

$$\begin{bmatrix} -9 \\ 8 \end{bmatrix}$$

باسخ معادله $-4\vec{x} - 3\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix} - 2\vec{z}$

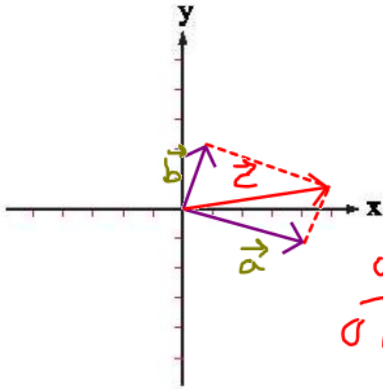
$$\vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \vec{a} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

دو بردار $\vec{a} = 4\vec{i} - \vec{j}$ و $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$ را از مبدأ مختصات رسم کنید.

۴

مختصات آن‌ها را به دست آورید.

الف



بردار حاصل جمع \vec{a} و \vec{b} را رسم و تساوی مربوط به جمع آن‌ها را بنویسید.

ب

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} \text{ جمع بردار}$$

$$\text{جمع مختصات: } \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

اگر $\vec{a} = 2\vec{j} + 3\vec{i}$ و $\vec{b} = -2\vec{i} - \vec{a}$ و $\vec{c} = \vec{a} - 3\vec{b}$ مختصات بردارهای \vec{d} و \vec{e} را در دو حالت زیر به دست آورید.

۵

الف $\vec{d} = \vec{a} + \vec{c} - 3\vec{j} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 18 \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 \\ 7 \end{bmatrix}$

ب $\vec{e} = 3\vec{b} - \vec{d} = 3\begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 21 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 21 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -27 \\ -10 \end{bmatrix}$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 15 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 8 \end{bmatrix}$$

۶

نقطه‌ها = بردار + نقطه

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

الف از نقطه $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$ بردار $\vec{a} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$ را رسم کنید و نقطه‌ی انتها را B بنامید.

الف

$$\begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ب بردار $\vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ را ابتدا از نقطه‌ی B رسم کنید.

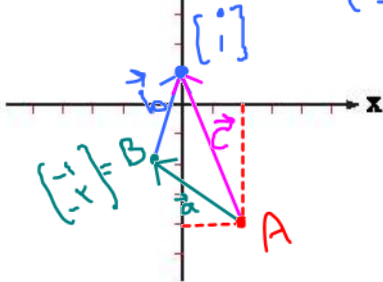
ب

پ برآیند دو بردار \vec{a} و \vec{b} را در شکل رسم و آن را c بنامید.

ب

ت جمع برداری و مختصات برای آن بنویسید.

ت



$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} \text{ جمع بردار}$$

$$\text{جمع مختصات: } \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$\omega m - 4 = 0$

$\Delta m = 4$
 $m = \frac{4}{5} = 0.8$

پرسش های تشریحی (بدون پاسخ)

اگر $A = \begin{bmatrix} 5m - 4 \\ 3n - 1 \end{bmatrix}$ روی محور عرض ها و $B = \begin{bmatrix} m \\ 2 \\ fn - 12 \end{bmatrix}$ روی محور طول ها باشد، مساحت مثلث OAB چقدر است؟



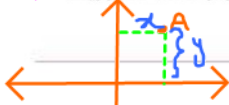
$S = \frac{8 \times 3}{2} = 12$

$B = \begin{bmatrix} m \\ 2 \\ fn - 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$
عضو = 0

طول = 0
 $fn - 12 = 0 \Rightarrow fn = 12$
 $n = 3$

$A = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

فاصله ی نقطه ی $A = \begin{bmatrix} 2x+1 \\ x-1 \end{bmatrix}$ از محور x ها، دو برابر فاصله ی آن از محور y ها است. مقدار x را به دست آورید.



$x - 1 = 2(2x + 1) \Rightarrow x - 1 = 4x + 2 \Rightarrow x - 4x = 2 + 1 \Rightarrow -3x = 3 \Rightarrow x = -1$

نقاط $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ سه رأس یک مثلث هستند. رأس A توسط بردار انتقال $\vec{AA'} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ و رأس B توسط بردار انتقال $\vec{BB'} = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}$ و رأس C توسط بردار انتقال $\vec{CC'} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ منتقل شده اند. مختصات نقاط A' ، B' و C' را یافته و مثلث ABC و بردارهای انتقال و شکل انتقال یافته را رسم کنید.

