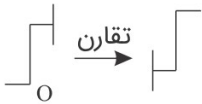


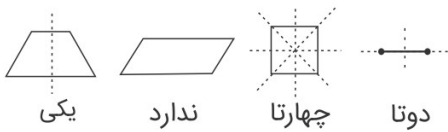
گزینه ۴

۱



گزینه ۴

۲



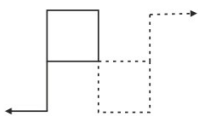
گزینه ۲

۳

شکل‌های "الف" و "پ" چندضلعی می‌باشند.

گزینه ۲

۴



گزینه ۱

۵

دوزنقه متساوی‌الساقین محور تقارن دارد ولی مرکز تقارن ندارد.

گزینه ۲

۶

متوازی‌الاضلاع مرکز تقارن دارد ولی محور تقارن ندارد.

گزینه ۲

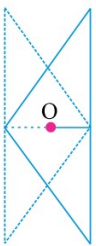
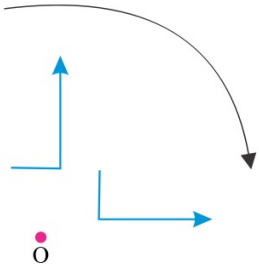
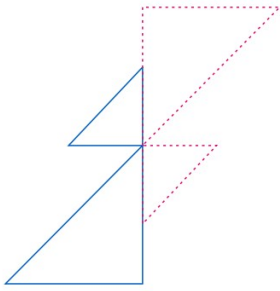
۷

باتوجه به اشکال داده‌شده، گزینه ۲ صحیح است.

گزینه ۲

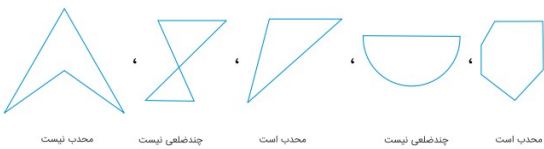
۸

نادرست است؛ زیرا دوزنقه متساوی‌الساقین یک محور تقارن دارد ولی مرکز تقارن ندارد.

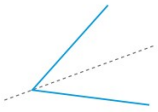


در چندضلعی محدب همهٔ زاویه‌ها کمتر از 180° درجه است.

پس دو شکل محدب داریم.



الف) غلط است زیرا متوازی‌الاضلاع خط تقارن ندارد ولی مرکز تقارن دارد.
 ب) غلط است زیرا این جمله فقط برای چندضلعی‌های منتظم صحیح است.
 ج) صحیح است.



چندضلعی‌های منتظم به تعداد اضلاع، محور تقارن دارند و چون اضلاع فرد می‌باشد، مرکز تقارن ندارد. متوازی‌الاضلاع نیز مرکز تقارن دارد.

فقط گزینه "۲" نادرست است. به‌طورمثال در مثلث متساوی‌الاضلاع سه خط تقارن داریم که در یک نقطه برخورد می‌کنند، ولی مثلث مرکز تقارن ندارد.

شکل (۱): محدب
 شکل‌های (۲) و (۳): چندضلعی نیستند.
 شکل (۴): محدب
 شکل (۵): مقعر
 پس فقط یک شکل چندضلعی مقعر است.

چندضلعی‌های منتظم با تعداد ضلع فرد، مرکز تقارن ندارند و دوزنقه هم همین‌طور؛ پس گزینه "۲" صحیح است.

هر یک از عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

مورد الف: نادرست - چون متوازی‌الاضلاع مرکز تقارن دارد ولی محور تقارن ندارد.

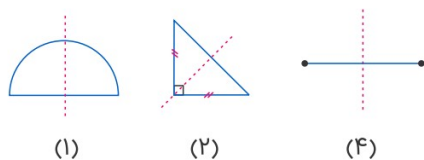
مورد ب: نادرست - مستطیل ۲ تا محور تقارن دارد.

مورد پ: درست - دوزنقه متساوی‌الساقین مرکز تقارن ندارد ولی یک محور تقارن دارد.

مورد ت: نادرست - ربع دایره مرکز تقارن ندارد و فقط یک محور تقارن دارد.

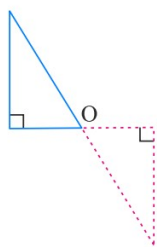
در این صورت فقط یک عبارت درست است.

متوازی‌الاضلاع، مربع و مستطیل مرکز تقارن دارند. مثلث متساوی‌الاضلاع مرکز تقارن ندارد ولی ۳ تا محور تقارن دارد.



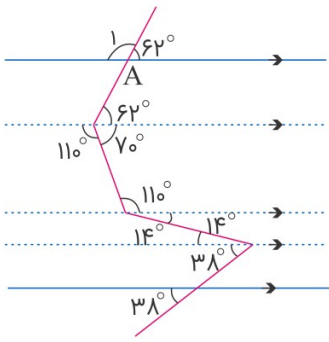
پنج ضلعی منتظم دارای ۵ خط تقارن است ولی مرکز تقارن ندارد.

پس قرینه نسبت به نقطه O، شکل گزینه "۳" است.



هیچ مثلثی مرکز تقارن ندارد. چندضلعی‌های با تعداد اضلاع فرد، مرکز تقارن ندارند. پس فقط لوزی و متوازی‌الاضلاع مرکز تقارن دارند.

