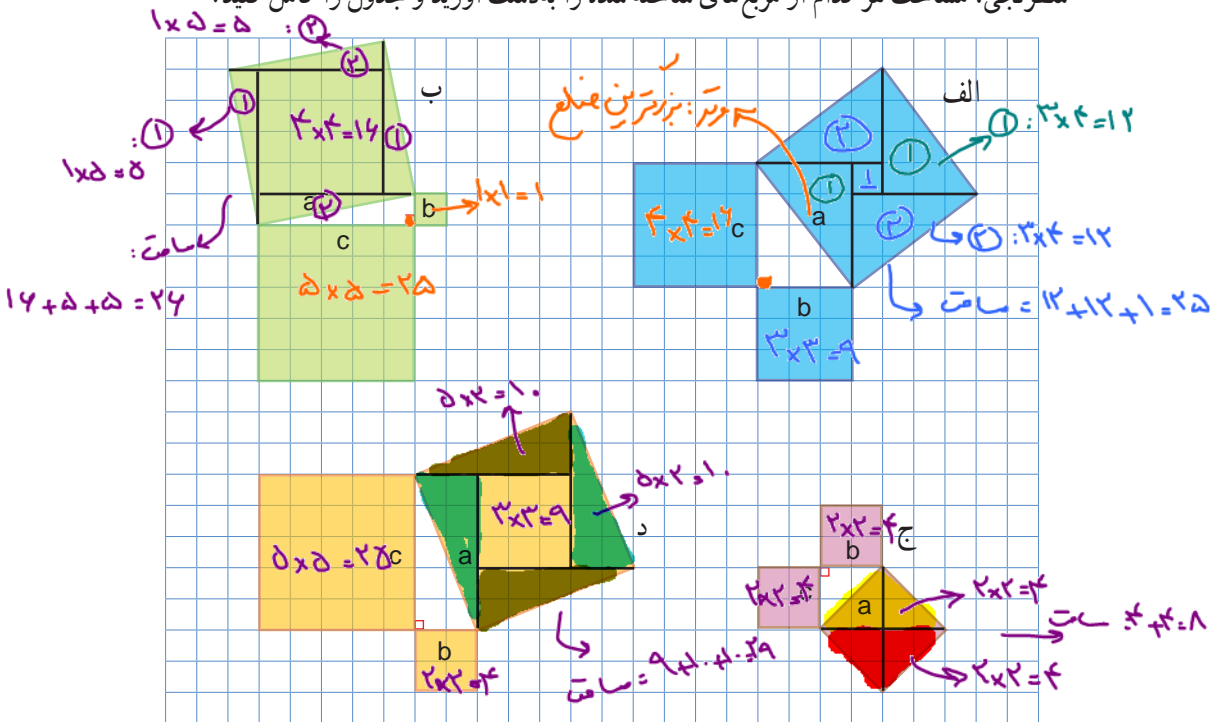




۱- روی هر ضلع مثلث‌های قائم الزاویه زیر یک مربع رسم کرده‌ایم. با شمارش مربع‌های شطرنجی، مساحت هر کدام از مربع‌های ساخته شده را به دست آورید و جدول را کامل کنید.



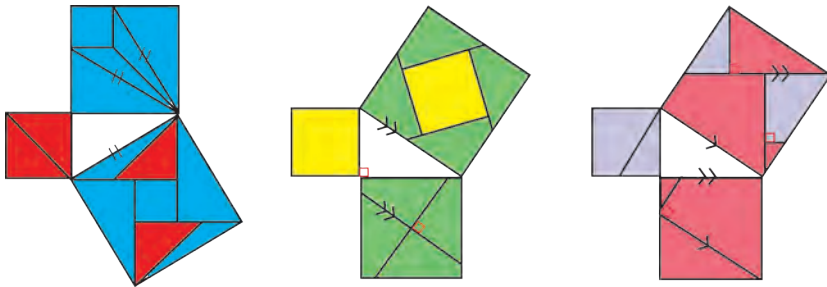
| مساحت مربع ساخته شده روی ضلع $c$ : $c^2$ | مساحت مربع ساخته شده روی ضلع $b$ : $b^2$ | مساحت مربع ساخته شده روی ضلع $a$ (وتر): $a^2$ |                           |
|--|--|---|---------------------------|
| ۱۶                                       | ۹  | ۲۵  | الف $\rightarrow 16+9=25$ |
| ۲۵                                       | ۱  | ۲۶  | ب $\rightarrow 25+1=26$   |
| ۴  | ۴  | ۸   | ج $\rightarrow 4+4=8$     |
| ۲۵                                       | ۴  | ۲۹  | د $\rightarrow 25+4=29$   |

