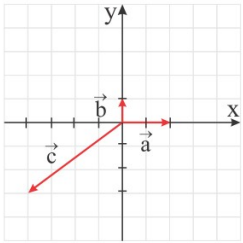
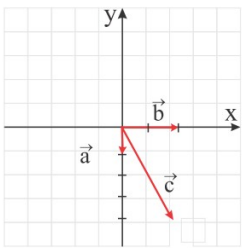


۱ در شکل‌های زیر بردار  $\vec{c}$  را برحسب بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  بنویسید.

الف

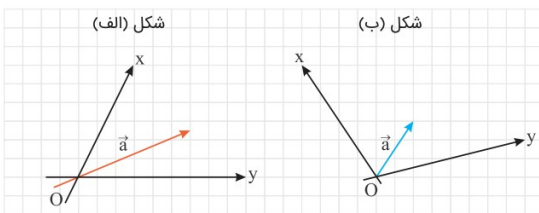


ب



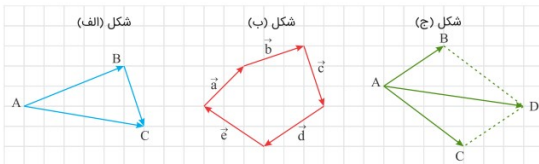
۲ هر یک از بردارهای داده شده را در راستاهای  $Ox$  و  $Oy$  تجزیه کنید.

۲

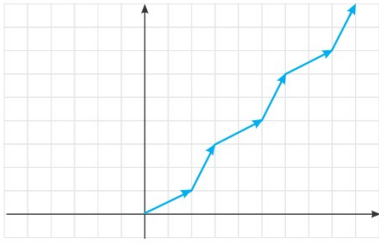


۳ برای هر یک از شکل‌های زیر یک جمع برداری و یک جمع مختصاتی بنویسید.

۳



۴ الگوی حرکتی بردارهای زیر را که از مبدأ مختصات شروع می‌شوند، توضیح دهید و مشخص کنید پس از حرکت دوازدهم به چه نقطه‌ای می‌رسیم؟



۵  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  را طوری تعیین کنید که بردارهای  $\vec{m} = (3 - 2a)\vec{i} + (2b - 8)\vec{j}$  و  $\vec{n} = (3a - 5)\vec{i} + (3b + 4)\vec{j}$

الف هم‌راستا، هم‌اندازه و هم‌جهت باشند.

ب هم‌راستا، هم‌اندازه و خلاف جهت یکدیگر باشند.

جاهای خالی را با عدد، کلمه یا عبارت‌های مناسب پر کنید.

۶ بردار واحد مختصات محور طول‌ها ..... با مختصات ..... است.

۷ هرگاه برداری در ..... ضرب شود، بردار حاصل قرینه بردار اولیه است.

۸ بردار  $3\vec{i}$  - موازی محور ..... است.

۹ هرگاه ضرایب بردارهای مختصاتی  $(\vec{i}, \vec{j})$  برابر باشند، بردار موازی با ..... است.

۱۰ با حل معادله، مقادیر  $m$  و  $n$  را تعیین کنید.

$$\begin{bmatrix} -\delta m + 4 \\ n - 2 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 3 - 2m \\ 2n + 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix}$$

الف

$$3 \begin{bmatrix} 2n - 3 \\ m - 4 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 3 - n \\ 2m - 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix}$$

ب

$$2 \begin{bmatrix} m - 1 \\ 2 - n \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 2 - m \\ 3n - 5 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 5 - m \\ 3n + 5 \end{bmatrix}$$

پ

معادلات مختصاتی زیر را حل کنید.

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} y + 1 \\ x - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$$

۱۱

$$-2 \begin{bmatrix} 3y - 1 \\ x - 2 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 2 - y \\ y - 3x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix}$$

۱۲

$$۳ \begin{bmatrix} ۱ - x \\ ۳ \end{bmatrix} + ۲ \begin{bmatrix} ۶ \\ ۴y + ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۷ \\ -۱ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -۵ \\ -۱۱ \end{bmatrix}$$

۱۴  $x$  و  $y$  را طوری تعیین کنید که بردار  $\vec{a} = \begin{bmatrix} ۲x - ۷ \\ ۵y - ۷ \end{bmatrix}$  قرینه بردار  $\vec{b} = \begin{bmatrix} ۹ - ۳x \\ ۲y - ۵ \end{bmatrix}$  نسبت به مبدأ مختصات باشد.