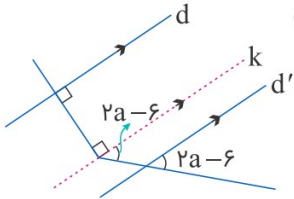
$$\hat{A}_1 = 180 - 62 = 118$$



گزینه ۱

۲۶

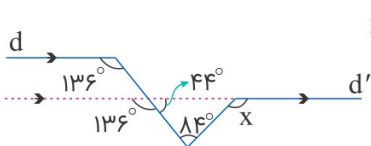
چون دارای یک شکستگی است، خط k را موازی با خطوط d ، d' رسم می‌کنیم، در نتیجه:



$$90 + 2a - 6 = 134 \Rightarrow 2a + 14 = 134 \Rightarrow 2a = 120 \Rightarrow a = 60$$

گزینه ۴

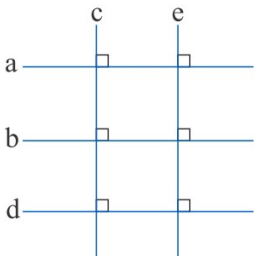
۲۷



$$\hat{x} = 44 + 14 = 58$$

گزینه ۳

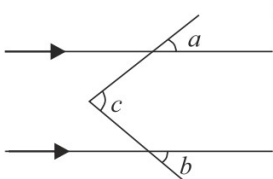
۲۸



$b \parallel c \times$, $d \parallel e \times$
 $a \parallel d \checkmark$, $e \perp c \times$

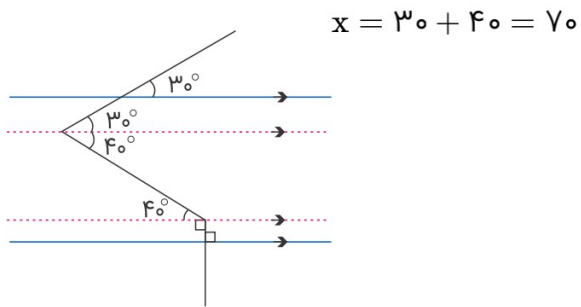
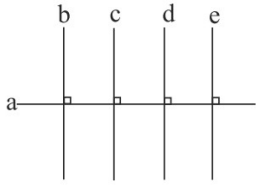
گزینه ۲

۲۹

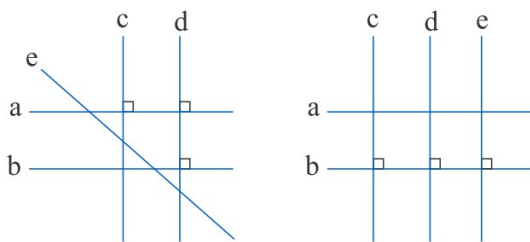


$$2x - 30 = x + 10 + 2x - 20 \Rightarrow 2x - 30 = 3x - 10 \Rightarrow x = 20$$

باتوجه به شکل $a \perp e$ درست می‌باشد.



خط e چون با a موازی نیست پس خط a را قطع می‌کند ولی لزوماً عمود هم نیست. d می‌تواند با e موازی باشد ولی همواره این‌گونه نیست ولی c هیچ‌گاه بر e عمود نیست. پس گزینه ۲ صحیح است.

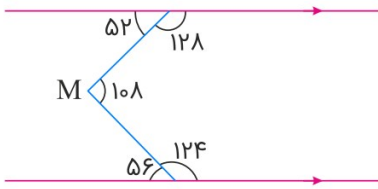


باید به دنبال زاویه‌های برابر یا مکمل باشیم که ۱۵۰ و ۳۰ درجه مکمل هم هستند، پس خطوط c و e باهم موازی‌اند.

$$۱۸۰ - ۱۲۸ = ۵۲$$

$$۱۸۰ - ۱۲۴ = ۵۶$$

$$\hat{M} = ۵۲ + ۵۶ = ۱۰۸$$



گزینه ۱

۳۵

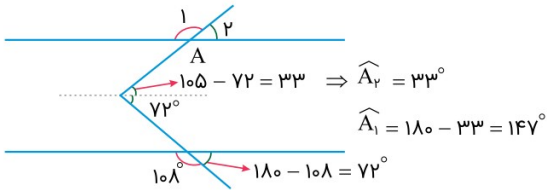
این دو زاویه مکمل هم هستند.

$$3x - 5 + 2x + 50 = 180$$

$$\Rightarrow 5x + 45 = 180 \Rightarrow 5x = 135 \Rightarrow x = 27$$

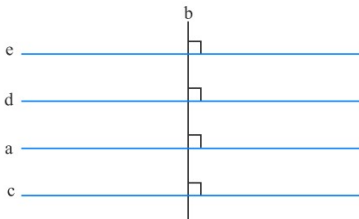
گزینه ۱

۳۶



گزینه ۲

۳۷



گزینه ۲

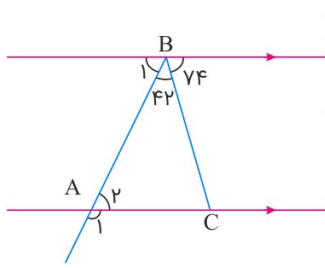
۳۸

زاویه‌های متقابل به رأس برابرند.

$$184 - 4x = 5x + 4 \Rightarrow 9x = 180 \Rightarrow x = 20$$

$$\text{زاویه باز: } 5x + 4 \Rightarrow 5 \times 20 + 4 = 104$$

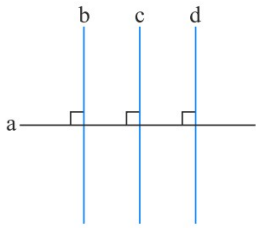
$$y = 180 - 104 = 76$$



$$\widehat{B}_1 = 180 - (72 + 74) = 180 - 146 = 34$$

$$\widehat{A}_2 = 34 \Rightarrow \widehat{A}_1 = 180 - 34 = 146^\circ$$

بر اساس شکل متوجه می‌شویم که b بر d عمود نیست.



