

مثال: معادلات زیر را حل کنید.

$$\underbrace{2\vec{i} - \vec{j}}_{\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}} + 3\vec{x} = 4\vec{x} - 2 \underbrace{\begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}} + 4 \underbrace{\vec{j}}_{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + 3\vec{x} = 4\vec{x} + \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} = 4\vec{x} - 3\vec{x}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \vec{x}$$

$$2\vec{x} + 5\vec{i} - 4\vec{j} = 3\vec{x} - \vec{j} + 7\vec{i}$$

$$2\vec{x} - 3\vec{x} = \underline{-5\vec{i}} + \underline{4\vec{j}} - \underline{\vec{j}} + \underline{7\vec{i}}$$

$$-1\vec{x} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$$

$$\vec{x} = -2\vec{i} - 3\vec{j} = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$2\vec{x} + 5\vec{i} - 4\vec{j} = 3\vec{x} - \vec{j} + 7\vec{i}$$
$$\underbrace{\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} 7 \\ -1 \end{bmatrix}}$$

$$-1\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$-1\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

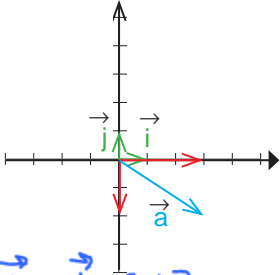
$$\vec{e} = 2\vec{c} + \vec{a} - 3\vec{b} = 2 \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\vec{e} = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 21 \end{bmatrix}$$

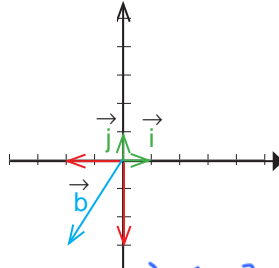
## کار در کلاس



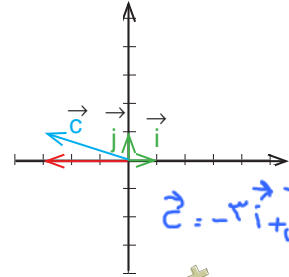
در هر قسمت، بردار داده شده را بر حسب  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  و سپس به صورت مختصاتی بنویسید.



$$\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$



$$\vec{b} = -2\vec{i} - 3\vec{j} = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}$$



$$\vec{c} = -3\vec{i} + \vec{j} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

### فعالیت



۱- طرف دیگر هر تساوی را مانند نمونه کامل کنید.

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} = -1\vec{i} + 3\vec{j} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \vec{i} - \vec{j}$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} = -2\vec{i} - 2\vec{j}$$

$$\vec{i} + \vec{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$2\vec{i} - \vec{j} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad 2\vec{i} - 3\vec{j} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \quad 3\vec{i} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

۲- دو دانش آموز، معادله برداری زیر را حل کرده اند. مراحل راه حل آنها را با هم مقایسه کنید.

راه حل حمید	راه حل سعید
$3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix}$	$3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix}$
$3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{x} = -5\vec{i} + \vec{j}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix}$
$2\vec{x} = -5\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{i} - \vec{j}$	$2\vec{x} = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$
$2\vec{x} = -8\vec{i}$	$2\vec{x} = \begin{bmatrix} -8 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\vec{x} = -4\vec{i}$	$\vec{x} = \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix}$

۳- معادله های زیر را با روش مورد نظر خود حل کنید.

$$2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{x} = \begin{bmatrix} -6 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + 3\vec{x} = \begin{bmatrix} -6 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} - 2\vec{x} = \vec{i} - \vec{j}$$

$$\begin{aligned} -4\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{x} &= \vec{i} - \vec{j} \\ -2\vec{x} &= \vec{i} - \vec{j} + 4\vec{i} - 2\vec{j} \end{aligned}$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} \\ \frac{4}{3} \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} = \frac{5}{3}\vec{i} + \frac{4}{3}\vec{j}$$

