴x = ۵ \rightarrow ۱۸x = ۴۹ + ۵ \rightarrow ۱۸x = ۵۴ \rightarrow x = ۳$$

$$y = ۷ - ۲ \times ۳ = ۷ - ۶ = ۱ \rightarrow y = ۱ \rightarrow \begin{bmatrix} ۳ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

$$۲) \begin{cases} \frac{x}{3} + 3y = 18 \\ y - \frac{2}{9}x = 0 \end{cases}$$

مثال ۳: مقدار x و y را در تساوی زیر به دست آورید.

$$\begin{cases} 2^{2x+y} = 32 \\ 2^{2x-y} = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^{2x+y} = 32 \rightarrow 2^{2x+y} = 2^5 \rightarrow 2x + y = 5 \\ 2^{2x-y} = 8 \rightarrow 2^{2x-y} = 2^3 \rightarrow 2x - y = 3 \end{cases}$$

$$\rightarrow 4x = 8 \rightarrow x = 2$$

$$2x + y = 5 \rightarrow 2 \times 2 + y = 5 \rightarrow y = 5 - 4 = 1 \rightarrow y = 1$$

مثال ۴: طول یک مستطیل از ۴ برابر عرض آن ۵ واحد کمتر است. اگر محیط مستطیل ۳۰ واحد باشد، مساحت آن را بیابید.

$$x = 4y - 5$$

$$2 \times (x + y) = 30 \rightarrow 2x + 2y = 30 \rightarrow 2(4y - 5) + 2y = 30 \rightarrow 8y - 10 + 2y = 30$$

$$\rightarrow 10y = 40 \rightarrow y = 4$$

$$x = 4y - 5 \rightarrow x = 4 \times 4 - 5 = 16 - 5 = 11 \rightarrow x = 11$$

$$S = 11 \times 4 = 44$$

مثال ۵: در یک پارکینگ ۱۵ دوچرخه و اتومبیل پارک شده است. اگر مجموع چرخها ۴۶ عدد باشد، تعداد اتومبیلها و دوچرخهها را بیابید.

$$x + y = 15$$

$$2x + 4y = 46$$

$$x + y = 15 \rightarrow (x + y = 15) \times (-2) \rightarrow -2x - 2y = -30$$

$$2x + 4y = 46$$

$$\rightarrow 4y - 2y = -30 + 46 \rightarrow 2y = 16 \rightarrow y = 8$$

$$\rightarrow x = 15 - 8 = 7$$

مثال ۶: معادله خطی بنویسید که از محل برخورد خطهای $y + x = 5$ و $2x - y = 1$ بگذرد و با خط $3x + y - 1 = 0$ موازی باشد.

$$3x + y - 1 = 0 \rightarrow 3x + y = 1 \rightarrow \text{شیب} = \frac{-3}{1} = -3$$

$$y + x = 5$$

$$2x - y = 1$$

$$\rightarrow x + 2x = 1 + 5 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = 2$$

$$\rightarrow y + x = 5 \rightarrow y + 2 = 5 \rightarrow y = 5 - 2 = 3 \rightarrow y = 3$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow y = ax + b \rightarrow y = -3x + b \rightarrow 3 = -3 \times 2 + b \rightarrow 3 = -6 + b \rightarrow 3 + 6 = b \rightarrow b = 9$$

$$\rightarrow y = -3x + 9$$