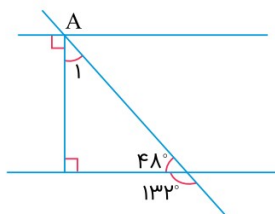
پس گزینه "۳" نادرست است.

$$2x + 10 = x + 40 \Rightarrow x = 30$$

$$2x + 10 \xrightarrow{x=30} 70$$

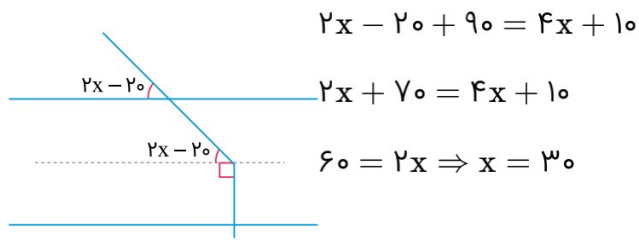
چون زاویه تند 70 درجه است، پس زاویه باز 110 درجه است.

$$5y + 25 = 110 \Rightarrow 5y = 85 \Rightarrow y = 17$$

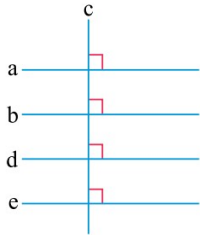


$$180 - 132 = 48^\circ$$

$$\widehat{A}_1 = 180 - (90 + 48) = 42^\circ$$



از رسم استفاده می‌کنیم:

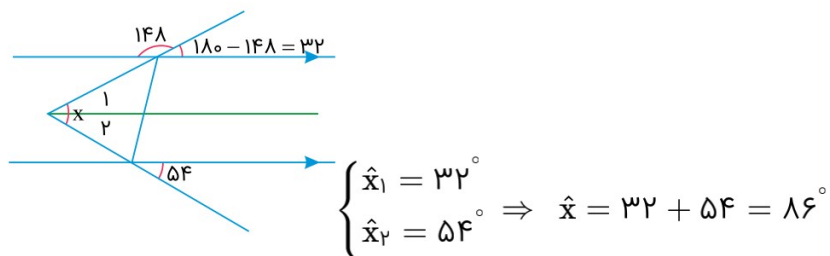


براساس شکل مشخص است که a و e باهم موازی‌اند.

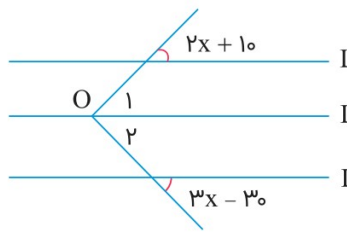
این دو زاویه مکمل هم باشند:

$$3x + 18 + 2x - 3 = 180 \Rightarrow 5x + 15 = 180 \Rightarrow 5x = 165 \Rightarrow x = 33$$

$$2x - 20 \Rightarrow 2(33) - 20 = 66 - 20 = 46$$



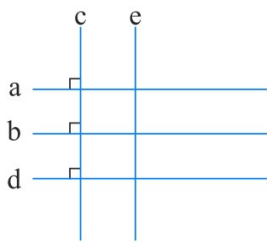
خط L_3 را موازی با L_1 و L_2 رسم می‌کنیم. بر طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:



$$\begin{cases} \hat{O}_1 = 2x + 10^\circ \\ \hat{O}_2 = 3x - 30^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 2x + 10 + 3x - 30$$

$$\Rightarrow 3x + 20 = 5x - 20 \Rightarrow 2x = 40 \Rightarrow x = 20$$

$$2x + 10 \xrightarrow{x=20} 2(20) + 10 = 50 \Rightarrow \hat{A}_1 = 180 - 50 = 130^\circ$$

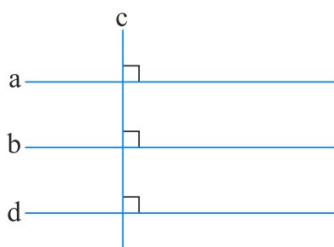


$$4x - 40 = 2x + 30 \Rightarrow 2x = 70 \Rightarrow x = 35$$

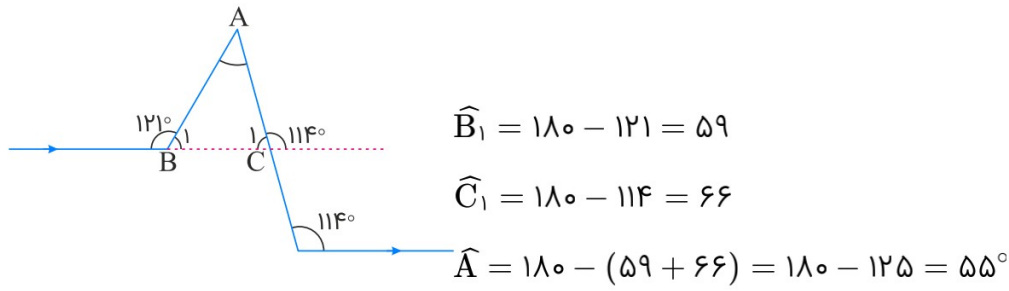
$$4x - 40 \xrightarrow{x=35} 4(35) - 40 = 100$$

$$\hat{B}_1 = 180 - 100 = 80$$

با اطلاعات داده شده، شکلی رسم می‌کنیم:



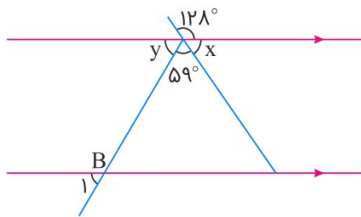
بر اساس شکل $b \perp d$ نیست.