$A + \vec{AB} = B \Rightarrow \vec{AB} = B - A$

نقاط $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 11 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$ دو سر پاره خط AB هستند. نقطه ی M روی پاره خط AB چنان است که $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{2}$. مختصات نقطه ی M را بیابید.

$\vec{MB} = 2\vec{AM}$

$B - M = 2(M - A) \Rightarrow B - M = 2M - 2A \Rightarrow 3M = 2A + B$
 $3M = 2 \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 11 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 18 \\ 12 \end{bmatrix} \Rightarrow M = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}$

اگر دو بردار $\vec{a} = \begin{bmatrix} m-2 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} 2m \\ -3 \end{bmatrix}$ موازی باشند، مقدار m را بیابید.

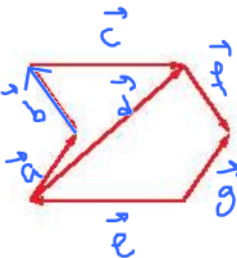
$\frac{4}{-3} = \frac{m-2}{2m} \Rightarrow 4(2m) = -3(m-2)$

$8m = -3m + 6$

$11m = 6$

$m = \frac{6}{11}$

جمع بردارها در شکل زیر را بیابید.



$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$

$\vec{c} + \vec{d} = \vec{a} + \vec{b}$

شکل برآورد بعد

اگر $\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} m \\ 2m \end{bmatrix}$ باشد و بدانیم $\vec{a} + \vec{b}$ در راستای محور عرض ها باشد، آن گاه $\vec{a} - \vec{b}$ را بیابید.

نقاط $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ سه رأس یک مثلث هستند. رأس A توسط بردار انتقال $\overrightarrow{AA'} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ و رأس B توسط



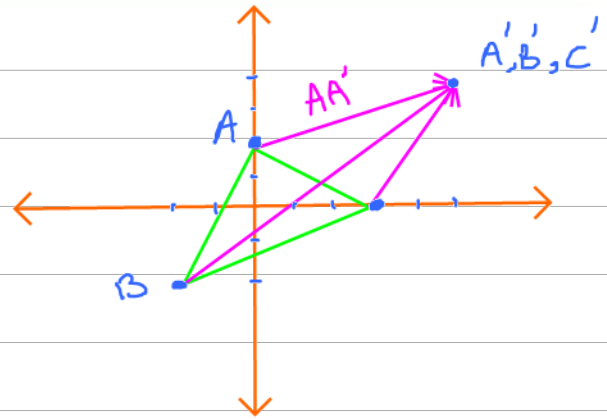
بردار انتقال $\overrightarrow{BB'} = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}$ و رأس C توسط بردار انتقال $\overrightarrow{CC'} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ منتقل شده‌اند. مختصات نقاط A' ، B' و C' را یافته و

مثلث ABC و بردارهای انتقال و شکل انتقال یافته را رسم کنید.

$$A' = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$B' = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$C' = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$



۸ اگر سه نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix}$ مختصات رأس‌های مثلث ABC باشد، مختصات برداری که وسط ضلع AB را به وسط ضلع AC وصل می‌کند را به دست آورید.

۹ اگر $\vec{a} = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$ ، $\vec{b} = \begin{bmatrix} 2x-3 \\ 4-2y \end{bmatrix}$ و $\vec{a} = -2\vec{b}$ باشد، مقادیر x, y را بیابید.

۱۰ اگر $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ و بردار $\vec{AC} = 2\vec{BC}$ باشد، مختصات نقطه‌ی C را به دست آورید.

۱۱ با توجه به بردارهای $\vec{a} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ، $\vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix}$ ، $\vec{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ و $\vec{d} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$2\vec{c} + 3\vec{a} - 15\vec{b} - 5\vec{d} =$$

۱۲ m را چنان بیابید تا دو بردار $\vec{c} = 3\vec{i} - (3+m)\vec{j}$ و $\vec{d} = 5\vec{i} + (1-2m)\vec{j}$ با هم موازی باشند.

۱۳ در تساوی زیر، $x + y$ را به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} 2x-2 \\ 1-x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y+5 \\ 2+y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-x \\ 2 \end{bmatrix}$$

۱۴ معادله مختصاتی زیر را حل کنید.

$$-\sqrt{3}(2\sqrt{3}\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j}) - 4\vec{x} - 2\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \vec{x} - 2(\vec{i} - 3\vec{j})$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -4 \\ +3 \end{bmatrix}$ را به نقطه‌ی $A' = \begin{bmatrix} +1 \\ -4 \end{bmatrix}$ وصل می‌کنیم. پاره‌خط به دست آمده از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