چه ارتباطی بین عددهای هر سطر می‌بینید؟

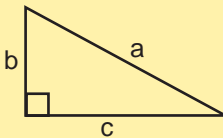
مجموع مساحت‌های مربع‌ها ساخته شده در اضلاع  $b$  و  $c$  با مساحت مربع ساخته شده در ضلع  $a$  برابر است.

$$c^2 + b^2 = a^2$$

۲- به هر یک از شکل‌های زیر با دقت نگاه کنید. در هر شکل، روشی برای نمایش دادن رابطه میان مساحت مربع‌های تشکیل شده روی ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه آمده است. شما هم روی کاغذ، یک مثلث قائم‌الزاویه رسم کنید و روی هر ضلع آن مربعی تشکیل دهید؛ سپس با استفاده از یکی از این روش‌ها مربع‌های ساخته شده روی دو ضلع کوچک آن را طوری به قطعه‌های کاغذی تقسیم کنید که بتوان با این قطعه‌ها مربع روی وتر را کاملاً پوشاند.



رابطه میان مجذور (مربع) اندازه ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه به رابطه فیثاغورس معروف است.



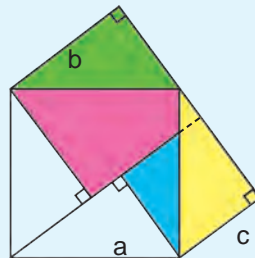
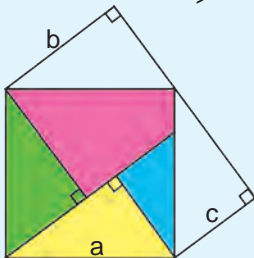
این رابطه بیان می‌کند که در هر مثلث قائم‌الزاویه، مجذور وتر با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر برابر است.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

عکس این رابطه هم درست است یعنی، اگر در مثلثی مجذور یک ضلع با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر آن برابر شد، آن مثلث قائم‌الزاویه است.

### خواندنی

ابوالعباس نیریزی، ریاضی‌دان ایرانی در حدود هزار سال پیش، درستی رابطه فیثاغورس را به صورت زیر نشان داد.



در شکل، چهار مثلث قائم‌الزاویه هم‌نهشت دیده می‌شود.

در سمت راست، مساحت دو مربعی را که روی ضلع‌های زاویه قائمه مثلث ساخته شده‌اند و در سمت چپ، مربعی را که روی وتر ساخته شده است، رنگ کرده‌ایم. چرا مساحت ناحیه رنگی در این دو شکل برابر است؟

قانون:  $(\sqrt{a})^2 = a$

$(\sqrt{3})^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2$

$9^2 = (\sqrt{12})^2 + (\sqrt{25})^2$   
 $81 = 12 + 25$   
 $81 = 81$  ✓

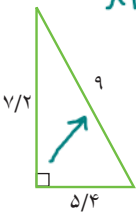
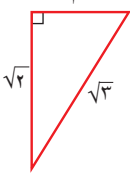
$13^2 = 12^2 + 5^2$

$169 = 144 + 25$

$169 = 169$



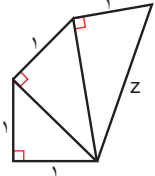
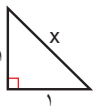
$3^2 = 1^2 + 2^2$   
 $3^2 = 3$



۱- درستی رابطه فیثاغورس را در هر یک از مثلث‌های قائم‌الزاویه روبه‌رو بررسی کنید.

$\frac{54}{54}$        $\frac{72}{72}$

۲- به ترتیب طول x, y و z را به دست آورید.