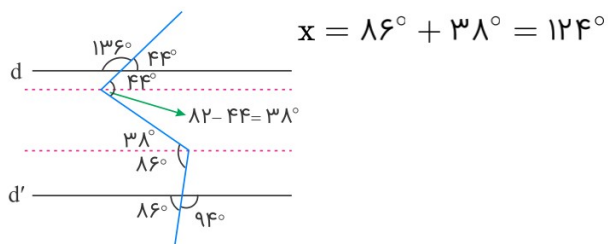
$$\hat{x} = 180 - 128 = 52^\circ$$

$$\hat{y} = 180 - (52 + 59) = 180 - 111 = 69^\circ$$

$$\hat{y} = \hat{B}_1 \Rightarrow \hat{B}_1 = 69^\circ$$



دو خط موازی با d و d' رسم می‌کنیم.

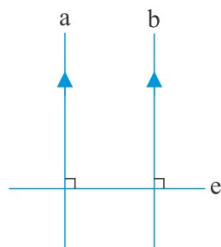


زاویه‌های داده شده، مکمل هم هستند.

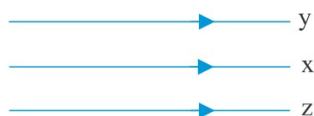
$$2x - 18 + 2x + 24 = 180 \Rightarrow 4x = 180 - 6 \Rightarrow x = 29$$

وقتی دو خط با یک خط زاویه ۹۰ درجه می‌سازند یعنی آن دو خط بر آن خط عمودند و می‌دانیم دو خط عمود بر یک خط خودشان باهم موازی‌اند.

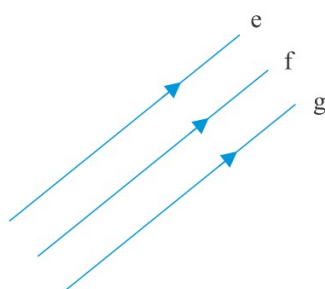
$$\left. \begin{array}{l} a \perp e \\ b \perp e \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$$



می‌توان دو خط موازی یک خط با یک فاصله مشخص در طرفین خط موردنظر رسم کرد. دو خط y و z با خط x موازی‌اند و فاصله هر دوی آنها تا خط x باهم برابرند.

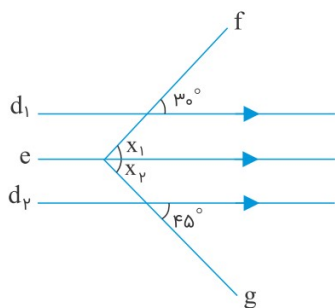


دو خط e و g به فاصله‌های برابر با خط f موازی‌اند.



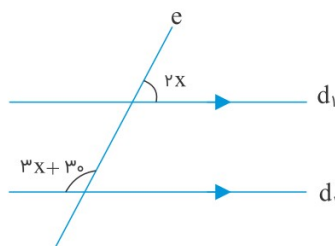
از رأس زاویه x خطی به موازات هر دو خط رسم می‌کنیم و آن را e می‌نامیم.

$$\begin{cases} d_1 \parallel e, \text{ مورب } f \Rightarrow x_1 = 30^\circ \\ d_2 \parallel e, \text{ مورب } g \Rightarrow x_2 = 45^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{x} = \hat{x}_1 + \hat{x}_2 \\ \hat{x} = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ \end{cases}$$



گزینه ۲

۵۸

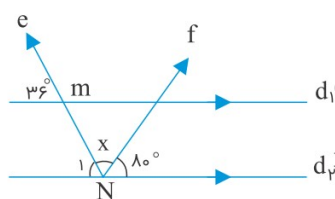


$$d_1 \parallel d_2 \Rightarrow 2x + 3x + 30 = 180 \Rightarrow 5x + 30 = 180 \Rightarrow 5x = 180 - 30$$

$$\Rightarrow 5x = 150 \Rightarrow x = 30 \Rightarrow 2x = 2 \times 30 = 60$$

گزینه ۱

۵۹



$$d_1 \parallel d_2, \text{ مورب } Ne \Rightarrow m = N_1 = 36^\circ$$

$$d_2 \parallel d_1 \Rightarrow \underbrace{180 - (36^\circ + 10^\circ)}_{116^\circ} = 64^\circ$$

گزینه ۴

۶۰

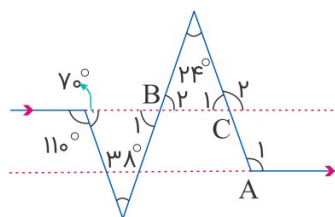
زاویه‌های $3x - 12$ و $x + 64$ برابرند.

$$3x - 12 = x + 64 \Rightarrow 2x = 76 \Rightarrow x = 38$$

$$\text{زاویه باز: } x + 64 = 38 + 64 = 102 \Rightarrow a = 180 - 102 = 78$$

گزینه ۴

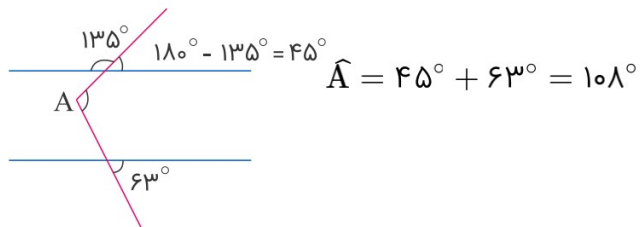
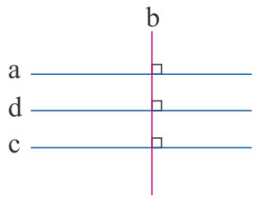
۶۱



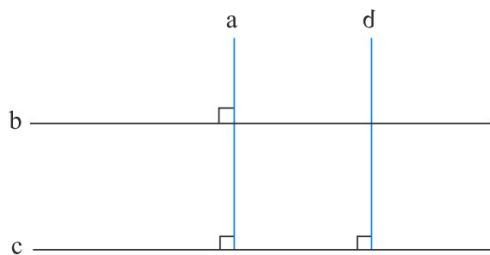
$$\hat{B}_1 = 180 - (38 + 70) = 72 \Rightarrow \hat{B}_2 = 72$$

$$\hat{C}_1 = 180 - (72 + 24) = 84 \Rightarrow \hat{C}_2 = 180 - 84 = 96 \Rightarrow \hat{A}_1 = 96$$

بر اساس شکل $a \parallel c$ صحیح است.



