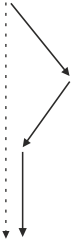


گزینه ۲

۱

بردارها را در ادامه هم رسم می‌کنیم.



گزینه ۳

۲

بردارهای  $AB$  و  $CD$  قرینه هم می‌باشند و حذف می‌شوند پس داریم:  $\vec{BC} + \vec{CA}$  که براساس شکل  $\vec{BA}$  خواهد شد.

گزینه ۳

۳

$$\text{رابطه بین بردارها: } \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} - 2\vec{a} + \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} + \vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$-\vec{a} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow -\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$-\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{a} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

گزینه ۳

۴

$$\underbrace{\vec{a} + \vec{c}}_{\vec{b}} + \underbrace{\vec{b} + \vec{d}}_{\vec{e}} + \vec{d} + \vec{e} = \vec{b} + \vec{e} + \vec{d} + \vec{e} = \underbrace{\vec{b} + \vec{d}}_{\vec{c}} + \vec{e} + \vec{e} = 3\vec{e}$$

گزینه ۱

۵

$$\begin{bmatrix} x-1 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3-2x \\ y+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2y+x \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1+3-2x=-2 \Rightarrow -x=-4 \Rightarrow x=4 \\ 3+y+1=2y+x \Rightarrow 3+1=y+4 \Rightarrow y=0 \end{cases} \Rightarrow x-y=4-0=4$$

گزینه ۴

۶

با کمی دقت متوجه می‌شویم که بردارهای  $a$ ,  $e$  و  $d$  در ادامه هم و بردارهای  $b$  و  $c$  نیز در ادامه هم می‌باشند.

گزینه ۳

۷

باید بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  در ادامه هم باشند و بردار  $\vec{c}$  ابتدای آن‌ها را به انتها متصل کند که گزینه ۳ این شرایط را دارد.

گزینه ۲

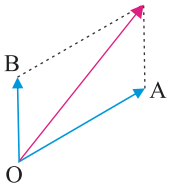
۸

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} \xrightarrow{\vec{a} + \vec{b} + \vec{d} = \vec{c}} \vec{c} + \vec{c} = 2\vec{c}$$

گزینه ۳

۹

بردار گزینه "۳" برآیند دو بردار  $OA$  و  $OB$  است.



گزینه ۲

۱۰

حاصل جمع بردارهای گزینه "۲" برابر با بردار صفر نیست.

گزینه ۲

۱۱

$$\begin{bmatrix} 5 \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -7 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 - 7 \\ y + 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5 - 7 = x = -2 \\ y + 3 = -4 \Rightarrow y = -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y = -2 - 7 \Rightarrow x + y = -9$$

گزینه ۲

۱۲

باتوجه به بردارها گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} 2a - 3 = 4a + 5 \Rightarrow 2a = -8 \Rightarrow a = -4 \\ \frac{b}{2} + 3 = \frac{b}{3} + 4 \Rightarrow 6\left(\frac{b}{2} + 3\right) = 6\left(\frac{b}{3} + 4\right) \\ \Rightarrow 3b + 18 = 2b + 24 \Rightarrow b = 6 \end{cases}$$

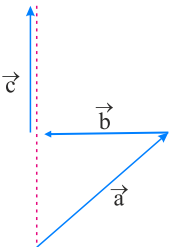
$$\Rightarrow b - a = 6 - (-4) = 10$$

$$\begin{cases} 2 + x = -3 \Rightarrow x = -5 \\ 3 - 5 = y \Rightarrow y = -2 \end{cases}$$

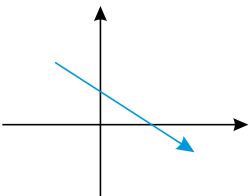
همه بردارها در ادامه هم می‌باشند، یعنی از یک نقطه شروع می‌شود و با کمک همه بردارها به نقطه ابتدایی می‌رسد.

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$$

بردارها را در ادامه هم رسم می‌کنیم.



