

بردار و مختصات \rightarrow فصل پنجم

پرسش‌های تشریحی (بدون پاسخ)

$f_n - 12 = 0 \rightarrow f_n = 12 \Rightarrow n = 3$

$5m - 4 = 0 \rightarrow 5m = 4 \Rightarrow m = \frac{4}{5}$

اگر $A = \begin{bmatrix} 5m - 4 \\ 3n - 1 \end{bmatrix}$ روی محور عرض‌ها و $B = \begin{bmatrix} m \\ 2 \\ fn - 12 \end{bmatrix}$ روی محور طول‌ها باشد، مساحت مثلث OAB چقدر است؟

فاصله‌ی نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 2x + 1 \\ x - 1 \end{bmatrix}$ از محور x ها، دو برابر فاصله‌ی آن از محور y ها است. مقدار x را به دست آورید.

$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$x - 1 = 2(2x + 1) \Rightarrow x - 1 = 4x + 2 \Rightarrow 4x - x = -1 - 2 \Rightarrow 3x = -3 \Rightarrow x = -1$

نقاط $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ سه رأس یک مثلث هستند. رأس A توسط بردار انتقال $\vec{AA'} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ و رأس B توسط بردار انتقال $\vec{BB'} = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}$ و رأس C توسط بردار انتقال $\vec{CC'} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ منتقل شده‌اند. مختصات نقاط A' ، B' و C' را یافته و مثلث ABC و بردارهای انتقال و شکل انتقال یافته را رسم کنید.



نقاط $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 11 \\ 4 \end{bmatrix}$ دو سر پاره‌خط AB هستند. نقطه‌ی M روی پاره‌خط AB چنان است که $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{2}$. مختصات نقطه‌ی M را بیابید.

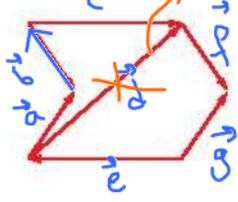
$MB = 2AM \Rightarrow (B - M) = 2(M - A)$

$B - M = 2M - 2A$
 $2M + M = 2A + B$
 $3M = 2A + B = 2 \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 11 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + 11 \\ 14 + 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 18 \end{bmatrix}$

اگر دو بردار $\vec{a} = \begin{bmatrix} m - 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} 2m \\ -3 \end{bmatrix}$ موازی باشند، مقدار m را بیابید.

$\frac{2m}{-3} = \frac{m - 2}{4} \Rightarrow 4(2m) = -3(m - 2)$
 $8m = -3m + 6 \Rightarrow 11m = 6 \Rightarrow m = \frac{6}{11}$

در اینجا به ما یاد داد. حواسمون باشه!



$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$
 $\vec{c} + \vec{d} + \vec{f} = \vec{g}$

جمع بردارها در شکل زیر را بیابید.

برای این بردارها: \vec{g}

اگر $\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} m \\ 2m \end{bmatrix}$ باشد و بدانیم $\vec{a} + \vec{b}$ در راستای محور عرض‌ها باشد، آن‌گاه $\vec{a} - \vec{b}$ را بیابید.

$\vec{a} + \vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m \\ 2m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 + m \\ 3 + 2m \end{bmatrix}$

$2 + m = 0 \Rightarrow m = -2$

$\vec{a} - \vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$

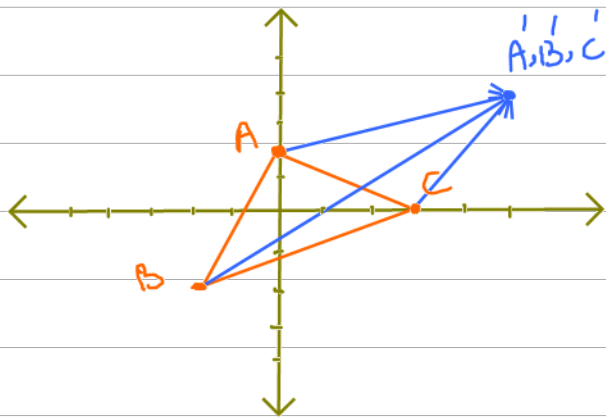
۱۳۳

نقاط $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ سه رأس یک مثلث هستند. رأس A توسط بردار انتقال $\overrightarrow{AA'} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ و رأس B توسط