بر اساس شکل رسم شده، $a \parallel c$ نادرست است.



گزینه ۳

۱

زاویه‌های مجاور مکمل هستند.

$$3x - 16 + x + 12 = 180 \Rightarrow 4x = 184 \Rightarrow x = 46$$

$$3a - 4 = 2a + 1 \Rightarrow a = 5$$

$$x - a = 46 - 5 = 41$$

گزینه ۳

۲

برای تمام دوزنقه‌ها برقرار نیست.

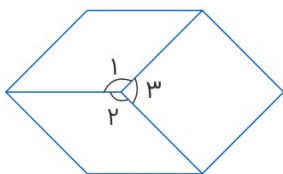
گزینه ۳

۳

در دوزنقه متساوی الساقین قطرها باهم برابرند.

گزینه ۳

۴



$$\hat{G}_1 = 180 - 68 = 112^\circ$$

$$\hat{G}_2 = \hat{E} = 144^\circ$$

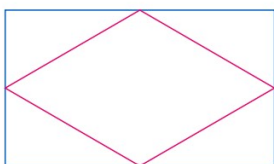
$$\hat{G}_3 = 360 - (144 + 112) = 104$$

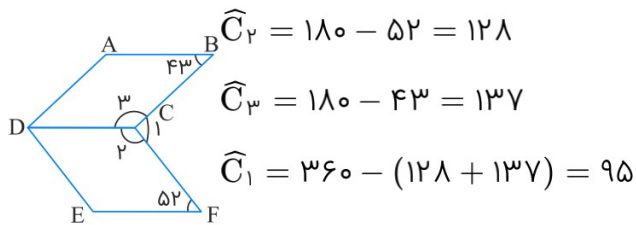
$$\hat{D} = 180 - 104 = 76$$

گزینه ۳

۵

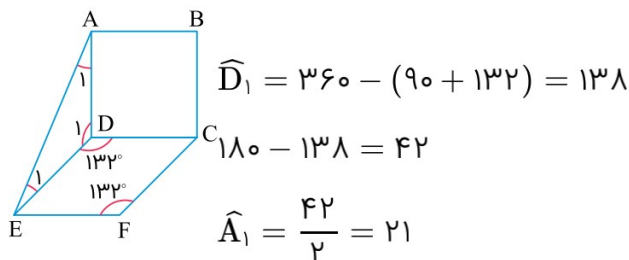
همیشه لوزی می‌شود.



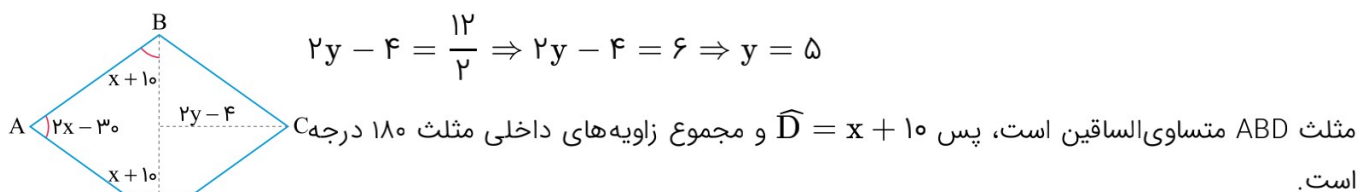


تغییر نمی‌کند و به ذوزنقه متساوی‌الساقین تبدیل می‌شود.

چون $AD = DC$ و $DE = DC$ پس $AD = DE$ و مثلث ADE متساوی‌الساقین است.



$2y - 4$ ، نصف قطر بزرگ است.



$$2x - 30 + x + 10 + x + 10 = 180 \Rightarrow 4x - 10 = 180$$

$$\Rightarrow 4x = 190 \Rightarrow x = 47/5$$

$$x - y = 47/5 - 5 = 42/5$$

وسط‌های هر نوع چهارضلعی را به هم وصل می‌کنیم، همواره متوازی‌الاضلاع تشکیل می‌شود.

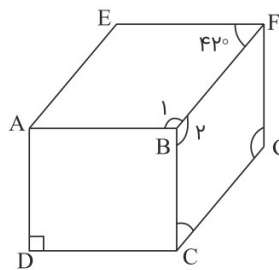
دو رابطه خواهیم داشت:

$$y - 1 = 5 \Rightarrow y = 6$$

$$3x - y = x + 3 \xrightarrow{y=6} 3x - 6 = x + 3 \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = 4/5$$

$$x - y = 4/5 - 6 = -1/5$$

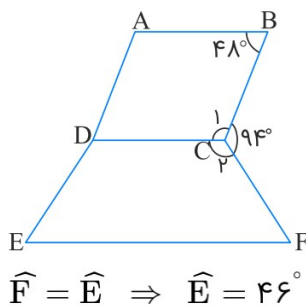
باتوجه به مکمل بودن زاویه‌های مجاور لوزی:



$$\hat{B}_1 = 180 - 42 = 138^\circ$$

$$\hat{B}_2 = 360 - (90 + 138) = 132^\circ \Rightarrow \hat{G} = 132^\circ$$

در متوازی‌الاضلاع و لوزی قطرها همیشه برابر نیستند. پس ۳ شکل این‌گونه است.