این بردار از ناحیه سوم عبور نمی‌کند.



$$\begin{bmatrix} a-1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ a+b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a-2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-1+3=2a-2 \Rightarrow -1+3+2=2a-a \Rightarrow a=4 \\ 2+a+b=5 \xrightarrow{a=4} 2+4+b=5 \Rightarrow b=-1 \end{cases}$$

$$a-b=4-(-1)=5$$

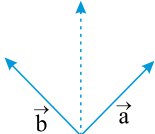
طول  
→  
a: +  
عرض +



طول  
→  
b: -  
عرض +

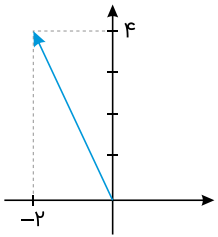


جمع بردارها:



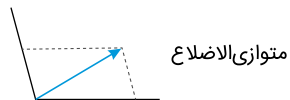
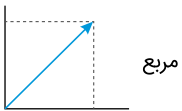
باید از انتهای بردار رسم شده، موازی با دو خط داده شده، رسم کنیم.

$$\begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ \\ ۳ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۴ \\ ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۲ \\ ۴ \end{bmatrix}$$



انتهای بردار در ناحیه دوم قرار می‌گیرد.

هر سه شکل ممکن است ایجاد شود:



$$۳x - ۱ = x + ۵ \Rightarrow ۲x = ۶ \Rightarrow x = ۳$$

$$y - ۲x = -۸ \xrightarrow{x=۳} y - ۶ = -۸ \Rightarrow y = -۲$$

$$\Rightarrow x - y = ۳ - (-۲) = ۵$$

$$\begin{bmatrix} x - ۱ \\ -۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۳ \\ x + y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۵ \\ ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x + ۲ \\ x + y - ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۵ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

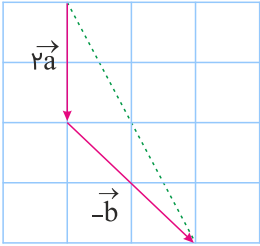
$$\Rightarrow \begin{cases} x + ۲ = ۵ \Rightarrow x = ۳ \\ x + y - ۲ = ۱ \xrightarrow{x=۳} ۳ + y - ۲ = ۱ \Rightarrow y = ۰ \end{cases}$$

$$۲x - y = ۲(۳) - ۰ = ۶$$

با کمی دقت متوجه می‌شویم که بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{d}$  در ادامه هم و بردارهای  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  نیز در ادامه هم می‌باشند و در نتیجه به یک نقطه می‌رسند.

$$\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$$

مشابه گزینه "۱" است.



$$3x - 1 = x + 5 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

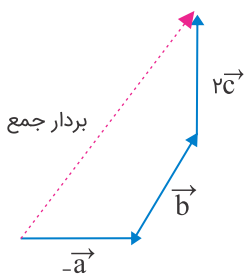
$$x + 2y = 7 \xrightarrow{x=3} 3 + 2y = 7 \Rightarrow 2y = 4 \Rightarrow y = 2$$

$$\Rightarrow y - x = 2 - 3 = -1$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3 + x + 5 = -2 \Rightarrow x = -10 \\ -2 + 1 + 1 = y \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x - y = -10 - 0 = -10$$

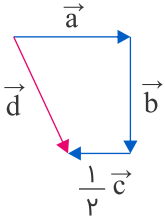
بردارها را در ادامه هم رسم می‌کنیم. مشابه گزینه ۲ می‌باشد.



گزینه ۲

۳۰

بردارهای  $\vec{a}$ ،  $-\vec{b}$ ،  $\frac{1}{3}\vec{c}$  را در ادامه هم رسم می‌کنیم:



گزینه ۱

۳۱

در حرکت اول دو واحد به جلو داریم و حرکت بعدی یک واحد به بالا و همین‌الگو ادامه دارد. تا نقطه یازدهم، ۶ حرکت به جلو (دوتایی) و ۵ حرکت به بالا داریم.