بردار انتقال $\overrightarrow{BB'} = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}$ و رأس C توسط بردار انتقال $\overrightarrow{CC'} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ منتقل شده‌اند. مختصات نقاط A' ، B' و C' را یافته و

مثلث ABC و بردارهای انتقال و شکل انتقال یافته را رسم کنید.



$$A' = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$B' = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$C' = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

نقطه اسر $\vec{a} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$ باهم موازی باشند:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2}$$

$M = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} \Rightarrow M = \begin{bmatrix} \frac{x_1+x_2}{2} \\ \frac{y_1+y_2}{2} \end{bmatrix}$

۸

اگر سه نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix}$ مختصات رأس‌های مثلث ABC باشد، مختصات برداری که وسط ضلع

AB را به وسط ضلع AC وصل می‌کند را به دست آورید.

$\vec{AB} = \begin{bmatrix} -3-(-1) \\ 2-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$

$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$

$\vec{AC} = \begin{bmatrix} 5-(-1) \\ 8-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$

اگر $\vec{a} = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} 2x-3 \\ 4-2y \end{bmatrix}$ و $\vec{a} = -2\vec{b}$ باشد، مقادیر x, y را بیابید.

۹

اگر $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ و بردار $\vec{AC} = 2\vec{BC}$ باشد، مختصات نقطه‌ی C را به دست آورید.

۱۰

$\vec{AC} = 2\vec{BC}$
 $C - A = 2(C - B)$

$C - A = 2C - 2B \Rightarrow -C = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$
 $-C = \begin{bmatrix} 2+6 \\ -1-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -5 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \begin{bmatrix} -8 \\ 5 \end{bmatrix}$

با توجه به بردارهای $\vec{a} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ، $\vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix}$ ، $\vec{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ و $\vec{d} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

۱۱

$2\vec{c} + 3\vec{a} - 15\vec{b} - 5\vec{d} =$

m را چنان بیابید تا دو بردار $\vec{c} = (3i - (3+m)j)$ و $\vec{d} = 5i + (1-2m)j$ با هم موازی باشند.

۱۲

$\vec{c} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3-m \end{bmatrix}$
 $\vec{d} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1-2m \end{bmatrix}$

$5(-3-m) = 3(1-2m)$
 $-15-5m = 3-6m$

$-15-3 = +5m-6m$
 $-18 = -m \Rightarrow m = 18$

۱۳

$\begin{bmatrix} 2x-2 \\ 1-x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y+5 \\ 2+y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-x \\ 2 \end{bmatrix}$

معادله مختصاتی زیر را حل کنید.

۱۴

$-\sqrt{2}(\sqrt{2}i + \sqrt{2}j) - 4\vec{x} - 2\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \vec{x} - 2(i - 2j)$

$\vec{a} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} \rightarrow \vec{a} \parallel \vec{b} \rightarrow \frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1}$

۱۳۴

آزمون فصل سوم: چندضلعی‌ها

الف

صحیح یا غلط بودن عبارتهای زیر را مشخص کنید.

(1 نمره)

-
-
-
-

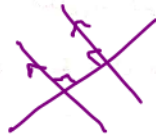
مربع / مربع / مربع / مربع

- (1) هفت ضلعی منتظم، 7 خط تقارن دارد.
- (2) هر n ضلعی منتظم، یک مرکز تقارن دارد.
- (3) مجموع زوایای خارجی یک شش ضلعی منتظم برابر 720 درجه است.
- (4) لوزی، نوعی مربع است.

ب

در جاهای خالی عدد یا کلمه مناسب قرار دهید.

(1 نمره)



- (5) مربع 4 خط تقارن دارد.
- (6) هشت ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد.
- (7) دو خط عمود بر یک خط، موازی هستند.
- (8) لوزی که قطرهاش مساوی باشند، مربع نام دارد.

ج

در هر سؤال گزینه صحیح را انتخاب کنید.