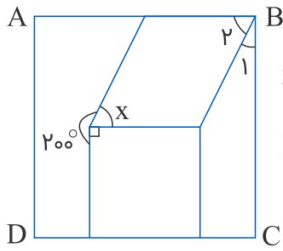


$$\hat{C}_1 = 180 - 48 = 132$$

$$\hat{C}_2 = 360 - (94 + 132) = 134^\circ$$

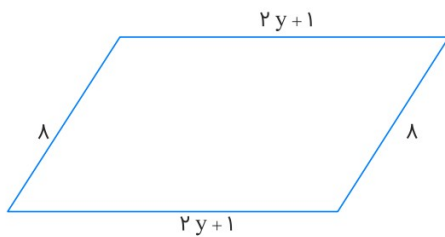
$$\hat{F} = 180 - 134 = 46^\circ$$

$$\hat{F} = \hat{E} \Rightarrow \hat{E} = 46^\circ$$



$$\hat{x} = 360 - (200 + 90) = 70^\circ$$

$$\hat{B}_1 = 70^\circ \Rightarrow B_1 = 90 - 70 = 20^\circ$$



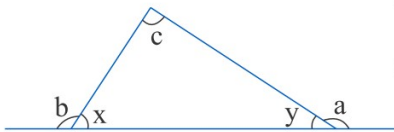
اضلاع مقابل برابرند : $3x - 1 = x + 5 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$

$$2y + 1 + 2y + 1 + \lambda + \lambda = 34$$

$$4y + 1\lambda = 34 \Rightarrow 4y = 16 \Rightarrow y = 4$$

زاویه‌های مجاور هم، مکمل‌اند.

$$2x - \lambda + 32 = 180 \Rightarrow 2x + 24 = 180 \Rightarrow 2x = 156 \Rightarrow x = 78$$



$$a = x + c, \quad b = c + y$$

$$a + b - c = x + c + c + y - c = x + c + y = 180 \Rightarrow a + b - c = 180$$

$$(n - 2) \times 180 = 1800 \Rightarrow n - 2 = 10 \Rightarrow n = 12$$

$$\frac{360}{12} = 30 \text{ اندازه هر زاویه خارجی}$$

$$\hat{A} : \text{پنج ضلعی منتظم} : \frac{(\hat{A} - 2) \times 180}{5} = 108$$

$$\hat{A} : 90 \text{ چهار ضلعی های منتظم}$$

$$\hat{A}_1 = 360 - (108 + 90 + 90) = 72$$

مجموع هر زاویه داخلی و خارجی ۱۸۰ است.

$$\begin{cases} a + b = 180 \\ a - b = 108 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 144 \\ b = 36 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{360}{36} = 10 \text{ ده ضلعی منتظم}$$

$$(10 - 2) \times 180 = 1440 \text{ مجموع زوایای داخلی}$$

$$\hat{F} : \text{متوازی الاضلاع} : 180 - 32 = 148$$

$$\hat{F} : 90 \text{ مربع}$$

$$\hat{F}_1 = 360 - (90 + 148) = 122$$

$$\begin{cases} \frac{(12 - 2) \times 180}{12} = 150 \\ \frac{(15 - 2) \times 180}{15} = 156 \end{cases} \Rightarrow 156 - 150 = 6$$

$$(n - 2) \times 180 = 3240 \Rightarrow n - 2 = 18 \Rightarrow n = 20$$

$$\text{اندازه هر زاویه خارجی} : \frac{360}{20} = 18$$

گزینه ۲

۲۵

$$\begin{aligned} \text{مجموع زوایای داخلی } n \text{ ضلعی} &= (n - 2) \times 180 \\ \Rightarrow 2340 &= (n - 2) \times 180 \Rightarrow 2340 \div 180 = (n - 2) \\ \Rightarrow n - 2 &= 13 \Rightarrow n = 15 \end{aligned}$$

$$\text{اندازه زاویه خارجی} : \frac{360}{15} = 24$$

گزینه ۲

۲۶

مجموع زاویه‌های داخلی: $(n - 2) \times 180$
مجموع زاویه‌های خارجی همه n ضلعی‌های محدب: 360°

$$(n - 2) \times 180 = 2 \times 360 \Rightarrow n - 2 = 4 \Rightarrow n = 6$$

گزینه ۲

۲۷

گزینه "۱": نادرست است؛ چون در هر مثلث هر زاویه خارجی با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور برابر است.
گزینه "۳": نادرست است؛ چون در مستطیل قطرها باهم برابرند ولی عمود نیستند.
گزینه "۴": نادرست است؛ چون از یک نقطه خارج یک خط فقط یک خط موازی با آن می‌توان رسم کرد.

گزینه ۱

۲۸

$$\frac{(5 - 2) \times 180}{5} = 108$$

گزینه ۲

۲۹

با چندضلعی‌های منتظمی می‌توان کاشی‌کاری کرد که اندازه هر زاویه داخلی آن شمارنده ۳۶۰ باشد. در شش ضلعی منتظم اندازه هر زاویه ۱۲۰ است و از این رو می‌توان کاشی‌کاری کرد.

گزینه ۱

۳۰

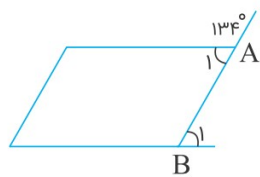
۱۳۵ درجه

$$\frac{(n - 2) \times 180}{n} = \frac{(8 - 2) \times 180}{8} = 135^\circ$$

گزینه ۲

۳۱

$$\frac{(n - 2) \times 180}{n} = \frac{(8 - 2) \times 180}{8} = 135^\circ$$



$$\hat{A}_1 = 180 - 134 = 46^\circ$$

$$\hat{A}_1 = \hat{B}_1 \Rightarrow \hat{B}_1 = 46^\circ$$

در مثلث ایجادشده زاویه‌های A و F زاویه‌های خارجی شش ضلعی می‌باشند.