مختصات نقطه یازدهم:  $\begin{bmatrix} 2 \times 6 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 5 \end{bmatrix}$

گزینه ۳

۳۲

جمع بردارهای  $\vec{a}$ ،  $\vec{d}$ ،  $\vec{c}$ ،  $\vec{e}$  برابر صفر است زیرا از یک نقطه شروع و دوباره به همان نقطه می‌رسند، پس فقط بردار  $b$  باقی می‌ماند.

$$\underbrace{\vec{a} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e}}_{\vec{0}} + \vec{b} = \vec{b}$$

گزینه ۱

۳۳

براساس بردارها رابطه زیر را داریم.

$$\begin{bmatrix} a \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a + (-4) = 1 \Rightarrow a = 5 \\ 3 + 2 = b \Rightarrow b = 5 \end{cases} \Rightarrow a - b = 5 - 5 = 0$$

گزینه ۱

۳۴

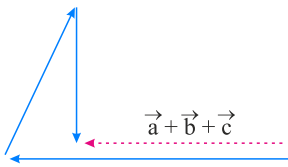
در همه بردارهای افقی، مقدار عرض برابر صفر است.

$$3x + 9 = 0 \Rightarrow x = -3$$

گزینه ۱

۳۵

بردارها را در ادامه هم رسم می‌کنیم.



گزینه ۲

۳۶

$$\begin{bmatrix} 2x+1 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y-1 \\ x-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2x-7 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x+1+y-1=5 \\ -3+x-2=2x-7 \end{cases}$$

رابطه دوم:  $x - 5 = 2x - 7 \Rightarrow x = 2$

رابطه اول:  $2x + y = 5 \Rightarrow 4 + y = 5 \Rightarrow y = 1$

$x - y = 2 - 1 = 1$

گزینه ۳

۳۷

باید بردارها به صورتی باشد که بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{c}$  در ادامه همدیگر و بردارهای  $\vec{b}$  و  $\vec{d}$  نیز در ادامه همدیگر باشند و از یک نقطه شروع و به یک نقطه به اتمام برسند که گزینه "۳" این شرایط را دارد.

گزینه ۱

۳۸

برای اینکه ابتدا به انتهای بردار  $\vec{c}$  برسیم باید سه برابر بردار  $\vec{b}$  به عقب و به اندازه بردار  $\vec{a}$  به بالا حرکت کنیم.

$$\vec{c} = -\vec{a} - 3\vec{b}$$

گزینه ۴

۳۹

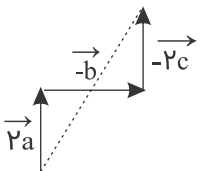
بردار  $\vec{c}$  به اندازه سه برابر بردار  $\vec{a}$  و برعکس حرکت کرده و به اندازه بردار  $\vec{b}$  نیز به بالا حرکت داشته است:

$$\vec{c} = -3\vec{a} + \vec{b}$$

گزینه ۳

۴۰

+: طول / +: عرض



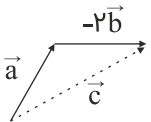


گزینه ۴

۴۱

$$\vec{b} = 2 \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$$



گزینه ۳

۴۲

گزینه ۲

۴۳

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} + \left(-\frac{1}{3}\right) \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

گزینه ۳

۴۴

دو بردار قرینه، هم‌جهت نیستند.