(2 نمره)

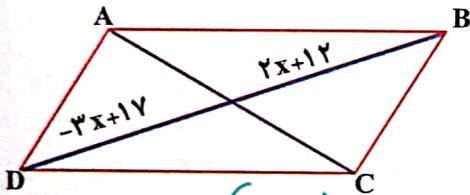


کدام یک از شکل‌های زیر مرکز تقارن دارد؟

- (2) نیم دایره
- (4) نه ضلعی منتظم

- (1) متوازی الاضلاع
- (3) مثلث متساوی الاضلاع

(10) چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است. مقدار x کدام است؟



$$2x + 12 = -3x + 17$$

$$2x + 3x = 17 - 12$$

$$5x = 5 \Rightarrow x = 1$$

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4

$$\frac{(18-2) \times 18}{18} = \frac{16 \times 18}{18} = 16$$

(11) اندازه هر زاویه داخلی یک 18 ضلعی منتظم کدام است؟

(4) 175°

(3) 180°

(2) 160°

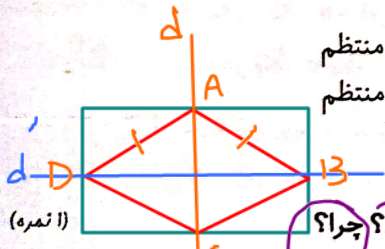
(1) 172°

(12) با کدام یک از شکل‌های زیر نمی‌توان به تنهایی کاشی کاری کرد؟

- (1) مثلث متساوی الاضلاع $6 \times 6 = 36$
- (3) مربع $9 \times 4 = 36$

- (2) شش ضلعی منتظم
- (4) یازده ضلعی منتظم

$$AD = AB = BC = DC \Rightarrow AB = BC = CD = DA$$



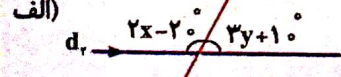
(1 نمره)

(2 نمره)

الف

(1 نمره)

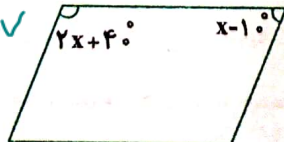
الف



$$2x + 5 = x + 7$$

$$2x - x = -5 + 7$$

$$x = 2$$



(متوازی الاضلاع)

$$2x + 4 + x - 1 = 180$$

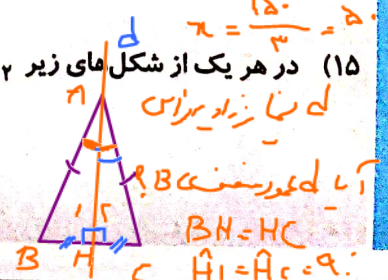
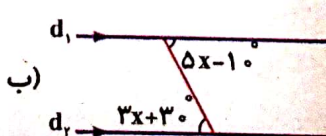
$$3x = 150$$

$$x = 50$$

(13) اگر وسط‌های اضلاع یک مستطیل را به‌طور متوالی به هم وصل کنیم، چه شکلی به‌دست می‌آید؟ چرا؟

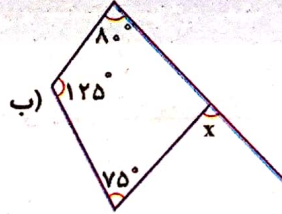
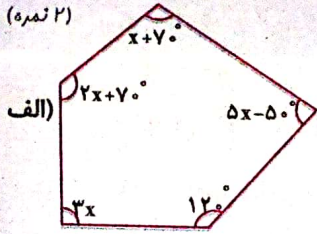
(14) در شکل‌های زیر، مقدار x را حساب کنید.

(15) در هر یک از شکل‌های زیر $d_1 \parallel d_2$ می‌باشد. مقادیر مجهول را بیابید.



۱۶) در هر شکل، اندازه x را محاسبه کنید.

(۲ نمره)



(۲ نمره)

۱۷) در هر قسمت، مورد خواسته شده را بنویسید.

(الف) اندازه هر زاویه خارجی یک ده ضلعی منتظم چند درجه است؟

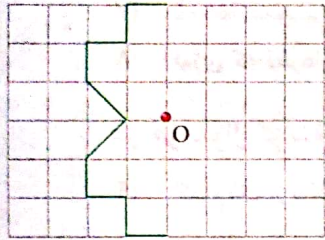
(ب) در کدام شکل منتظم، اندازه هر زاویه داخلی 135 درجه می باشد؟

(پ) در یک لوزی، اندازه یک زاویه خارجی 110° است. اندازه تمامی زاویه های داخلی و خارجی آن را به دست آورید.