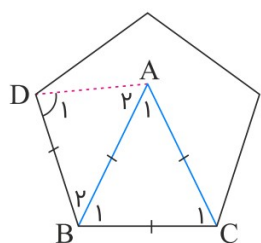
$$\hat{A} = \hat{F} = \frac{360}{6} = 60$$

$$\hat{M} = 180 - (60 + 60) = 60$$

مجموع زاویه‌های داخلی ۵ ضلعی $(5 - 2) \times 180 = 540$

$$112 + 90 + 110 + 108 = 420$$

$$\hat{A} = 540 - 420 = 120 \Rightarrow \hat{A}_1 = 60$$



اندازه هر زاویه داخلی : $\frac{(5 - 2) \times 180}{5} = 108$

$$\hat{B}_1 = 60 \Rightarrow \hat{B}_2 = 108 - 60 = 48$$

مثلث ABD متساوی‌الساقین : $\frac{180 - 48}{2} = \hat{D}_1 \Rightarrow \hat{D}_1 = 66^\circ$

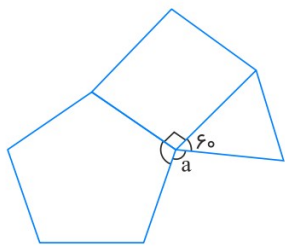
در هر مثلث اندازه هر زاویه خارجی برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور آن $(4x + 20)$ زاویه خارجی است که داریم:

$$4x + 20 = x + 40 + x + 50 \Rightarrow 2x = 70 \Rightarrow x = 35$$

اندازه هر زاویه داخلی : $\frac{(12 - 2) \times 180}{12} = 150$

مجموع زوایای خارجی : 360

$$\Rightarrow 360 - 150 = 210$$



$$\frac{(5 - 2) \times 180}{5} = 108$$

$$\hat{a} = 360 - (90 + 60 + 108) = 102$$

اگر اندازه زاویه داخلی ۱۴۴ باشد، اندازه زاویه خارجی $36 = 144 - 180$ خواهد بود.

$$\frac{360}{36} = 10$$

پس شکل ۱۰ ضلعی منتظم است که از هر رأس آن می‌توان ۷ قطر رسم کرد.

$$\left. \begin{array}{l} \text{هر زاویه داخلی ۵ ضلعی منتظم: } \frac{(5-2) \times 180}{5} = 108 \\ \text{هر زاویه خارجی ۵ ضلعی منتظم: } \frac{360}{5} = 72 \end{array} \right\} \Rightarrow 108 - 72 = 36$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{هر زاویه داخلی ۶ ضلعی منتظم: } \frac{(6-2) \times 180}{6} = 120 \\ \text{هر زاویه خارجی ۶ ضلعی منتظم: } \frac{360}{6} = 60 \end{array} \right\} \Rightarrow 120 - 60 = 60$$

اختلاف جوابها: $60 - 36 = 24$

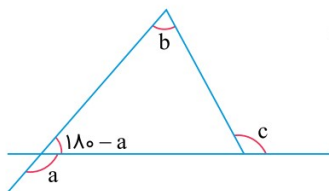
اندازه زاویه داخلی 160° درجه است، پس اندازه زاویه خارجی 20° درجه است.

$$\frac{360}{n} = 20 \Rightarrow n = 18$$

پس ۱۸ ضلعی است و ۱۸ خط تقارن و یک مرکز تقارن دارد.

اختلاف: $18 - 1 = 17$

براساس زاویه خارجی داریم:



$$c = b + 180 - a \Rightarrow a + c - b = 180$$

اندازه هر زاویه داخلی ۸ ضلعی منتظم برابر است با:

$$\frac{(8-2) \times 180}{8} = 135$$

$$\frac{360}{5} = 72 \text{ هر زاویه خارجی ۵ ضلعی منتظم: } 72$$

اختلاف: $135 - 72 = 63$

می‌دانیم مجموع زوایای خارجی هر چندضلعی برابر با ۳۶۰° درجه می‌باشد و از آنجایی که در هر n ضلعی منتظم اندازه ضلع‌ها و زاویه‌های داخلی و خارجی باهم برابر است، داریم:

$$۳۶۰^\circ \Rightarrow \text{مجموع زاویه‌های خارجی} = \frac{۳۶۰}{۱۲} = ۳۰^\circ$$

$$\text{اندازه هر زاویه داخلی} = ۱۸۰^\circ - ۳۰^\circ = ۱۵۰^\circ$$

$$\text{اختلاف زاویه داخلی و خارجی} = ۱۵۰^\circ - ۳۰^\circ = ۱۲۰^\circ$$

این شکل ۵ ضلعی است.

$$\text{مجموع زاویه‌های داخلی} : (۵ - ۲) \times ۱۸۰ = ۳ \times ۱۸۰ = ۵۴۰$$

$$\text{مجموع زاویه‌های خارجی} : ۳۶۰$$

$$\text{اختلاف} : ۵۴۰ - ۳۶۰ = ۱۸۰$$

ابتدا اندازه زاویه F را به دست می‌آوریم.

$$\hat{F} = \frac{(۵ - ۲) \times ۱۸۰}{۵} = ۱۰۸^\circ$$

$$\triangle AFB : AF = FB \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B} \Rightarrow \hat{A}_1 = \frac{۱۸۰ - ۱۰۸}{۲} = ۳۶^\circ$$

$$\hat{F} - \hat{A}_1 = ۱۰۸ - ۳۶ = ۷۲^\circ$$

اگر از کنار هم قرار دادن چند کاشی در یک رأس بتوان زاویه ۳۶۰° درجه تشکیل داد، می‌توانیم کاشی‌کاری را با آن کاشی انجام دهیم.