گزینه ۳

۴۵

$$2 \begin{bmatrix} -1 \\ +2 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} -5 \\ +2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ +4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -20 \\ +8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -22 \\ +12 \end{bmatrix}$$

گزینه ۲

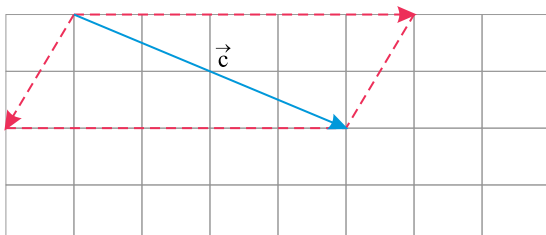
۴۶

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 6 \end{bmatrix}$$

گزینه ۴

۴۷

باید بردار  $\vec{c}$  را به کمک بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  تجزیه کنیم.  
به اندازه ۵ برابر بردار  $\vec{a}$  و همان جهت و به اندازه بردار  $b$  و در خلاف جهت آن حرکت می‌کند.



$$\vec{c} = 5\vec{a} - \vec{b}$$

براساس بردارها داریم:

$$\begin{bmatrix} ۳ \\ -۴ \end{bmatrix} + (-۲\vec{a}) + \begin{bmatrix} -۵ \\ ۸ \end{bmatrix} = -۴\vec{a} \Rightarrow ۴\vec{a} - ۲\vec{a} = \begin{bmatrix} -۳ \\ +۴ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۵ \\ -۸ \end{bmatrix}$$

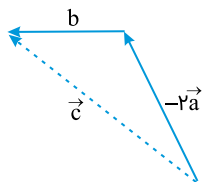
$$\Rightarrow ۲\vec{a} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۴ \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{a} = \begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

$$۳ \begin{bmatrix} -۲ \\ ۱ \end{bmatrix} + ۲\vec{x} = \begin{bmatrix} ۵ \\ -۱ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -۶ \\ ۳ \end{bmatrix} + ۲\vec{x} = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow ۲\vec{x} = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -۶ \\ ۳ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow ۲\vec{x} = \begin{bmatrix} ۸ \\ -۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} ۴ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = ۲\vec{a} - \vec{b} = ۲ \begin{bmatrix} ۳ \\ -۲ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۰ \\ ۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۶ \\ -۴ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۰ \\ ۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۶ \\ -۸ \end{bmatrix}$$



$$\vec{a} = \begin{bmatrix} -۲ \\ -۴ \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{۲}\vec{a} = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۲ \end{bmatrix} \\ ۳\vec{b} = \begin{bmatrix} ۶ \\ -۳ \end{bmatrix} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{۲}\vec{a} - ۳\vec{b} = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۲ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۶ \\ -۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۷ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

گزینه ۴

۵۳

بر اساس بردارها  $\frac{1}{3}\vec{n}$ ، دوبرابر  $\frac{1}{2}\vec{m}$  است:

$$\frac{1}{3}\vec{n} = 2 \times \frac{1}{2}\vec{m} \Rightarrow \frac{1}{3}\vec{n} = \vec{m}$$

گزینه ۱

۵۴

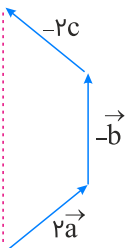
فقط گزینه "۱" صحیح است.

گزینه "۲": دو بردار را اینگونه در هم ضرب نمی‌کنیم.

گزینه "۳": عدد پشت بردار، هم عدد در طول و هم در عرض ضرب می‌شود.

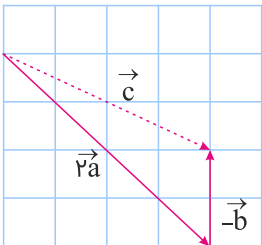
گزینه ۱

۵۵



گزینه ۲

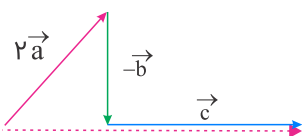
۵۶



گزینه ۲

۵۷

هم‌جهت با گزینه "۲" است.