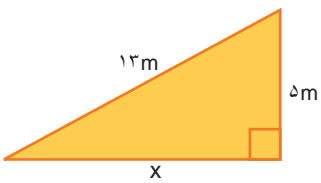


فعالیت



۱- در هر مثلث قائم‌الزاویه، اندازه دو ضلع داده شده است. اندازه ضلع مجهول را

مانند نمونه پیدا کنید.



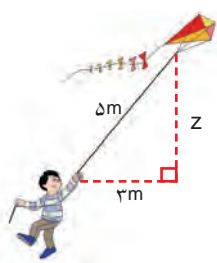
$13^2 = x^2 + 5^2$

$169 = x^2 + 25$

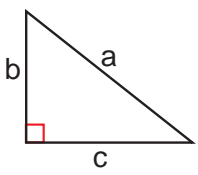
$x^2 = 169 - 25 = 144$

$x = \sqrt{144}$

$x = 12$



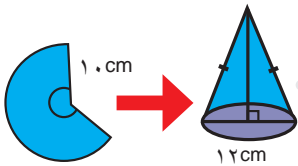
۲- تساوی‌های جبری زیر را کامل کنید.



$a^2 = \text{---} + \text{---}$

$b^2 = \text{---} - \text{---}$

$c^2 = \text{---} - \text{---}$



## کار در کلاس



۱- علی با قسمتی از دایره‌ای به شعاع  $10$  سانتی متر، مخروطی به قطر قاعده  $12$  سانتی متر ساخته است. ارتفاع این مخروط چقدر است؟

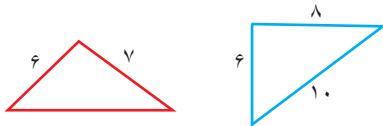
۲- معلم ریاضی از دانش آموزان خواست پاره خطی به طول  $\sqrt{10}$  سانتی متر رسم کنند. در اینجا پاسخ سه دانش آموز آمده است. راه حل هر کدام را توضیح دهید و درباره ویژگی‌های آنها گفت‌وگو کنید. کدام دانش آموز از روش هندسی و کدام یک از روش حسابی استفاده کرده است؟

| مهسا:  | سایما:   | زهرا:  |
|--|--|--|
| <p>به کمک ماشین حساب <math>\sqrt{10}</math> را حساب می‌کنم.</p> <p><math>\sqrt{10} \approx 3.16</math></p> <p>حالا به کمک خط کش یک پاره خط به طول تقریباً <math>3.1</math> سانتی متر رسم می‌کنم.</p> | <p>مثلی قائم‌الزاویه با ضلع‌های <math>1</math> و <math>3</math> سانتی متر رسم می‌کنم.</p> <p><math>1^2 + 3^2 = 10</math></p> <p>پس وتر آن <math>\sqrt{10}</math> سانتی متر خواهد شد.</p> | <p>به همین ترتیب، ساختن مثلث‌های قائم‌الزاویه را ادامه می‌دهم تا <math>\sqrt{10}</math> ساخته شود.</p> |

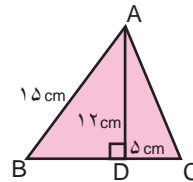
## تمرین



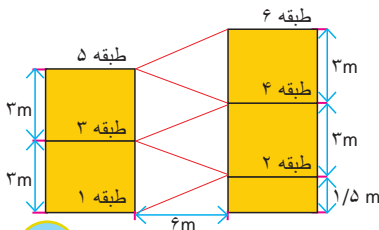
۲- کدام مثلث قائم‌الزاویه است؟



۱- محیط مثلث ABC را حساب کنید.



۳- شکل روبه‌رو نمایی از یک توففگاه طبقاتی را نشان می‌دهد. طول مسیری که هر طبقه را به طبقه بعدی می‌رساند، چقدر است؟



فصل ۶  
(مستطیل)

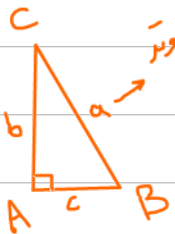
مثلث قائم الزامی: مثلثی است که در آن یک زاویه قائمه (۹۰) وجود دارد.

بزرگترین ضلع این مثلث (ضلع روبه روبروی زاویه قائمه) وتر نام دارد و دو ضلع دیگر را

ضلع قائم الزامی می نامیم.