(ت) اندازه هر زاویه داخلی یک 12 ضلعی منتظم چند درجه است؟

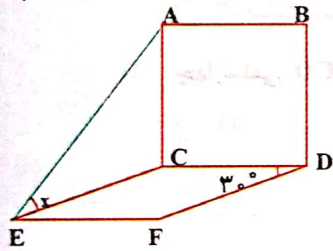
(۱ نمره)

۱۸) شکل زیر را به صورتی کامل کنید که نقطه O مرکز تقارن شکل باشد.



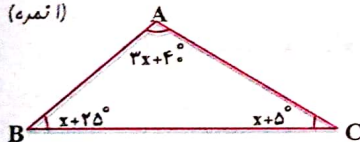
(۱/۵ نمره)

۱۹) شکل ABCD مربع و EFDC لوزی است. اندازه زاویه x را محاسبه کنید.



(۱ نمره)

۲۰) در مثلث ABC، مقدار x را بیابید.



(۱ نمره)

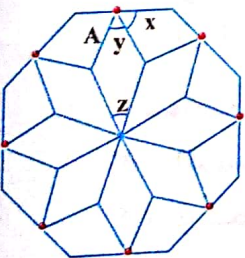
۲۱) الف) در یک n ضلعی، مجموع زاویه های داخلی مساوی 900 درجه است. مقدار n را بیابید.

ب) در یک n ضلعی منتظم، اندازه هر زاویه خارجی 10 درجه است. مقدار n را بیابید.

۲۲) در شکل روبه رو، شکل بزرگ یک 8 ضلعی منتظم و چهار ضلعی های متشابه با A لوزی هستند.

(۱/۵ نمره)

x ، y و z را بیابید.

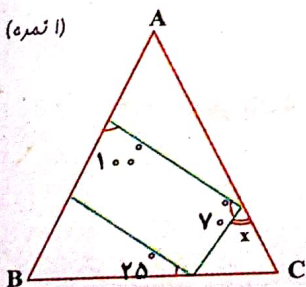


(۱ نمره)

۲۳) ثابت کنید در مثلث اندازه هر زاویه خارجی، برابر است با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور با آن.

(۱ نمره)

۲۴) در شکل مقابل، مثلث ABC متساوی الاضلاع است. مقدار x چند درجه می باشد؟



آزمون فصل پنجم: بردار و مختصات

الف

صحیح یا غلط بودن عبارتهای زیر را مشخص کنید.

(۱ نمره)

- (۱) برای قرینه کردن هر بردار، کافی است جای طول و عرض مختصات آن را با هم عوض کنیم.
- (۲) حاصل $2\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ برابر با $\begin{bmatrix} -6 \\ 4 \end{bmatrix}$ است.
- (۳) عبارت $6\vec{j} + 14\vec{i} - 2$ برابر با $2\begin{bmatrix} -7 \\ 3 \end{bmatrix}$ است.
- (۴) مجموع دو بردار قرینه همواره برابر بردار صفر است.

ب

در جای خالی، عدد یا کلمه مناسب قرار دهید.

(۱ نمره)

- (۵) به جای اینکه با دو بردار متوالی $\begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -3 \\ 7 \end{bmatrix}$ جابه‌جا شویم، می‌توانیم به‌طور مستقیم با بردار جابه‌جا شویم.
- (۶) اگر $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$ و بردار $\vec{b} = -3\vec{a}$ باشد، مختصات بردار \vec{b} برابر است با
- (۷) اگر $\vec{a} = 6\vec{i} - 4\vec{j}$ و $\vec{b} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$ باشد، حاصل مختصاتی $\vec{a} + 2\vec{b}$ برابر است با
- (۸) اگر $\vec{a} = -3\vec{i}$ و $\vec{b} = -2\vec{j}$ باشد، در معادله $3\vec{a} + \vec{b} = 2\vec{i} - 2\vec{x}$ ، مختصات \vec{x} برابر است با

ج

در هر سؤال، گزینه صحیح را انتخاب کنید.