۱۵  $n$  را طوری تعیین کنید که بردار  $\vec{a} = \begin{bmatrix} ۲n - ۹ \\ ۵n + ۱۵ \end{bmatrix}$  موازی نیمساز ربع اول و سوم باشد.

۱۶  $x$  و  $y$  را طوری تعیین کنید که دو بردار  $\vec{a} = \begin{bmatrix} ۳x - ۱ \\ ۲y + ۲ \end{bmatrix}$  و  $\vec{b} = \begin{bmatrix} ۷ - x \\ ۸ + ۴y \end{bmatrix}$  قرینه یکدیگر باشند.

۱۷  $x$  را طوری تعیین کنید که نقطه  $A = \begin{bmatrix} ۳x - ۵ \\ ۴x - ۱۱ \end{bmatrix}$  از دو محور مختصات به یک فاصله باشد.

۱۸  $m$  را طوری تعیین کنید که نقطه  $A = \begin{bmatrix} ۳m - ۱۸ \\ ۵m + ۲۵ \end{bmatrix}$  روی محور عرض ها باشد.

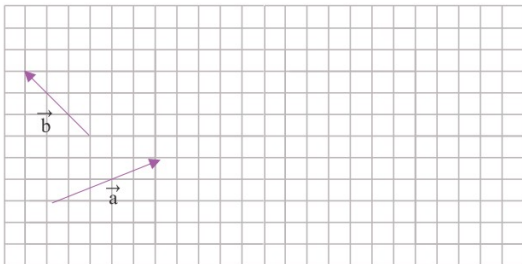
قرینه بردارهای زیر را نسبت به مبدأ مختصات، محور طول‌ها و محور عرض‌ها به دست آورید.

نقطه	قرینه نسبت به مبدأ	قرینه نسبت به محور طول‌ها	قرینه نسبت به محور عرض‌ها
الف) $\begin{bmatrix} -۳ \\ ۷ \end{bmatrix}$			
ب) $\begin{bmatrix} -۲ \\ -۳ \end{bmatrix}$			

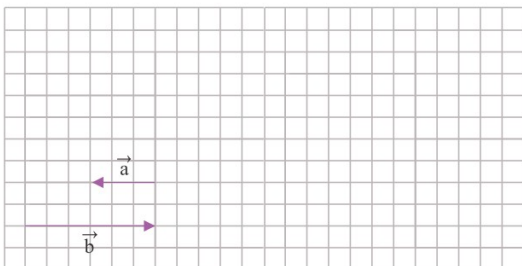
اگر  $\overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} -۱ \\ ۴ \end{bmatrix}$ ،  $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} -۳ \\ -۷ \end{bmatrix}$  و  $\overrightarrow{CD} = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۵ \end{bmatrix}$ ، مختصات  $\overrightarrow{AD}$  را پیدا کنید.

حاصل جمع بردارهای زیر را به روش مثلث و متوازی‌الاضلاع به دست آورید.

الف



ب



۲۲ اگر دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  هم‌اندازه و غیرهم‌جهت باشند و  $\vec{a} = \begin{bmatrix} -3x+1 \\ y+2 \end{bmatrix}$  و  $\vec{b} = \begin{bmatrix} x+2 \\ -2y \end{bmatrix}$  باشد، مختصات بردار  $\vec{a}$  را به دست آورید.

۲۳ اگر  $\vec{OP} = \begin{bmatrix} m-3 \\ 2m+4 \end{bmatrix}$  با محور xها زاویه  $45^\circ$  بسازد، m چقدر است؟

- (۱) -۷  
(۲) ۷  
(۳) صفر  
(۴) ۱

۲۴ اگر  $A = \begin{bmatrix} -2n+6 \\ m-1 \end{bmatrix}$  روی محور طول‌ها و  $\vec{B} = \begin{bmatrix} 2n-4 \\ 3m+5 \end{bmatrix}$  روی محور عرض‌ها باشد، مساحت مثلث  $\triangle OAB$  چقدر است؟