گزینه ۴

۵۸

برای اینکه از ابتدای بردار  $\vec{c}$  به انتهای آن برسیم، باید به اندازه  $\vec{a}$  به بالا حرکت کنیم و به اندازه ۲ برابر  $\vec{b}$  به چپ حرکت کنیم.

$$\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \end{bmatrix} + 2\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} + 2\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} = -2\vec{a} = -2 \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

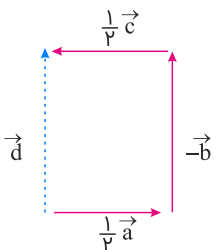
$$\vec{c} = 3\vec{b} = 3 \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} - \vec{c} = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -12 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$(-2) \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 12 \\ 8 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{a} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} - 2\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -10 \end{bmatrix}$$



برداری  $\vec{c}$  به اندازه سه برابر  $\vec{a}$  و در جهت مخالف حرکت کرده است، یعنی  $-\vec{3a}$  و  $\vec{b}$  نیز در جهت مخالف حرکت کرده است، پس  $-\vec{b}$ .

$$\vec{c} = -\vec{3a} - \vec{b}$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 10 \end{bmatrix} = -5i + 10j$$

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix} = -\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$\text{اختلاف: } 5 - (-1) = 6$$

تساوی سوم نادرست است:

$$\vec{j} - 2\vec{i} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{b} = -2\vec{a}$$

بنابراین جهت‌ها مخالف و اندازه بردار  $\vec{b}$  دو برابر بردار  $\vec{a}$  است.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ یا } \vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ یا } 4\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{i} + 2\vec{j} = 5\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$m = -6, \quad n = +1$$

$$2\vec{a} + \vec{b} = 5\vec{j} \Rightarrow 2 \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + \vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{b} = \begin{bmatrix} -4 \\ 7 \end{bmatrix} \text{ یا } \vec{b} = -4\vec{i} + 7\vec{j}$$

$$\begin{bmatrix} 2x - 1 \\ 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ -12 \end{bmatrix}$$

$$2x - 1 = -5 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$$

$$2y = -12 \Rightarrow y = -6$$

$$x + y = -2 - 6 = -8$$

$$\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b} = 2(2\vec{i} + \vec{j}) - (-2\vec{i} + 5\vec{j})$$

$$\vec{c} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{i} - 5\vec{j}$$

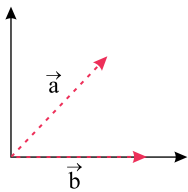
$$\vec{c} = 6\vec{i} - 3\vec{j}$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{d} = 2\vec{a} - \vec{c} = 2 \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} = 5i + j$$

این دو بردار را رسم می‌کنیم. هر نقطه روی بردار  $a$  از دو محور  $x$  و  $y$  به یک فاصله است، پس نیمساز دو محور است. پس زاویه بین بردارها  $45^\circ$  است.



$$2(i - 3j) - \vec{x} = \left(\frac{1}{2}\right) \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} + j + \vec{x} \Rightarrow 2 \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} - \vec{x} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \vec{x}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 2\vec{x}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4 \\ -8 \end{bmatrix} = 2\vec{x} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\vec{i} + 2\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{x} = 4\vec{j} + 5\vec{j} - 6\vec{i} \Rightarrow 3\vec{x} = 4\vec{j} + 5\vec{j} + 3\vec{j} - \vec{i} - 2\vec{i} - 6\vec{i}$$

$$\Rightarrow 3\vec{x} = 12\vec{j} - 9\vec{i} \Rightarrow \vec{x} = 4\vec{j} - 3\vec{i}$$

$$3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{x} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \end{bmatrix} + \vec{i} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2\vec{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow 2\vec{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$a = 0$$

$$b = -1 \Rightarrow a + b = 0 + (-1) = -1$$

$$\begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix} + ۲\vec{x} = \begin{bmatrix} -۶ \\ ۲ \end{bmatrix} - \vec{x} \Rightarrow ۳\vec{x} = \begin{bmatrix} -۶ \\ ۲ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow ۳\vec{x} = \begin{bmatrix} -۹ \\ ۳ \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -۳ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