- (۱) دوم (۲) اول (۳) چهارم (۴) سوم

به‌ازای چه مقدار طبیعی n نقطه‌ی $B = \begin{bmatrix} 2n+1 \\ 2n+5 \end{bmatrix}$ از محورهای مختصات به یک فاصله است؟

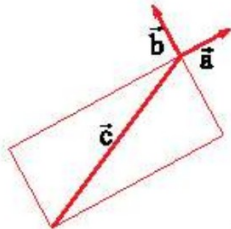
- (۱) ۴ (۲) -۶ (۳) ۶ (۴) -۴

$A = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ را با چه برداری انتقال دهیم تا به نقطه‌ی $A' = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$ برسیم؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -6 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -6 \\ -3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

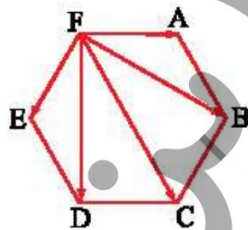
کدام گزینه برابر با بردار \vec{c} است؟

- (۱) $2\vec{a} + 2\vec{b}$
 (۲) $2\vec{a} + \vec{b}$
 (۳) $-\vec{a} - \vec{b}$
 (۴) $-\vec{a} - 2\vec{b}$



در ۶ ضلعی منتظم مقابل، $\vec{FC} + \vec{FA} + \vec{FB} + \vec{FE} + \vec{FD}$ برابر است با:

- (۱) \vec{FC}
 (۲) $2\vec{FC}$
 (۳) $3\vec{FC}$
 (۴) $4\vec{FC}$



کدام گزینه $\vec{b} - \vec{a}$ را نمایش می‌دهد؟

- (۱) (۲)
 (۳) (۴)

اگر $A = \begin{bmatrix} 3 \\ m+1 \end{bmatrix}$ در ربع چهارم باشد، حدود m برابر است با:

- (۱) $m > -1$ (۲) $m < -1$ (۳) $m > 1$ (۴) $m < 1$

نقاط $A = \begin{bmatrix} 2a-2 \\ 2b-4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2a+4 \\ 2b-5 \end{bmatrix}$ به‌ترتیب بر محور طول‌ها و عرض قرار دارد. مساحت مثلث OAB برابر است با:

- (۱) ۳ (۲) صفر (۳) ۶ (۴) ۹

9 قرینه‌ی نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 2-m \\ 1-3n \end{bmatrix}$ نسبت به نیمساز ربع اول و سوم برابر با $A' = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ می‌باشد. m و n برابر کدام گزینه است؟

- (1) $n=2, m=4$ (2) $n=-\frac{4}{3}, m=0$ (3) $n=-\frac{1}{3}, m=4$ (4) $n=2, m=0$

10 نقاط $A = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ و D چهار رأس متوازی‌الاضلاع $ABCD$ هستند. مختصات نقطه‌ی D کدام است؟

- (1) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$

11 اگر $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2y \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ آن‌گاه $\frac{2y}{x}$ برابر است با:

- (1) -1 (2) 1 (3) 4 (4) -4

12 با توجه به شکل مختصات بردار خواسته شده کدام است؟

(1) $\begin{bmatrix} 11 \\ -1 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} -5 \\ -3 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$

13 اگر سه نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} -4 \\ -4 \end{bmatrix}$ در یک صفحه واقع باشند و $\vec{BA} = \vec{DC}$ ، آن‌گاه مختصات نقطه‌ی D کدام است؟

- (1) $\begin{bmatrix} -7 \\ 10 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} -1 \\ -8 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} -7 \\ 0 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} -8 \\ -1 \end{bmatrix}$

14 یک مستطیل با 4 رأس $M = \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \end{bmatrix}$, $N = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \end{bmatrix}$, $P = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ مفروض است. محل برخورد قطرهای کدام گزینه است؟

- (1) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$

15 اگر $\vec{a} = 3\vec{i} + 6\vec{j}$ و $\vec{b} = 3m\vec{i} + 2m\vec{j}$ و بدانیم $\vec{a} - \vec{b}$ در امتداد محور y هاست، $\vec{a} + \vec{b}$ کدام است؟

- (1) $\begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$

16 در معادله‌ی $5\vec{i} = 2\vec{x} + 3\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ ، مختصات بردار \vec{x} برابر است با:

- (1) $\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

17 مقدار مجهول a در معادله مختصاتی زیر چیست؟

$$\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}(2\vec{i} - 4\vec{j}) = \frac{5}{6}\vec{a} + \frac{0}{75}\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- (1) 1 (2) صفر (3) -1 (4) a هیچ عددی نمی‌تواند باشد.