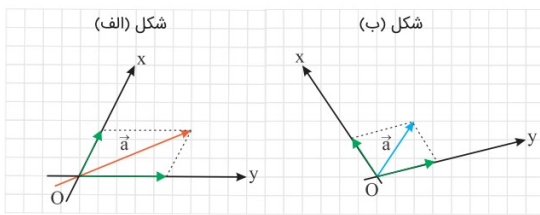
- (۱) ۲  
(۲) ۱۸  
(۳) ۴  
(۴) ۸

۲۵ دو بردار  $\vec{a} = \begin{bmatrix} 3y \\ y+2 \end{bmatrix}$  و  $\vec{b} = \begin{bmatrix} 3x-3y \\ 4 \end{bmatrix}$  هم‌اندازه، موازی و مخالف جهت یکدیگر هستند. مختصات  $\vec{a} - 2\vec{b}$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} 24 \\ 16 \end{bmatrix}$   
(۲)  $\begin{bmatrix} 54 \\ 12 \end{bmatrix}$   
(۳)  $\begin{bmatrix} 36 \\ 12 \end{bmatrix}$   
(۴)  $\begin{bmatrix} 54 \\ 8 \end{bmatrix}$

$$\vec{c} = -2\vec{a} - 3\vec{b}$$

$$\vec{c} = 4\vec{a} + \vec{b}$$



الف ۱

ب

۲

الف ۳

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} \quad \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix}$$

(ب)

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} = \vec{0} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(ج)

$$\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD} \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{بعد از ۲ حرکت} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{بعد از ۴ حرکت}} \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{بعد از ۶ حرکت}} \begin{bmatrix} 9 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$\text{بعد از ۸ حرکت} = \begin{bmatrix} 12 \\ 12 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{بعد از ۱۰ حرکت}} \begin{bmatrix} 15 \\ 15 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{بعد از ۱۲ حرکت}} \begin{bmatrix} 18 \\ 18 \end{bmatrix}$$

۴

۵

$$\vec{m} = \begin{bmatrix} 3 - 2a \\ 2b - 8 \end{bmatrix}, \quad \vec{n} = \begin{bmatrix} 3a - 5 \\ 3b + 4 \end{bmatrix}$$

$$\vec{m} = \vec{n} \Rightarrow \begin{cases} 3 - 2a = 3a - 5 \Rightarrow -5a = -8 \Rightarrow a = \frac{8}{5} \\ 2b - 8 = 3b + 4 \Rightarrow b = -12 \end{cases}$$

ب باید دو بردار، قرینه یکدیگر باشند.

$$\vec{m} = -\vec{n} \Rightarrow \begin{cases} 3 - 2a = -3a + 5 \Rightarrow a = 2 \\ 2b - 8 = -3b - 4 \Rightarrow 5b = 4 \Rightarrow b = \frac{4}{5} \end{cases}$$

پاسخ سؤالات ۶ تا ۹

۶  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{i}$

۷ -۱

۸ طولها

۹ نیمساز ربع اول و سوم

الف ۱۰

$$\begin{bmatrix} -5m + 4 \\ n - 2 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 3 - 2m \\ 2n + 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -5m + 4 - 6 + 4m = 7 \Rightarrow m = -9 \\ n - 2 - 4n - 14 = 10 \Rightarrow n = -\frac{26}{3} \end{cases}$$

$$3 \begin{bmatrix} 2n - 3 \\ m - 4 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 3 - n \\ 2m - 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 6n - 9 - 6 + 2n = 8 \Rightarrow 8n = 23 \Rightarrow n = \frac{23}{8} \\ 3m - 12 - 4m + 18 = -2 \Rightarrow -m = -8 \Rightarrow m = 8 \end{cases}$$

$$2 \begin{bmatrix} m - 1 \\ 2 - n \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 2 - m \\ 3n - 5 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 5 - m \\ 3n + 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2m - 2 + 6 - 3m = 10 - 2m \Rightarrow m = 6 \\ 4 - 2n + 9n - 15 = 6n + 10 \Rightarrow n = 21 \end{cases}$$

پاسخ سؤالات ۱۱ تا ۱۳



$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} y+1 \\ x-1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3y-3 \\ -3x+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} 3-3y-3 \\ -2-3x+3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -3y \\ -3x+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{cases} -3y = 6 \Rightarrow y = -2 \\ -3x+1 = 3 \Rightarrow -3x = 2 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2 \begin{bmatrix} 3y-1 \\ x-2 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 2-y \\ y-3x \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} -2(3y-1) \\ -2(x-2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3(2-y) \\ 3(y-3x) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -6y+2 \\ -2x+4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6-3y \\ 3y-9x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} -6y+2+6-3y \\ -2x+4+3y-9x \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -9y+8 \\ -11x+3y+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{cases} -9y+8 = 1 \Rightarrow -9y = -7 \Rightarrow y = \frac{7}{9} \\ -11x+3y+4 = 7 \xrightarrow{y=\frac{7}{9}} -11x+3\left(\frac{7}{9}\right)+4 = 7 \Rightarrow -11x+\frac{7}{3} = 3 \\ \xrightarrow{\times 3} -33x+7 = 9 \Rightarrow -33x = 2 \Rightarrow x = -\frac{2}{33} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \begin{bmatrix} 1-x \\ 3 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 6 \\ 4y+1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 7 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ -11 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} 3(1-x) \\ 3 \times 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \times 6 \\ 2(4y+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 7+5 \\ -1+11 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} 3-3x \\ 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 \\ 8y+2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 12 \\ 10 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} 3-3x+12 \\ 9+8y+2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 12 \\ 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -3x+15 \\ 8y+11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 10 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{cases} -3x+15 = 12 \Rightarrow -3x = -3 \Rightarrow x = 1 \\ 8y+11 = 10 \Rightarrow 8y = -1 \Rightarrow y = -\frac{1}{8} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 2x-7 \\ 5y-7 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 9-3x \\ 2y-5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x-9 \\ 5-2y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x-7 = 3x-9 \Rightarrow x = 2 \\ 5y-7 = 5-2y \Rightarrow y = \frac{12}{7} \end{cases}$$