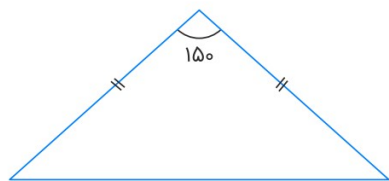
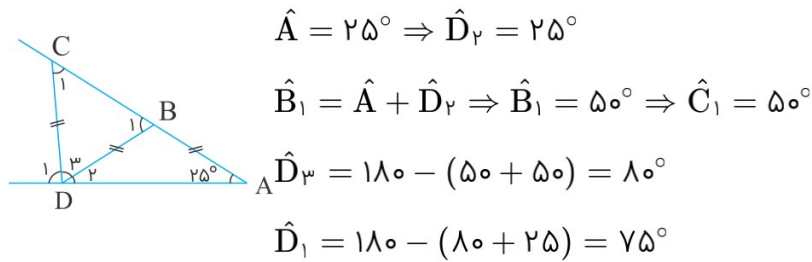
باتوجه به رابطه زیر، در پنج ضلعی منتظم اندازه هر زاویه ۱۰۸° است که به هیچ حالتی از کنار هم قرار دادن چند پنج ضلعی منتظم ۳۶۰° درجه تشکیل نمی‌شود، پس با پنج ضلعی منتظم نمی‌توانیم.

$$\frac{(۵ - ۲) \times ۱۸۰}{۵} = ۱۰۸$$

هر زاویه داخلی ۸ ضلعی منتظم : $\frac{(۸ - ۲) \times ۱۸۰^\circ}{۸} = ۱۳۵^\circ$

هر زاویه خارجی ۶ ضلعی منتظم : $\frac{۳۶۰^\circ}{۶} = ۶۰^\circ$

اختلاف : $۱۳۵^\circ - ۶۰^\circ = ۷۵^\circ$



هر زاویه داخلی ۱۲ ضلعی منتظم : $\frac{(۱۲ - ۲) \times ۱۸۰}{۱۲} = ۱۵۰$

$۱۸۰ - ۱۵۰ = ۳۰ \Rightarrow ۳۰ \div ۲ = ۱۵$

مجموع هر زاویه داخلی و خارجی ۱۸۰ درجه است و اختلاف آن‌ها ۱۲۰ درجه می‌باشد. پس این دو زاویه ۳۰ و ۱۵۰ درجه است که زاویه داخلی برابر با ۱۵۰ درجه و زاویه خارجی برابر با ۳۰ درجه می‌باشد. اندازه هر زاویه خارجی برابر است با:

$$\frac{۳۶۰}{n} = ۳۰ \Rightarrow n = \frac{۳۶۰}{۳۰} = ۱۲$$

بنابراین این شکل ۱۲ ضلعی است.

مجموع زاویه‌های خارجی همه چندضلعی‌ها ۳۶۰ درجه است.

$$x + 12 + 2x - 10 + 2x + 18 + 90 = 360$$

$$5x + 110 = 360 \Rightarrow 5x = 250 \Rightarrow x = 50$$

$$\text{هر زاویه داخلی ۱۲ ضلعی منتظم} : \frac{(12 - 2) \times 180}{12} = 150$$

$$\text{هر زاویه داخلی ۸ ضلعی منتظم} : \frac{(8 - 2) \times 180}{8} = 135$$

۱۵ درجه از هر زاویه باید کم شود:

$$150 - 135 = 15$$

$$\text{زاویه خارجی} : \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ \xrightarrow{\text{نسبت}} \frac{30^\circ}{150^\circ} = \frac{1}{5}$$

$$\text{هر زاویه داخلی} : 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$(n - 2) \times 180 = 1440 \Rightarrow n - 2 = 8 \Rightarrow n = 10$$

$$\text{اندازه هر زاویه خارجی} : \frac{360}{10} = 36$$

$$\frac{\text{زاویه خارجی}}{\text{زاویه داخلی}} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}}$$

$$\text{زاویه خارجی} + \text{زاویه داخلی} = 180$$

$$\text{زاویه خارجی} + 3 \times \text{زاویه خارجی} = 180$$

$$\text{زاویه خارجی} = \frac{180}{4} = 45$$

$$\frac{360}{45} = 8$$

پس ۸ ضلعی است.

$$\text{هر زاویه داخلی پنج ضلعی منتظم} : \frac{(5-2) \times 180}{5} = 108$$

$$\text{هر زاویه داخلی شش ضلعی منتظم} : \frac{(6-2) \times 180}{6} = 120$$

$$\hat{A}_1 = 360 - (120 + 108) = 132$$

$$\text{اندازه هر زاویه داخلی شش ضلعی منتظم} : \frac{(6-2) \times 180}{6} = 120$$

$$\text{اندازه هر زاویه داخلی هشت ضلعی منتظم} : \frac{(8-2) \times 180}{8} = 135$$

پس ۱۵ درجه اضافه می‌شود.

$$\text{اندازه هر زاویه داخلی شش ضلعی} = \frac{(6-2) \times 180}{6} = 120$$

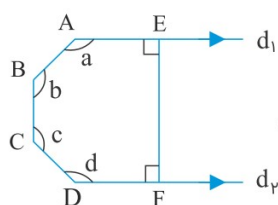
$$\hat{B} = 120 \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{BCA} = \frac{180 - 120}{2} = 30$$

$$\hat{A}_2 = 30 \Rightarrow \hat{A}_3 = 30$$

$$\hat{A}_1 = 120 - (30 + 30) = 60$$

پاره خط EF را بر خط‌های موازی عمود می‌کنیم اکنون یک شش ضلعی به نام ABCDEF داریم. ابتدا مجموع زاویه‌های ۶ ضلعی را به دست می‌آوریم:

$$(n-2) \times 180 \Rightarrow (6-2) \times 180 = 720$$



سپس مجموع \hat{E} و \hat{F} را از آن کم می‌کنیم.

$$720 - (90 + 90) = 540 \Rightarrow \hat{a} + \hat{b} + \hat{c} + \hat{d} = 540$$