(۲ نمره)

(۹) اگر $\vec{a} = 2\vec{i} - 6\vec{j}$ و $\vec{b} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ باشد، کدام گزینه مختصات بردار $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ را نمایش می‌دهد؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 0 \\ -14 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 \\ 14 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 12 \\ 14 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 12 \\ -14 \end{bmatrix}$

(۱۰) در معادله مقابل، مختصات \vec{x} با کدام گزینه برابر است؟

$$5\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

- (۱) $\begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$

(۱۱) کدام بردار روی محور عرض‌ها قرار دارد؟

- (۱) $2\vec{i}$ (۲) $3\vec{i} - 3\vec{j}$ (۳) $3\vec{j}$ (۴) $-2\vec{i} - 2\vec{j}$

(۱۲) مجموع بردارهای کدام شکل، صفر می‌شود؟

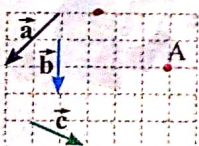
- (۱)  (۲)  (۳)  (۴) 

به سؤالات زیر پاسخ کامل دهید.

د

(۱۳) در شکل زیر، مجموع بردارهای داده شده را از نقطه A رسم کنید. سپس یک جمع برداری و یک جمع مختصاتی برای شکل بنویسید.

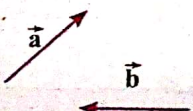
(۱/۵ نمره)



جمع برداری :

جمع مختصاتی :

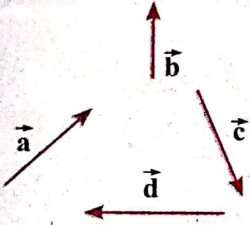
(۱/۵ نمره)



(۱۴) جمع بردارهای زیر را یک بار به روش مثلثی و یک بار به روش متوازی‌الاضلاع انجام دهید.

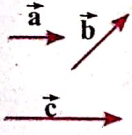
۱۵) جمع بردارهای زیر را به هر روشی که مناسب می‌دانید، انجام دهید.

(۱/۵ نمره)



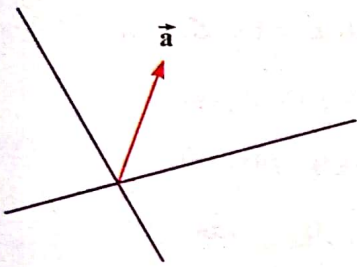
۱۶) با توجه به بردارهای \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} ، بردار $\vec{d} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ را رسم کنید.

(۱/۵ نمره)



۱۷) بردار \vec{a} را روی خطهای رسم شده، تجزیه کنید.

(۱ نمره)



۱۸) با توجه به مختصات بردارهای $\vec{a} = \begin{bmatrix} -2 \\ +2 \end{bmatrix}$ ، $\vec{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $\vec{c} = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$ ، مختصات بردار $\vec{d} = 4\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}$ را محاسبه کنید. (۱/۵ نمره)

(۱/۵ نمره)

۱۹) اگر $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j}$ ، $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ باشد، بردار $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ را محاسبه و سپس رسم کنید.

(۲ نمره)

۲۰) حاصل هر عبارت را محاسبه و ساده کنید.

الف) $3 \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + 2\vec{i} + 3\vec{j}$

ب) $5\vec{i} - 4\vec{j} + 2 \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix} - 4\vec{j}$

(۲ نمره)

۲۱) هر یک از معادلات زیر را حل کنید.

الف) $3\vec{i} + 6\vec{j} - 4\vec{x} = \begin{bmatrix} -9 \\ 2 \end{bmatrix}$

ب) $2\vec{x} - 3 \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = -2\vec{i} + \vec{j}$

(۱ نمره)

۲۲) اگر $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ و $\vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ باشد، در معادله زیر، مختصات x را به دست آورید.

$2\vec{i} + 4\vec{j} - 1\vec{x} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$

(۱ نمره)

۲۳) سه بردار رسم کنید که جمع آنها برابر با بردار صفر باشد.