اگر ابتدای بردار  $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۵ \end{bmatrix}$  باشد، برای انتها داریم: انتها = بردار + ابتدا

$$\begin{bmatrix} ۲ \\ ۵ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۳ \\ ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ \\ ۶ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix} = ۳\vec{i} - \vec{j}$$

$$\begin{bmatrix} ۲ \\ ۰ \end{bmatrix} = ۲\vec{i} + \vec{j} \times \Rightarrow ۲\vec{i}$$

$$\begin{bmatrix} -۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = \vec{i} + \vec{j} \times \Rightarrow -\vec{i} + \vec{j}$$

$$\begin{bmatrix} ۰ \\ ۳ \end{bmatrix} = ۳\vec{j}$$

دو عبارت صحیح است.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} -۱ \\ ۲ \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = ۲ \begin{bmatrix} -۱ \\ ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۲ \\ ۴ \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} = ۳\vec{a} - ۲\vec{b} = ۳ \begin{bmatrix} -۱ \\ ۲ \end{bmatrix} - ۲ \begin{bmatrix} -۲ \\ ۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۳ \\ ۶ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -۴ \\ ۸ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \end{bmatrix} = \vec{i} - ۲\vec{j}$$



حرکات انجام شده از انتهای بردار  $\vec{a}$  را برداری با نام  $\vec{b}$  در نظر می‌گیریم.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} ۳ \\ -۵ \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} -۲ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{bmatrix} ۱ \\ -۶ \end{bmatrix}$$

چون از مبدأ رسم شده، پس  $\begin{bmatrix} ۱ \\ -۶ \end{bmatrix}$  مختصات نقطه B می‌باشد.

$$۱ + (-۶) = -۵$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۳ \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} + ۲\vec{x} = \vec{b} + \vec{i} + ۲\vec{j} \Rightarrow \begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix} + ۲\vec{x} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۳ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow ۲\vec{x} = \begin{bmatrix} ۴ \\ ۵ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow ۲\vec{x} = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۶ \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۳ \end{bmatrix} = \vec{i} + ۳\vec{j}$$

$$\begin{bmatrix} ۳ \\ -۲ \end{bmatrix} + ۳\vec{x} = \vec{x} + \begin{bmatrix} -۱ \\ -۶ \end{bmatrix} \Rightarrow ۲\vec{x} = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۶ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۳ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow ۲\vec{x} = \begin{bmatrix} -۴ \\ -۴ \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -۲ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} + ۲\vec{i} = \begin{bmatrix} -۲ \\ -۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۲ \\ ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۳ \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۳ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} = ۲ \begin{bmatrix} ۲ \\ -۳ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۲ \\ -۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴ \\ -۶ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۲ \\ -۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۴ \end{bmatrix} = ۲\vec{i} - ۴\vec{j}$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

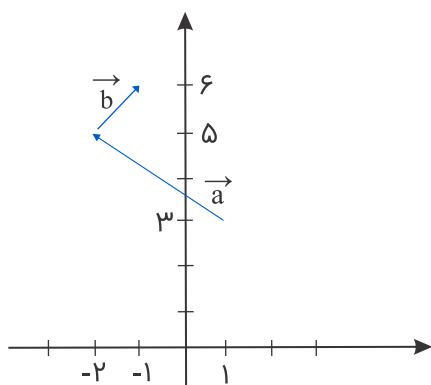
$$\vec{c} = n \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + m \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2n \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m \\ -3m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3m = -6 \Rightarrow m = 2 \\ 2n + 2 = 3 \Rightarrow n = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$n - m = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} + 2 \left( \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \vec{x} \right) = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} + \vec{x} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} + \vec{x}$$

$$\Rightarrow 2\vec{x} - \vec{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \end{bmatrix}$$



روش اول : بردار  $\vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$  انتهای بردار  $\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

روش دوم :  $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \end{bmatrix}$

حرکات افقی اعداد فرد هستند.

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

حرکات عمودی اعداد زوج هستند.

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$$

مختصات پس از حرکت دهم:  $\begin{bmatrix} 25 \\ 30 \end{bmatrix}$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix}, \quad \vec{y} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} = \vec{x} - 2\vec{y} = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -9 \end{bmatrix}$$

پس بردار به صورت  $\downarrow$  خواهد بود.