طول = عرض  $\Rightarrow 2n - 9 = 5n + 15 \Rightarrow 3n = -24 \Rightarrow n = -8$

$$\vec{a} = -\vec{b} \Rightarrow \begin{bmatrix} 7-x \\ 8+4y \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 3x-1 \\ 2y+2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 7-x = -3x+1 \Rightarrow x = -3 \\ 8+4y = -2y-2 \Rightarrow y = \frac{-5}{3} \end{cases}$$

$$3x - 5 = 4x - 11 \Rightarrow x = -5 + 11 \Rightarrow x = 6$$

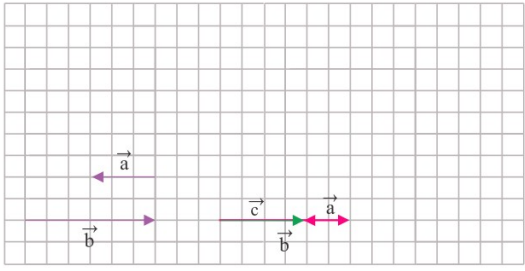
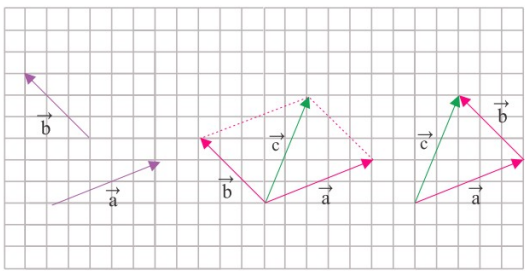
یا

$$3x - 5 = -4x + 11 \Rightarrow 7x = 16 \Rightarrow x = \frac{16}{7}$$

$$3m - 18 = 0 \Rightarrow m = 6$$

نقطه	قرینه نسبت به مبدأ	قرینه نسبت به محور طول‌ها	قرینه نسبت به محور عرض‌ها
(الف) $\begin{bmatrix} -3 \\ 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ -7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 \\ -7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$
(ب) $\begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{AD} \Rightarrow \begin{bmatrix} -3 \\ -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \vec{AD} \Rightarrow \vec{AD} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$



$$\begin{cases} \vec{a} = \begin{bmatrix} -3x+1 \\ y+2 \end{bmatrix} \\ \vec{b} = \begin{bmatrix} x+2 \\ -2y \end{bmatrix} \end{cases} \xrightarrow{\vec{a}=-\vec{b}} \begin{bmatrix} -3x+1 \\ y+2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} x+2 \\ -2y \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3x+1 = -x-2 \Rightarrow -2x = -3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \\ y+2 = 2y \Rightarrow y = 2 \end{cases} \Rightarrow \vec{a} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} \\ 4 \end{bmatrix}$$

گزینه ۱

۲۳

$$2m + 4 = m - 3 \Rightarrow m = -7$$

گزینه ۴

۲۴

$$\left. \begin{matrix} m-1=0 \Rightarrow m=1 \\ 2n-4=0 \Rightarrow n=2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow S = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

گزینه ۲

۲۵

باتوجه به صورت سؤال داریم:

$$\vec{a} = -\vec{b}$$

$$\begin{bmatrix} 3y \\ y+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3x+3y \\ -4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} y+2 = -4 \Rightarrow y = -6 \\ 3y = -3x+3y \Rightarrow -3x = 0 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} -11 \\ -4 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 11 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow 2\vec{b} - \vec{a} = \begin{bmatrix} 22 \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 11 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 33 \\ 12 \end{bmatrix}$$