رابطه فیثاغورس: در هر مثلث قائم الزامی، مجذور (مربع) وتر با

مجموع مجذورهای (مربع) قائم الزامی (توان) برابر است.



$$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

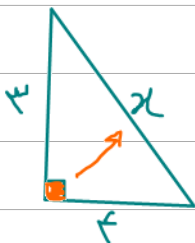
عکس رابطه فیثاغورس: اگر در مثلثی، مجذور (مربع) یک ضلع با مجموع مجذورهای (مربع) سایر

ضلع‌ها برابر باشد، آن مثلث قائم الزامی است.



$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

مثال: مقادیر مجهول را بیابید.



$$x^2 = 4^2 + 4^2$$

$$x^2 = 16 + 16$$

$$x^2 = 32$$

$$x = \sqrt{32} = 5.66$$

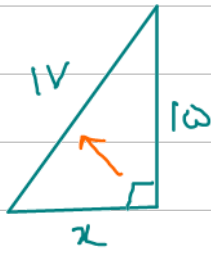


$$x^2 = (\sqrt{7})^2 + (\sqrt{3})^2$$

$$x^2 = 7 + 3$$

$$x^2 = 10$$

$$x = \sqrt{10}$$



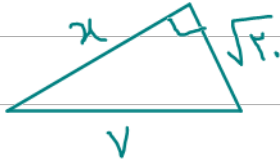
$$17^2 = x^2 + 15^2$$

$$x^2 = 17^2 - 15^2$$

$$x^2 = 289 - 225$$

$$x^2 = 64$$

$$x = \sqrt{64} = 8$$



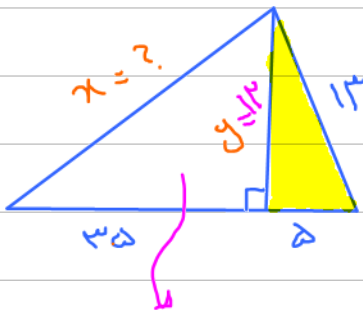
$$29^2 = (20)^2 + x^2$$

$$841 = 400 + x^2$$

$$x^2 = 441 - 400 = 41$$

$$x = \sqrt{41}$$

مثال: محیط مثلث زیر را حساب کنید.



$$13^2 = 5^2 + y^2$$

$$179 = 25 + y^2$$

$$y^2 = 179 - 25$$

$$y^2 = 144$$

$$y = \sqrt{144} = 12$$

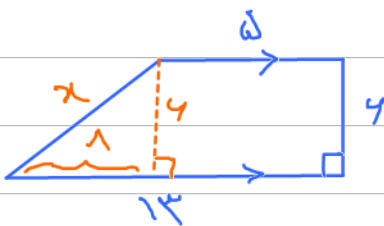
$$x^2 = 179^2 + 13^2$$

$$x^2 = 13281 + 144$$

$$x^2 = 13425$$

$$x = \sqrt{13425} = 116$$

$$\text{محیط} = 179 + 13 + 5 + 12 = 209$$



$$x^2 = 9^2 + 1^2$$

$$x^2 = 81 + 1$$

$$x^2 = 82$$

$$x = \sqrt{82} = 9.06$$

$$\text{محیط} = 10 + 4 + 3 + 1 = 18$$

مثال: محض کنید آیا مثلث‌ها زیر ما هم انزایی هستند یا خیر؟

$$7^2 \stackrel{?}{=} 5^2 + 4^2$$

الف) مثلث با ابعاد ۷، ۵، ۴:

$$49 \stackrel{?}{=} 25 + 16$$

ما هم انزایی نیست.

$$49 \neq 41$$

$$25^2 \stackrel{?}{=} 24^2 + 7^2$$

ب) مثلث با ابعاد ۲۵، ۲۴، ۷:

$$625 \stackrel{?}{=} 576 + 49$$

ما هم انزایی هست.

$$625 = 625 \quad \checkmark$$

ج) مثلث با ابعاد  $\sqrt{8}$ ،  $\sqrt{5}$ ، ۱:

$$1^2 \stackrel{?}{=} (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{8})^2$$

$$1^2 \neq 5 + 8$$

ما هم انزایی نیست.

$$1 \neq 13$$