## کار در کلاس



اگر  $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$  و  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j}$  باشد، مختصات بردارهای  $x$  و  $y$  را به دست آورید.

$$\vec{x} = 5\vec{a} + 3\vec{b}$$

$$\vec{y} = -3\vec{a} + 4\vec{b}$$

## تمرین



۱- طرف دیگر تساوی ها را بنویسید.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix} =$$

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = -2\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$$

$$\vec{d} = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix} =$$

$$\vec{e} = \begin{bmatrix} -5 \\ \quad \end{bmatrix} =$$

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = -2\vec{j}$$

۲- دو محور عمود برهم رسم کنید و بردارهای واحد مختصات را روی آنها مشخص کنید. آنگاه بردارهای زیر را روی آن دستگاه مختصات رسم کنید و هر بردار را بر حسب بردارهای واحد  $i$  و  $j$  بنویسید.

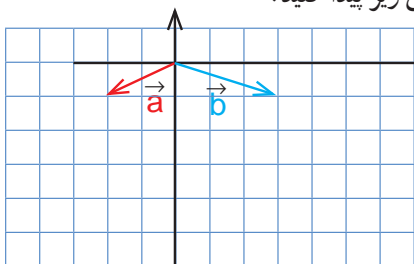
$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{d} = \begin{bmatrix} -6 \\ -4 \end{bmatrix}$$

۳- با توجه به شکل زیر، مختصات بردار  $c$  را با دو روش زیر پیدا کنید.



الف) رسم شکل و نوشتن مختصات  $\vec{c}$  از روی شکل

$$\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

ب) پیدا کردن مختصات  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  و قرار دادن آنها در


تساوی زیر.

$$\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b} = 3 \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

ویژگی های هر روش را بیان کنید.

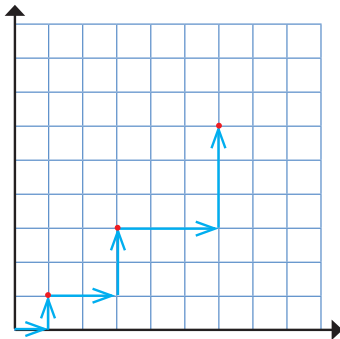
کدام روش برای رایانه ای شدن مناسب تر است؟ چرا؟

۴- با توجه به علامت طول و عرض بردار، شکل تقریبی آن را مانند نمونه رسم کنید.

طول	+	-	+	-
عرض	+	+	-	-
شکل تقریبی				

۵- اگر  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$  و  $\vec{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$  باشد، بردار  $x$  را از معادله زیر پیدا کنید.

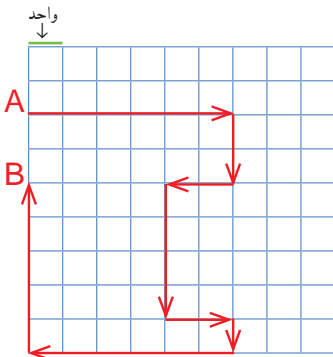
$$2\vec{x} - \vec{j} = 2\vec{a} - \vec{b}$$



۶- یک روبات برنامه‌ریزی شده به صورت زیر از مبدأ مختصات حرکت می‌کند.

با مشاهده سه حرکت اول این روبات، الگویی برای حرکت آن کشف کنید و توضیح دهید. روبات پس از حرکت پنجم به کدام نقطه می‌رسد؟

۷- حمیده با خود فکر می‌کرد که اگر چند بردار با هم جمع شوند، بردار حاصل جمع از همه آنها بزرگ‌تر است. آیا او درست فکر کرده است؟ با کشیدن شکل توضیح دهید.



۸- در صفحه شطرنجی زیر، یک خودرو با نقطه A مشخص شده است. این خودرو مسیری را طی کرده است تا به نقطه B برسد؛ در کل به اندازه چند واحد حرکت کرده است؟

خودرو از نقطه A به B در راستای عمودی چند واحد جا به جا شده است؟